

**ENSINO DE ÁLGEBRA: REFLEXÕES ACERCA DOS CONHECIMENTOS  
PROFISSIONAIS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

*Juliano Pereira da Silva*

Instituto Federal de Minas Gerais, Campus Ouro Preto. Brasil  
juliano.silva@ifmg.edu.br

**Resumo**

O que trataremos neste minicurso é resultado de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP, que tinha como objetivo compreender as relações entre os conhecimentos algébricos trabalhados na formação do professor na licenciatura e os conhecimentos algébricos demandados na prática docente escolar, segundo a literatura científica especializada. Nosso objetivo neste minicurso é produzir reflexões sobre a prática docente na escola básica, no que tange ao trabalho com a álgebra. De acordo com o que parte selecionada da literatura nos traz como conhecimentos profissionais do professor, vamos problematizar o ensino de álgebra na Educação Básica.

**Introdução**

O trabalho de formação escolar em álgebra vem sendo objeto de atenção especial da comunidade nacional e internacional no campo da Educação Matemática há algumas décadas. De modo geral, o que as pesquisas empíricas e estudos teóricos têm mostrado é que quanto mais sabemos sobre o tema, mais questões surgem e se entrelaçam. Por exemplo, Usiskin (1994) discute as concepções acerca da álgebra na escola básica e nos remete à conclusão de que

[...] as finalidades do ensino de álgebra, as concepções que temos dessa matéria e a utilização de variáveis estão intrinsecamente relacionadas. As finalidades da álgebra são determinadas por, ou relacionam-se com, as concepções diferentes da álgebra, as quais correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis (p.12-13).

Desta forma, se temos, por exemplo, uma situação em que é necessário encontrar uma expressão matemática que descreve uma recorrência, a letra que simboliza o estágio dessa recorrência representa um *valor genérico* dentro de um conjunto numérico determinado e a álgebra utilizada nessa situação pode ser vista como *aritmética generalizada*. Se temos uma situação-problema cuja tradução para a linguagem matemática conduz a uma equação a ser resolvida, a letra  $x$  simboliza uma *incógnita*, ou seja, um valor fixo, porém desconhecido, a ser determinado, e a álgebra associada a esse processo pode ser vista como decorrente do estudo da *estrutura do conjunto* no qual a equação deve ser resolvida. Quando, por outro lado, se afirma que a área de um círculo de raio  $r$  é dada por  $A(r) = \pi r^2$ , as letras  $A$  e  $r$  desempenham o papel de *variáveis* que se vinculam através da relação funcional dada e a

álgebra correspondente se refere ao *estudo das funções*. No geral, Usiskin esquematiza quatro formas (não totalmente disjuntas) de se conceber a álgebra escolar: aritmética generalizada, ferramenta para a resolução de determinados tipos de problemas, estudo das relações (e as consequências dessas relações) entre as medidas de duas grandezas que dependem uma da outra (especialmente as funções), estudo de certas estruturas abstratas.

House, por sua vez, relaciona a álgebra com a crescente modernização da sociedade. Para esse autor, o aumento do uso das tecnologias também exerce influência sobre as ideias acerca do que se entende por álgebra: “*É de se esperar que o novo básico de álgebra inclua também a manipulação e interpretação de planilhas eletrônicas [...]*” (House, 1994, p.5).

No que diz respeito à formação escolar, a álgebra percorre os documentos nacionais, os currículos básicos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, possuindo lugar de destaque no espaço de conhecimentos recomendados para esses níveis de escolarização básica (e.g., PCN, CBC/MG). Pelo menos duas características fundamentais da álgebra escolar se evidenciam nessas orientações curriculares: ela é vista como uma ferramenta poderosa na resolução de problemas, ao mesmo tempo em que se enfatiza sua vinculação intrínseca com o desenvolvimento da capacidade de abstrair e de generalizar, o que é crucial na aprendizagem matemática.

