LA ENTREVISTA CLÍNICA, UN RECURSO PARA ANALIZAR LOS PROCESOS COGNITIVOS DEL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA.

Martha Daniela Concepción García, Angélica Dueñas Cruz
pamela_dimat@hotmail.com. duenascruz@gmail.com.
Instituto Superior de Investigación y Docencia para el Magisterio, Escuela Normal Manuel Ávila Camacho.

Tema: I.1 - Pensamiento Algebraico.
Modalidad: Comunicación breve
Nivel: Medio (11 a 17 años)
Palabras claves: Procesos cognitivos, aprendizaje, álgebra

Resumen

Es importante analizar cómo realiza el alumno la construcción del conocimiento del álgebra, para fortalecer desde el aula el aprendizaje de la misma. La investigación recupera los procesos cognitivos de articulación del aprendizaje de aritmética al álgebra, a través de la entrevista, en la que se toma en cuenta cómo establece relaciones entre el objeto de conocimiento y sus aprendizajes previos de aritmética, también cómo se presenta el pensamiento reversible, la generalización, la conservación del término algebraico, la seriación, la clasificación de términos, en sí, rescatar el proceso que sigue el alumno.

La entrevista proporcionó un acercamiento a las respuestas de los alumnos, dentro de un marco constructivista, se elige este enfoque porque en esta investigación se intenta explicar cómo el alumno es capaz de construir conceptos y cómo sus estructuras conceptuales le llevan a construir los conocimientos en función de sus experiencias previas. Al tener conocimiento de los procesos que sigue el alumno en el aprendizaje del álgebra, las dificultades que presenta en el mismo así como las condiciones que lo facilitan, permitió diseñar e implementar estrategias que fortalecen el aprendizaje del álgebra.

El aprendizaje del álgebra

Es primordial considerar que en educación básica entre los procesos más críticos y difíciles, está la transición de la aritmética al álgebra, que realizado de manera adecuada permite apoyar al estudiante del paso del estadio de operaciones concretas al del pensamiento formal como lo menciona Vázquez (2000).

La situación cobra relevancia "ya que a partir de segundo de secundaria el 70% del currículo del área de matemáticas considera el conocimiento del álgebra como la base de conocimientos posteriores como por ejemplo el cálculo diferencial e integral" (Vázquez, 2004).

Salazar, Vega y Bahena (2011) en su investigación referente a las dificultades que presentan los alumnos al realizar algunas operaciones matemáticas, afirman que si los alumnos del nivel medio superior tienen bases firmes en la aritmética elemental, comprensión de las reglas de los signos, agrupamientos, simplificación de expresiones y orden de las operaciones, entre algunas, tendrán éxito en el aprendizaje del álgebra y resolución de problemas abstractos en otras disciplinas.

Esta información cobra relevancia en México puesto que la evaluación realizada en el 2009, se encontró en el área de matemáticas**,** en la parte inferior (menor a nivel 2), en el 0.7%. Con respecto a la evaluación realizada por ENLACE, (evaluación nacional del logro académico en centros escolares), se realizó la valoración a 1883 escuelas y a 342,291 alumnos de secundaria, de los cuales el 49.9% obtuvo un nivel insuficiente, como se puede observar, los resultados dejan mucho que desear y sumado a que en los rubros en los que se presentan más errores refieren al aprendizaje de álgebra, se realiza la siguiente pregunta, ¿Cómo fortalecer el aprendizaje del álgebra a través de la articulación y organización del tránsito de la aritmética, la geometría y de la interpretación de información y procesos de medición, al lenguaje algebraico?

Aspectos a considerar en la recuperación de los procesos cognitivos.

Inicialmente para lograr fortalecer el aprendizaje del álgebra era importante recuperar los procesos cognitivos de los alumnos, para lo cual se consideró la entrevista, fue importante porque proporcionó un acercamiento profundo a las respuestas de los alumnos, dentro de un marco constructivista, en el que se consideran las habilidades matemáticas como herramientas esenciales para en la formación matemática, (Silva Laya, 2009), se elige al constructivismo porque en esta investigación se intenta explicar cómo el alumno es capaz de construir conceptos y cómo sus estructuras conceptuales le llevan a construir los conocimientos en función de sus experiencias previas, se entiende por conocimientos previos de acuerdo a lo que menciona Barrantes 2006, aquellos recursos entre los que se encuentran nociones, conceptos, fórmulas, algoritmos con los que cuenta el estudiante para enfrentarse a un problema.

