

APLICAÇÃO DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE RAYMOND DUVAL NO ESTUDO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU NO CURSO DE ADMINISTRAÇÃO

Ilizete Gonçalves Lenartovicz – Rosinéte Gaertner
ilizete1@hotmail.com – rogaertner@gmail.com
Universidade Regional de Blumenau - Brasil

Tema: (I.8) Processos Psicológicos que implicam no Ensino e na Aprendizagem da Matemática

Modalidade: Comunicação Breve

Nível educativo: Terciário - Universitário

Palavras-chave: Semiótica; Raymond Duval; Sequência didática; Funções do 1º grau.

Resumo

Este texto é parte integrante de uma pesquisa, em desenvolvimento, junto ao Programa de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, da Universidade Regional de Blumenau, que tem por objetivo analisar a compreensão dos conceitos pertinentes a funções polinomiais do 1º grau por estudantes ingressantes em um curso de Administração quando da aplicação de uma sequência didática elaborada com base nos estudos da semiótica por Raymond Duval. O texto apresenta um breve histórico sobre os estudos relacionados à Semiótica e também os conceitos semióticos desenvolvidos por Duval na área da matemática. Além disso, expõe algumas das atividades desenvolvidas em uma sequência didática elaborada sobre funções polinomiais de 1º grau, em que se procura coordenar os registros de representações semióticas propostos por Duval. Os resultados obtidos através da aplicação da sequência didática evidenciam que, quando propiciado ao aluno a possibilidade de realizar conversões e tratamentos das representações semióticas das funções de 1º grau, o aprendizado torna-se mais eficaz e possibilita ao aluno transitar entre as representações sem grandes dificuldades.

1. Introdução

O ensino e a aprendizagem nos diferentes níveis educacionais constituem focos de investigação para professores e pesquisadores da área de educação. No campo da Matemática, um desses focos é voltado para a interpretação gráfica e algébrica de funções polinomiais de 1º grau. Há estudantes, nos mais variados níveis de escolarização, que não conseguem fazer uma ligação entre a expressão matemática e o gráfico que a representa, por exemplo. Para eles, cada uma destas representações matemáticas têm significado único e não há relações entre elas.

Esse trabalho é baseado na investigação de mestrado de uma das autoras, de abordagem qualitativa, que busca analisar a compreensão dos conceitos pertinentes a funções polinomiais de 1º grau por estudantes ingressantes no cursos superior de Administração, quando da aplicação de uma sequência didática elaborada com base nos estudos da semiótica de Raymond Duval.

2. A semiótica e a teoria de Duval

O termo semiótica vem da raiz grega *semeion*, que quer dizer signo; semiótica é a ciência dos signos. Um dos principais pesquisadores nesta área e que serve de apoio teórico nesta pesquisa é Raymond Duval, filósofo e psicólogo francês, que desenvolveu estudos na área da Psicologia Cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, na França de 1970 até 1999. Autor de várias pesquisas, em sua extensa produção, Duval trata do funcionamento cognitivo, implicando sobretudo na atividade matemática e nos problemas de aprendizagem.

Em seus estudos sobre a matemática, ele concluiu que:

Para que os alunos possam realmente compreender matemática, ou para que a matemática contribua para a formação intelectual e geral deles, que vá além de uma aprendizagem tecnológica de procedimentos executados à mão ou com máquinas, é preciso desenvolver outro tipo de funcionamento cognitivo que o praticado nas outras disciplinas. (DUVAL, 2011, p. 9)

Para Duval (2009), em matemática, as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação; elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática. Estas representações podem ser classificadas em quatro diferentes tipos de registros semióticos:

Quadro 1: Tipos de registros semióticos

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"> • argumentação a partir de observações, de crenças...; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"> • numéricas (binária, decimal, fracionária...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. <ul style="list-style-type: none"> • mudanças de sistema de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: DUVAL (2008, p. 14)

Um ponto destacado por Duval é a diferença do objeto e de sua representação. Ele defende que “não se deve jamais confundir um objeto e sua representação” (DUVAL, 2008, p.21). Isso quer dizer que não se pode confundir os números, as funções ou as retas, por exemplo, com suas representações, ou seja, com a escrita decimal ou fracionária, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras, isso porque representações muito diferentes podem evidenciar um mesmo objeto matemático (DUVAL, 2009).

Podemos exemplificar esta diferença, citando o exemplo de COLOMBO (2008, p. 45):

[...] nenhum dos registros de representação “é” o objeto matemático, mas eles apenas o “representam”, estão “no lugar dele” para, assim, permitir o acesso a esses objetos matemáticos. Assim, 5; $20/4$; cinco; 10.0,5 são representações diferentes que se referem a um mesmo objeto matemático.

Nesse sentido Duval (2008, p. 21) apresenta o que ele denomina de paradoxo cognitivo, assim anunciado: “como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação?”. Sendo este um paradoxo, a resposta a esta pergunta, segundo o próprio pesquisador, é que a compreensão em Matemática está ligada ao fato de se utilizar ao menos dois registros de representação diferentes para um mesmo objeto, pois essa seria a única maneira de não confundir um objeto e a sua respectiva representação semiótica.