Assim, dada a importância da álgebra na educação matemática básica, há um crescente número de pesquisas que procuram jogar luz sobre aspectos relativos ao seu ensino e aprendizado escolar, como também sobre a formação profissional para o trabalho docente com o tema. De modo geral, o ato de ensinar matemática na escola coloca o professor diante de situações que demandam saberes diversificados. O docente passa por uma formação universitária inicial que supostamente o prepararia para se situar no ambiente escolar em termos de gestão da classe, de planejamento das aulas, de avaliação do processo de ensino e de aprendizagem, de conhecimento das normas de funcionamento da escola, seus espaços e tempos etc. Cada um desses aspectos da atividade docente demanda conhecimentos específicos, embora, muitas vezes, imbricados. No que concerne o conhecimento matemático para a docência escolar, há uma série de estudos que nos ajudam a ampliar a visão que o toma como contido nos limites estreitos da disciplina “matemática” (Shulman, 1986, 1987; Moreira e David, 2005; Ball, Thames e Phelps, 2008, entre outros). Tais estudos alargam o horizonte puramente disciplinar do conhecimento matemático do professor da escola básica, de modo a incluir saberes que se encontram na interseção dos campos de conhecimento que envolvem a aprendizagem da matemática, os aspectos didático-pedagógicos vinculados ao ensino escolar da matemática e os aspectos que se referem às atitudes, valores e concepções dos alunos (e dos professores) a respeito do ensino e da aprendizagem matemática e a respeito da própria matemática. No que se refere particularmente à álgebra, há pontos cruciais a serem trabalhados na formação do professor, devido às especificidades que envolvem o aprendizado escolar do tema. Como veremos adiante, a revisão da literatura especializada indica que o desenvolvimento do pensamento algébrico é um processo longo e complexo, envolvendo várias etapas e comportando a construção de habilidades que precisam ser trabalhadas em diferentes níveis no decorrer de todo o Ensino Básico.

## **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico**

O pensamento algébrico pode ser desenvolvido e aguçado desde muito cedo entre as crianças. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), existe um movimento no sentido de promover uma iniciação ao pensamento algébrico desde os primeiros ciclos dos anos iniciais, como preparação para as aprendizagens posteriores. Mas o que se entende por pensamento algébrico? O pensamento algébrico pode ser compreendido como a capacidade de realizar generalizações em matemática e é algo que, em princípio, deve ser trabalhado na escola. Todas as crianças, em qualquer idade, podem aprender a pensar algebricamente, de acordo com seu estágio de desenvolvimento cognitivo. Para expressar as generalizações, quando solicitadas, as crianças lançam mão de vários recursos, ainda nas séries iniciais: desenhos, gestos e outras formas não discursivas, sendo que, ao longo dos anos de escolaridade, podem se aprimorar, chegando eventualmente na representação alfanumérica (utilizando letras em lugar de números, como se espera na linguagem algébrica padronizada).

Ponte, Branco e Matos (2009), juntamente com vários outros estudiosos, afirmam que o foco do desenvolvimento do pensamento algébrico não deve ser posto, num primeiro momento, no uso das letras, mas na compreensão das relações existentes entre os objetos estudados. O quadro a seguir mostra os fundamentos do pensamento algébrico, segundo expõem Ponte, Branco e Matos (2009):

Quadro 1 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

---

Representar	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais;</li><li>▪ Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa;</li><li>▪ Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.</li></ul>
Raciocinar	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Relacionar (em particular, analisar propriedades);</li><li>▪ Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras;</li><li>▪ Deduzir.</li></ul>
Resolver problemas e modelar situações	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).</li></ul>

---

(Ponte, Branco e Matos, 2009, p.12)

Ao longo do tempo, as abordagens didáticas sugeridas para o trabalho com a álgebra escolar foram se modificando, em relação àquelas que focavam as reproduções de procedimentos. Atualmente, os estudos sugerem uma abordagem voltada para a formação e o desenvolvimento do pensamento algébrico, passando pelos vários níveis e formas expressão das generalizações, culminando com a apropriação e o domínio da linguagem algébrica padrão. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), procura-se, hoje, “valorizar-se a linguagem algébrica como meio de representar ideias e não apenas como um conjunto de regras de transformação de expressões simbólicas” (p. 14). Para isso, as crianças dos anos iniciais da escola podem ser incentivadas, através do uso de sequências numéricas ou pictóricas, a procurar e expressar, com os recursos simbólicos adequados à sua faixa de idade, regularidades e padrões de formação dessas sequências, por exemplo. Os alunos então usarão, num primeiro momento, a linguagem natural, incluindo desenhos, gestos, palavras ou quaisquer outras formas a seu alcance. Ao longo do desenvolvimento escolar, o uso das sequências, o reconhecimento de padrões e outras formas de exercitar o processo de generalizar e de lidar com a ideia de variáveis e valores indeterminados deve continuar e ir se aprofundando, no sentido de produzir um amadurecimento gradativo do pensamento algébrico. Assim, alunos do quinto e sexto anos, por exemplo, seriam levados, a partir de atividades apropriadas, a encontrar outras formas, cada vez mais compactas e universais de expressar suas ideias ligadas à álgebra, até que se chegue num grau de abstração com o uso recorrente da simbologia padronizada.

### **Sugestões de Atividades para o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico**

Reproduzimos aqui, a título de ilustração, algumas das propostas de Ponte, Branco e Matos (2009) para uma abordagem desse tipo nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A proposta é que o aluno observe as sequências e faça atividades de reconhecimento dos padrões inerentes a cada uma delas.

---

Ⓒ☆☆Ⓒ☆☆Ⓒ☆☆Ⓒ☆☆Ⓒ...