También se tomó en cuenta la abstracción reflexiva misma que Larios (2000), considera que a través de ella se construye el conocimiento matemático, Driver (1986), menciona que el alumno establece analogías para interpretar nuevas experiencias y así construir su conocimiento, por ello es importante recuperar cómo el alumno puede establecer relaciones entre sus conocimientos previos de aritmética y las áreas de la matemática, en su aprendizaje de álgebra.

Las entrevistas se realizaron principalmente a estudiantes que se encuentran en la etapa del estadio de generalización concreta o formal temprano., que comprende de los 13 a

los 15 años, se caracteriza por uso de operaciones en secuencia, de elementos generalizados, capacidad para trabajar con fórmulas. En lo referente al aprendizaje del álgebra se caracteriza por la comprensión de generalizaciones y algunas propiedades.
El objetivo general de la investigación es ffortalecer el aprendizaje del álgebra de los estudiantes del tercer periodo escolar en el campo de formación del pensamiento matemático de dos secundarias, a través de una estrategia docente basada en la articulación y organización del tránsito de la aritmética y la geometría y de la interpretación de información y procesos de medición, al lenguaje algebraico.

Metodología

La metodología implementada en desarrollo de la investigación considera la naturaleza del conocimiento y la realidad, en este caso el aprendizaje de los alumnos en el área de matemáticas, es de corte cualitativa. (Guba 1990).
La entrevista clínica, se aplicó en dos secundaria de la zona metropolitana, a doce alumnos a seis mujeres y seis hombres, inicialmente se recuperaron algunas percepciones del estudiante respecto al aprendizaje de las matemáticas, posteriormente se le presentó una situación o problema que propiciara un desequilibrio cognitivo, en el que al dialogar con el alumno se relacionaba con experiencias cotidianas, como marco referencial. Las fases que se consideraron fue la exploración, de verbalización, en la que el alumno interpretó y estableció relaciones en la situación presentada, y la de formalización, cuando el alumno llegó a la abstracción, a dar respuesta a la situación presentada y se utiliza el lenguaje algebraico (Saldaña, 2008), cabe mencionar que en algunos casos no se llegó a esta última.

Los procesos cognitivos.

Entre algunos de los aspectos que se tomaron en cuenta para el desarrollo de esta investigación es la recuperación de los procesos cognitivos del alumno en la construcción del conocimiento del álgebra a través de la entrevista, se recuperó cómo se establecen las relaciones entre el objeto de conocimiento y los aprendizajes previos de aritmética, también como se presenta el pensamiento reversible, la generalización, la conservación del término algebraico, la seriación, la clasificación de términos.
Esta entrevista se realizó suponiendo que si se establece la vinculación con los conocimientos previos que posee el alumno de aritmética, geometría, medición, manejo de la información, se fortalecerá el aprendizaje del álgebra.

Los procesos cognitivos a considerar en la entrevista, fueron la argumentación se tomó en cuenta en todo el desarrollo de la entrevista, cómo el alumno revisaba los procesos seguidos, explicaba y justificaba el por qué se realizaban en cada situación a resolver, también se tomaron en cuenta las variantes que se pueden presentar en la misma en referencia a la reversibilidad del pensamiento: de inversión, reciprocidad, identidad y correlación (Furth, pág. 62).

La entrevista fue flexible las preguntas se presentaban de acuerdo a los procesos que seguía el alumno, si al mostrar la situación algebraica si no se logra respuesta esperada, se le presentaba una situación numérica y después de la numérica se volvía retomar la algebraica.

Se consideró la generalización misma en la que se toma en cuenta el analizar, identificar y describir patrones que permiten encontrar similitudes y diferencias, clasificar, conjeturar, argumentar, para llegar a la generalización Zazquis y Liljedahl (2002). A partir de la Reflexión sobre la Relación Actividad-Efecto, mencionada así por Tzur y Simón (2004). Piaget (1977/2001) menciona que la abstracción reflexiva, proceso en el que se desarrollan nuevas estructuras a partir de las previas, inicialmente se dan la proyección de acciones que llegan a ser objeto de reflexión y a partir de ella se realiza una reorganización, con base a un proceso post-reflexivo del conocimiento y ello permite llegar a la generalización.

Un ejemplo de un ejercicio considerado en el desarrollo de la entrevista es el siguiente:

¿Sabes lo que es un par?, (en caso de que no supiera se le daban ejemplos para que llegara a la conceptualización, se encontró que todos poseían el concepto de par), completa la siguiente tabla:

Número de pares	Par
1	2
2	4
3	6
4	
n	

¿Cuáles de estos términos son siempre pares?, ¿Qué condición se requiere para los que no son siempre pares lo sean?

2a 3a 4a 6a

En este punto se recuperó si el alumno era capaz de llegar a la generalización, misma que denotaba la comprensión del uso de fórmulas y la identificación de patrones, también se solicitó que argumentara el por qué de los procesos seguidos, lo que daba a conocer la comprensión de la situación presentada y los procesos seguidos para resolverla.

La conservación de la cantidad se tomó en cuenta como la capacidad de conservar, es la habilidad para reconocer que ciertas propiedades como número, longitud o sustancia permanecen invariables aun cuando sobre ellas se realicen cambios en su forma, color o posición, en este caso el concepto aplica a la conservación del término algebraico, que si bien contiene una variable, se toma en cuenta la comprensión de la misma y sus partes.

En el caso de esta investigación, se consideró la conservación del término algebraico, un ejemplo de lo que se les presentó fue el siguiente, ¿de qué otras formas se pueden representar $5a^2$?, si mostraba dificultad con el exponente, se le presentaba solamente el 5a, si el alumno no pudo responder se pasó a un ejemplo numérico, ¿de cuántas formas se puede representar 8?, en dos casos fue necesario utilizar objetos para llegar a representación. En este caso se evidenciaba, a través de la argumentación del alumno, la comprensión del uso del lenguaje algebraico, la comprensión de un término y sus partes así como la función de cada una de ellas, también se trabajó de forma similar la conservación de la igualdad, a través del uso de balanzas.

La Clasificación se tomó en cuenta cuando el alumno estableció relaciones de semejanzas entre elementos de clases similares y relaciones de clases distintas. (Jean Piaget, 1967:20)

Un ejemplo de ello es cuando se les pregunto ¿cuál es la otra forma de representar 2a?

$a+a=$ $4a/2=$ $(a)\,(a)=$

En este caso el alumno, tenía que resolver las operaciones y además relacionar y clasificar las que correspondían al resultado.

En el proceso de seriación se consideró los encadenamientos de relaciones asimétricas transitivas y conexas. Es decir cuando se establecen relaciones de un elemento o concepto con otro (asimétricas), posteriormente varios se relacionan entre sí de uno a otro estableciendo un orden (transitivas), después se relacionan todos los elementos o conceptos entre sí de acuerdo a determinadas características (conexas). En la entrevista se consideró la propiedad transitiva y series algebraicas, en las que se propició la argumentación del alumno de los procesos seguidos, la reversibilidad del pensamiento y principalmente la habilidad de realizar series, a continuación se presenta un ejemplo:

Si A=B, B=C entonces ¿Cuál es la relación entre A y C? (Si no lo puede resolver se pasa a un ejemplo numérico) 3+4=5+2, 5+2=6+1, ¿cuál es la relación entre 3+4 y 6 +1?

Escribe los términos que sigue

a	b	a+2b			

Si presentaba problemas para resolver la sucesión, se le solicitó hacerlo de forma numérica y regresar posteriormente a la situación algebraica

2	3	5	8		

La reversibilidad entendida como la “capacidad para volver a un punto de partida o a una situación inicial, cuando se realiza una acción física o una acción mental” (Furth, pág. 62), primordial se recuperó para conocer y comprender las procesos que sigue el alumno al construir su conocimiento, ya que la misma permite rehacer en el sentido inverso el proceso seguido pero de forma mental, al relacionarse las estructuras cognitivas se presentó en cuatro variantes: identidad, inversión o negación, reciprocidad, y correlación. Uno de los ejercicios propuestos, fue el realizar series en sentido inverso, como se muestra a continuación:

Encuentra los primeros términos, sabiendo que cada término a partir del tercero es la suma de los dos anteriores

			2x+6y	4x+9y

Si no logra contestar el ejemplo algebraico pasar a uno numérico

			27	50

Algunas aspectos preliminares a considerar

Aunque no se ha sistematizado la información obtenida de la aplicación de la entrevista se puede realizar algunas afirmaciones a priori sustentadas en la vídeo grabación de las mismas. Se encontró que la mayoría de los alumnos les gusta más la geometría que otro campo de la matemática, al álgebra la encuentran difícil por el uso de las incógnitas.

En referencia a la representación de un término algebraico se les dificulta bastante diferenciar entre lo que representa un coeficiente y un exponente, confunden la multiplicación con la función exponencial.

Se comprobó que si se establece la vinculación con los conocimientos previos que posee el alumno de aritmética, geometría, medición, manejo de la información, se facilita la construcción del conocimiento del álgebra.

El utilizar ejemplos numéricos y con objetos facilitó la comprensión de la mayoría de los procesos, permitiendo ello llegar a la generalización, a la representación algebraica.

A la mayoría de los alumnos le fue posible llegar a la generalización.

La mayoría tampoco demostró dificultad al trabajar procesos reversibles.

Las actividades pendientes a realizar en la investigación realizada son: presentar conclusiones del análisis, determinar necesidades, diseño del curso, impartir el curso taller, aplicación y recuperación de las estrategias exitosas a través de la elaboración de un texto y un software.

Bibliografía principal:

Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas. El Trabajo de Allan Schoenfeld*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, N° 1. Consultado en: http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%204.pdf.

Cañadas, M., Castro, E. (2007). *Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de la ESO en el problema de las baldosas*. En M. Actas del XI simposio de la SEIEM (pp. 283-294). Tenerife: SEIEM.

García J. A, Martinón, A. (1997). *Actions and invariants in linear generalizing problems.* En E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference for the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 289- 296). Helsinki: PME.

http://enlace.sep.gob.mx/content/gr/docs/2011/ENLACE2011_versionFinalSEP.pdf

Manual de entrevista clínica. 1989 F Borrell. Ed. Doyma. Barcelona.

Mason, J. (1996*). Expressing generality and roots of algebra*. En N. Bednarz, C. Dieran y L. Lee (Eds.), Approaches to Algebra. Perspectivs for Research and Teaching (pp. 65-86). Dordrecht/Boston/London: Kluwer.

Pereira J., (2012) *Estrategias de generalização de padrões de alunos do 7º ano de escolaridade,* Revista Iberoamericana de educación matemática, Número 29, páginas 85-108, ISSN: 1815-0640.

Piaget, J. (1977/2001). *Studies in reflecting abstraction. Psychology* (Edited in 1977 by Presses Universitaires de France.

Piaget, J. (1991), Introducción a la epistemología genética, el pensamiento matemático, España, Paidos.

SEP. 2011. *Plan de estudios* 2011 Educación Básica. CONALITEG. México.

Silva M, 2009, *Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos Utilizadas por alumnos de 6to. Grado de primaria.* México, SEP

Solaz, J., (2008). *Conocimiento previo, modelos mentales y resolución de problemas. Un estudio con alumnos de bachillerato*. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 10 (1). Consultado en: http://redie.uabc.mx/vol10/no1/contenido-solaz.html.

Trejo P., Camarena G. (2011). Análisis cognitivo de situaciones problema con sistemas de ecuaciones algebraicas. Educación Matemática, vol. 23, núm. 2, agosto de 2011, pp. 65-90.

Tzur, R. (2007). *Fine grain assessment of students' mathematical understanding: participatory and anticipatory states in learning a new mathematical concept*. Educational Studies in Mathematics, 66, 273-291.

Tzur, R. y Simón, M. (2004). *Distinguishing two stages of mathematics conceptual learning. International Journal of Science and Mathematics Education*, 2, 287-304.

Velázquez F., 2004, *De la instrucción matemática a la educación matemática Las matemáticas del siglo XX*: una mirada en 101 artículos), consultado en http://www.somece.org.mx/Simposio2011/Registro/registroET.html.

Rondero, C. (2010). C*álculo Promedial. El caso de la media aritmética.* Revista Latinoamericana de la investigación en Matemática Educativa. México

Socas, M. (2011). *La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria*. Aportaciones de la investigación. Revista: Números. México.