Ao expor os diferentes registros de representações, Duval (2008) esclarece que entre estes registros existem dois tipos de transformações semióticas principais, uma muito diferente da outra: os tratamentos e as conversões.

Os tratamentos são transformações de uma representação semiótica no mesmo registro em que ela foi formada. Um exemplo desta situação é dado por Moretti (2011) quando da realização de operações de adição de números racionais na forma fracionária: quando efetua-se a adição de dois números racionais como $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ permanecendo apenas com a utilização de números fracionários se está fazendo um tratamento.

Quanto à conversão, DUVAL (2009, p. 58) expõe que:

Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro. [...] A conversão é então uma *transformação externa em relação ao registro da representação de partida*. (grifos do autor)

Uma situação que deixa bastante clara a diferença entre um tratamento e uma conversão de representações semióticas é a seguinte: quando resolvemos uma equação ou um cálculo ficando apenas em um mesmo sistema de escrita ou de representação dos números estamos fazendo um tratamento. Por exemplo, escrever a função $y - x = 1$ e passá-la para $y = x + 1$ é uma forma de tratamento, pois permanecemos no mesmo sistema de representações semióticas, neste caso o algébrico. Já quando passamos da escrita algébrica de uma função para sua representação gráfica, ou vice-versa, estamos fazendo uma conversão. Por exemplo, passar a função $y = x + 1$ para sua forma cartesiana é uma forma de conversão de representações semióticas.

As duas formas de transformações (conversões e tratamentos) são importantes para que se possa compreender um conceito matemático, mas do ponto de vista cognitivo, “é a atividade de conversão que aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (DUVAL, 2008, p. 52).

3. Proposta de um estudo de funções polinomiais de 1º grau com coordenação de diferentes registros

O conceito de função é um dos mais importantes em Matemática e seu conhecimento impulsionou o desenvolvimento tecnológico em muitas áreas. Eves (1997) revela que a palavra função foi introduzida por Leibniz em 1694, primeiramente para expressar qualquer quantidade associada a uma curva como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a sua inclinação e o seu raio de curvatura. Algum tempo depois, Bernoulli e Euler deram um tratamento mais próximo daquilo que chamamos hoje de função; consideraram uma função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes.

Estudos já realizados mostram que a internalização do conceito de função é algo de difícil compreensão para estudantes nos mais variados níveis de escolarização. Isso ocorre porque, para compreender este conceito, é necessário que o estudante domine várias estruturas representacionais matemáticas. A teoria dos registros de representação semiótica desenvolvida por Duval pode servir para a compreensão cognitiva de como ocorre a interpretação de um conceito e de que forma o professor pode fazer intervenções de modo que o objeto matemático seja compreendido. FLORES e MORETTI (2005, p. 30) afirmam que:

Para o aluno, não é suficiente que ele saiba “ler” um gráfico, é necessário também que ele saiba organizar e operar de forma objetiva sobre os dados contidos neste modo de representação. Assim sendo, consideramos necessária uma análise do funcionamento tanto cognitivo como semiótico nas representações gráficas na educação matemática.

Em sala de aula, professores se deparam com situações em que os alunos conseguem compreender uma situação prática, mas não conseguem representá-la com a escrita de uma função matemática. Na situação exposta a seguir, retirada de MORETTIN et al (2005, p 62), livro da bibliografia básica de vários cursos de Administração no Brasil, pode-se identificar esta característica: “Uma editora vende certo livro por R\$ 60,00 a unidade. Seu custo fixo é de R\$ 10.000,00 por mês, e o custo variável por unidade é R\$ 40,00”. Os

estudantes respondem acertadamente qual seria o custo para produzir 100 unidades, por exemplo, mas ao se solicitar que representem a situação exposta anteriormente para produção de x unidades por meio de uma função de 1º grau, a dificuldade de resolução é bastante elevada. Por que isto acontece? Uma das possíveis respostas seria: “Isto acontece pelo desconhecimento das formas diferenciadas de representação de um objeto matemático”. Então, justifica-se o que Duval aponta como sendo muito importante: o uso dos tratamentos e das conversões entre os mais diferenciados registros de representação como forma de promover a compreensão do conceito matemático. É necessário que os estudantes estejam mais habituados a fazer estas conversões e tratamentos entre as mais variadas formas de representações dos objetos matemáticos para que não sintam uma dificuldade tão elevada, conseguindo identificar em cada uma das representações, formas diferenciadas de escrever o objeto matemático.

Com o objetivo de mobilizar a capacidade de fazer tratamentos e conversões entre os tipos de representações semióticas de funções polinomiais do 1º grau, foi elaborada e aplicada uma seqüência didática numa turma de 43 alunos ingressantes em um curso de Administração. Nesta seqüência didática está inserida a atividade descrita abaixo, cuja ênfase está em provocar a articulação entre os diferentes registros de representação apontados por Duval como meio de compreensão dos conceitos.

Atividade proposta: Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções A e B. As condições de cada plano são:

Plano A: cobra um valor fixo mensal de R\$ 140,00 e R\$ 20,00 por consulta.

Plano B: cobra um valor fixo mensal de R\$ 110, 00 e R\$ 25,00 por consulta.

a) Sabendo das informações apresentadas, preencha a tabela a seguir:

Plano A

<i>Nº de consultas por mês</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>10</i>	<i>n</i>
<i>Custo total mensal</i>						

Plano B

<i>Nº de consultas por mês</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>10</i>	<i>n</i>
<i>Custo total mensal</i>						

b) Para um cliente que utilize três consultas mensais, em média, qual seria o plano mais vantajoso financeiramente?

c) Supondo que o número de consultas fosse alterado para seis consultas mensais, o plano mais vantajoso continuaria sendo o mesmo? Justifique sua resposta.

d) Supondo que o número de consultas mensais fosse um valor n , como poderíamos escrever a função que representa esta situação em cada um dos casos?

Plano A:

Plano B:

e) Sabendo a função que representa a situação, determinar qual seria o número de consultas feitas por um cliente se ele pagou pelo plano A R\$ 500,00 em um determinado mês? E se pagou pelo plano B R\$560,00?

f) Construa os gráficos que representam as situações apresentadas em um mesmo plano cartesiano ortogonal.

g) Através da construção dos gráficos podemos determinar em que condições cada um dos planos é mais vantajoso ao cliente? Explique o porquê de sua resposta.

No desenvolvimento desta atividade, foi verificada a capacidade do aluno de descrever a lei de formação de uma função através do enunciado apresentado, ou seja, a capacidade de realizar uma conversão entre dois registros de representações semióticas (a língua natural e a forma algébrica). Além disso, foi verificada também, a capacidade de realizar uma conversão da linguagem algébrica para a forma gráfica e ainda, de um tratamento ao operar com a igualdade entre duas funções de 1º grau.

Os resultados obtidos com a aplicação desta atividade na sequência didática apontaram que, quando propiciado ao aluno a possibilidade de realizar conversões e tratamentos das representações semióticas das funções de 1º grau, o aprendizado torna-se mais eficaz e possibilita ao aluno transitar entre as representações sem grandes dificuldades. Esta verificação foi realizada através da aplicação de um pré-teste e um pós-teste, no qual foram avaliadas as capacidades que os alunos possuíam antes e depois de serem trabalhados os conceitos de funções de 1º grau através da sequência didática, baseada nos conceitos da semiótica propostos por Duval. No pré-teste, pode-se perceber que os alunos apresentavam dificuldade em escrever uma expressão algébrica que representasse uma situação matemática escrita na linguagem natural. Além disso, muitos deles, também não conseguiram realizar uma conversão de uma função de 1º grau escrita na forma algébrica para a gráfica. No pós-teste pode-se perceber que estas dificuldades foram reduzidas significativamente, uma vez que aplicando a mesma questão do pré-teste, houve um pequeno número de erros.

Ao final da aplicação da sequência didática pode-se afirmar que a exploração dos diferentes registros de representação semiótica contribuiu para a compreensão do conceito

de função do 1º grau, conseguindo os alunos representar algébrica e graficamente as situações propostas, realizando tratamentos e conversões com compreensão.

Considerações Finais

A teoria dos registros de representação semiótica de Duval pode contribuir no entendimento de como os estudantes aprendem e porque encontram dificuldades ao estudar muitos conceitos matemáticos. A pesquisa referida neste texto, ainda em desenvolvimento, procura compreender melhor como isto acontece e quais poderiam ser possíveis caminhos para a obtenção de um aprendizado efetivo e não mecânico.

Ao final da aplicação da seqüência didática, pode-se verificar que a aplicação de atividades construídas tomando por base os conceitos desenvolvidos por Duval contribuíram para a compreensão dos conceitos matemáticos (no caso, função do 1º grau) e aproximaram o estudante de uma aprendizagem assentada na construção conceitual, permitindo que ele possa estabelecer relações entre as diferentes representações de um objeto matemático e trabalhar com elas.

Referências

- Colombo, J. A. A.; Flores, C. R.; Moretti, M. T. (2008) Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. *Zetetiké* - Unicamp, v. 16, p. 41 – 72.
- Duval, R. (2008). Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. IN: S. D. A. Machado (Eds). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. (pp, 3 - 11). São Paulo: Papirus.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Trad. Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosane Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física.
- Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas*. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM.
- Eves, H. (1997). *Introdução à história da Matemática*. Campinas: Editora da Unicamp.
- Flores, C. R. & Moretti, M. T. (2005). O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: ponto de análise para a aprendizagem matemática. *Anais da 28ª Reunião da Anped*. Rio de Janeiro: Anped.
- Moretti, M. T. (2011) Semiótica e a aprendizagem matemática: alguns termos fundamentais da teoria de Duval. *Anais VII Encontro Catarinense de Educação Matemática* (pp. 18-26). Blumenau: FURB.
- Morettin, P. A.; Hazzan, S.; Bussab, W. (2005). *O cálculo: funções de uma e várias variáveis*. São Paulo: Saraiva.