A 1 1 A 1 1 A 1 1 A 1 1 ...

vermelho, amarelo, verde, vermelho, amarelo, verde, vermelho, amarelo, verde, ...

---

(Ponte, Branco e Matos, 2009, p. 42).

O uso deste tipo de atividade na escola básica pode ser norteado pelos seguintes pontos, segundo os autores:

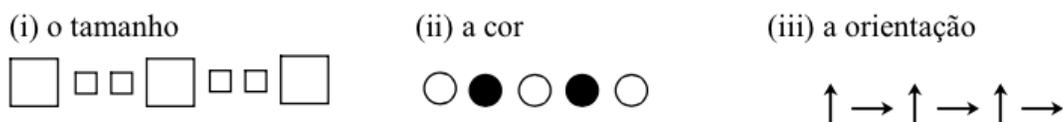
- (i) Continuar a representação da sequência (representando os termos imediatamente seguintes aos termos dados);
- (ii) Identificar o conjunto (“unidade”) que se repete ciclicamente;
- (iii) Descrever uma relação entre os termos da sequência e a sua ordem (com base no “comprimento” do conjunto que se repete);

- (iv) Usar a relação entre o termo e a sua ordem na sequência para indicar o termo de uma ordem mais distante e para indicar a ordem de um termo dado;
- (v) Expressar essa relação em linguagem natural e simbólica (generalizar).

As sequências beneficiam o desenvolvimento do pensamento algébrico, já que incita as crianças dos anos iniciais a proceder a generalizações verbalmente. Há diferentes tipos de sequências propostas por Ponte, Branco e Matos (2009) para o trabalho com os alunos desse estágio escolar. Apresentamos, como sugestão, alguns tipos. Mais detalhes podem ser encontrados na bibliografia apresentada ao final.

### **Sequências repetitivas**

Podem ser desenvolvidas em diferentes anos escolares de acordo com o grau de desenvolvimento cognitivo dos alunos. Visam a percepção do elemento (ou conjunto de elementos) que se repete, identificação do próximo termo da sequência, indicação dos termos não fornecidos da sequência, de acordo com sua posição. As sequências repetitivas são diferenciadas por atributos, mas nada impede que, em uma atividade, apareçam mais de uma forma de atributo. Como exemplos de atributos temos:



(Ponte, Branco e Matos, 2009, p.48)

As sequências repetitivas podem ser utilizadas, posteriormente na aprendizagem matemática mais formalizada (no nível apropriado de formalização, é claro), por exemplo no estudo da divisibilidade entre os números naturais. Para tanto, observe a sequência a seguir, que possui uma unidade que se repete com três polígonos diferentes:



(Ponte, Branco e Matos, 2009, p.50)

Nesta sequência podemos observar que, relacionando cada polígono com sua posição, podemos associar o hexágono às posições dadas pelos múltiplos de 3 ( $3^\circ$ ,  $6^\circ$ ,  $9^\circ$ ,...). Assim os alunos poderiam reconhecer os elementos da sequência, observando sua posição, mesmo sem a continuidade do desenho. A pergunta “Qual polígono ocupa a  $24^\text{a}$  posição?” poderia ser, então, respondida em associação com o reconhecimento do 24 como múltiplo de 3.

### **Considerações finais**

O minicurso além de contar com a discussão descrita anteriormente sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, tratará de outros assuntos concernentes à álgebra como equações, funções e proporcionalidade trazendo à tona erros comuns cometidos pelos alunos e sugestões de formas a sanar as dificuldades enfrentadas pelos discentes. A proposta também aborda a apresentação de uma gama de atividades a serem trabalhadas com os alunos do Ensino Fundamental e Médio, principalmente através de sequências visando a generalização. O professor contará com um espaço para discutir sobre sua forma de ensino e a aprendizagem de seus alunos, contribuindo com um enriquecimento de conhecimentos de todos os presentes no minicurso.

### **Referências bibliográficas**

Ball, D. L.; Thames, M. H.; Phelps, G. (2008) Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v.59, n.5, p. 389-407.

Brasil, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. (2002). *PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC, SEMTEC.

House, P. A. (1994). Reformular a álgebra da escola média: por que e como. In: *As Ideias da Álgebra*. São Paulo: Atual, p. 1-8.

Minas Gerais. (2007). *Currículo Básico Comum–CBC–Matemática*. Belo Horizonte: SEE-MG.

Moreira, P. C.; David, M.M.M.S. (2005). *A formação matemática do professor: Licenciatura e prática docente escolar*. Belo Horizonte: Autêntica

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, v.57, n.1, p.1-22.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v.15, n.2, p.4-14.

Usiskin, Z. (1994). Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: Coxford, A.F.; Shulte, A.P. (Org.). *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual.