

CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E COMPREENSÃO DE VARIÁVEL

Janaína Poffo Possamai – Viviane Clotilde da Silva
janapoffo@gmail.com – vivianeclotildesilva@gmail.com
FURB – Universidade Regional de Blumenau, Brasil

Tema: Pensamento algébrico
Modalidade: Comunicação breve
Nível educativo: Médio (11 a 17 anos)
Palavras chave: Linguagem algébrica, variável

Resumo

Com o intuito de refletir como as diversas concepções de álgebra se relacionam com os diferentes entendimentos de variável, discute-se a utilização de atividades que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico na tradução de atividades de situações escritas na linguagem usual para a linguagem algébrica. Com a pretensão de estruturar a compreensão de variável as atividades relacionam a leitura de situações cotidianas, a partir pensamento algébrico de generalização, e a utilização de jogos didáticos. Para tanto, foram utilizadas sugestões de Lochhead e Mestre (1995), nas quais a compreensão das situações é realizada de forma qualitativa, quantitativa e, por fim, conceitual, se alinhando com as etapas da construção histórica da álgebra, do retórico à simbolização. As atividades apresentadas são resultado de um produto educacional desenvolvido no Mestrado de Ensino de Ciências Naturais e Matemática e de materiais estruturados no Núcleo de Estudos e Ensino de Matemática - NEEM, na Universidade Regional de Blumenau. A partir dessas atividades, são discutidas as implicações do estudo da álgebra como um espaço significativo para que se desenvolva e exercite a capacidade de abstração e generalização, sem a necessidade da repetição mecânica de exercícios, priorizando questionamentos e investigações e considerando como a álgebra foi construída historicamente.

Introdução

Historicamente o desenvolvimento da notação algébrica ocorreu em três estágios: *retórico*, onde os procedimentos eram descritos por texto, sem qualquer simbolização, *sincopado*, onde são adotadas algumas abreviações, especialmente para representar incógnitas e *simbólico* onde as expressões são sintetizadas por símbolos e as letras representam tanto incógnitas, quanto variáveis (BOYER, 1996). Vejamos um exemplo desses estágios:

- *Retórico*: Consideremos um número que somado com quatro seja igual ao seu dobro.
- *Sincopado*: Seja x o número que somado com quatro seja igual ao seu dobro.
- *Simbólico*: $x + 4 = 2x$

A fase antiga da álgebra ocorreu no período de 1700 a.C. a 1700 d.C. e foi caracterizada pelo estabelecimento gradual de simbologia e pela resolução de equações. Porém nas escolas de educação básica, esta mesma simbolização em álgebra, que levou mais de 3000 anos para acontecer, ocorre rapidamente, descartando o processo de construção histórico da mesma. Segundo Schoen (1995, p.138) “lançar os educandos precipitadamente ao simbolismo algébrico é ignorar a necessidade de uma fundamentação verbal e de uma simbolização gradual sugeridas pela construção histórica da álgebra.”

É importante ressaltar que os estudantes, quando apresentados à álgebra pela primeira vez (7º ou 8º ano do ensino fundamental), têm uma forte tendência de tratar os conceitos algébricos a partir de procedimentos aritméticos, visto que passaram a maior parte de sua vida escolar pensando e desenvolvendo atividades estruturadas aritmeticamente. Por este motivo acreditamos que é preciso ter cautela na inserção da simbologia algébrica para não ocasionar dificuldades decorrentes da não consonância com a aritmética.

Ao se deparar com um problema algébrico cuja solução é uma expressão aberta – como por exemplo, $2x + 2y$ para indicar o perímetro de um retângulo de lados x e y – muitos estudantes reagem com estranheza e inclinam-se em juntar todos os termos da expressão algébrica – obtendo $2xy$ ou ainda $4xy$. À eles parece bastante razoável que a resposta seja apresentada por um único termo, assim como em aritmética se obtém um único número como solução de um problema.

Essa dificuldade de os estudantes não aceitarem uma resposta algébrica aberta, ou seja, que a resposta seja apresentada na forma de um polinômio, é denominada por Booth (1995) como *dificuldade em aceitar a ausência de fechamento* e ocorre na passagem da aritmética para álgebra. (POFFO, 2010, p. 42)

Uma das fontes desse tipo de erro está relacionada com o valor posicional, que em aritmética indica a soma dos termos, $12 = 10 + 2$, enquanto que algebricamente indica uma multiplicação, $2x$ (2 multiplicado por x e não 2 somado com x).

Neste contexto, para propiciar uma construção do pensamento algébrico gradual, alicerçado na construção histórica da álgebra e cuidadosa relação com a linguagem aritmética (e também com a usual) é que se propõem também a utilização de jogos didáticos.

Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”, embora demande exigências, normas e controle. (PCN – Brasil, p. 35)

Em álgebra pode-se aplicar os jogos para permitir que o estudante construa uma relação entre ela e a aritmética, sem a necessidade de propor exercícios exaustivos de repetição para calcular o valor de expressões algébricas, por exemplo. Os jogos permitem tanto a construção de relações e novos conhecimentos, quanto a consolidação de conteúdos já trabalhados anteriormente, sendo que suas potencialidades educativas dependem do conteúdo que se quer desenvolver. Outro aspecto relevante que justifica a utilização de jogos está no próprio desafio que este provoca nos estudantes, gerando interesse e motivação para o aprendizado.

Dimensões da álgebra

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Brasil - PCN (1998), destaca-se que, para a construção do pensamento algébrico no ensino fundamental, é importante desenvolver atividades que relacionem as diferentes concepções de Álgebra. A figura 1 apresenta as interpretações da álgebra escolar e os diferentes usos das letras assumidos pelo documento:

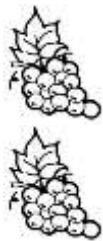


Figura 1 – Concepções de álgebra

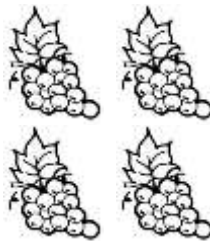
Fonte: BRASIL, 1998, p. 116.

O processo de construção histórico contempla as dimensões da álgebra, no sentido de que a concepção como aritmética generalizadora permite que apenas a descrição através de texto seja suficiente para descrever os padrões observados, seja em sequências numéricas ou de figuras. A atividade a seguir exemplifica este processo de generalização:

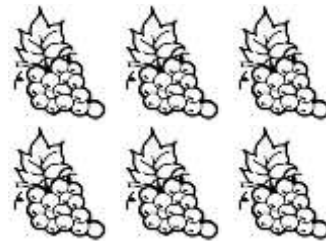
Observe a sequência de figuras:



Posição 1



Posição 2



Posição 3

- Desenhe as figuras (5) e (6)
- Quantas uvas haveria na décima posição?
- Na primeira figura qual é a relação entre a posição e a quantidade de uvas?
- Na segunda figura qual é a relação entre a posição e a quantidade de uvas?
- Na sétima figura qual é a relação entre a posição e a quantidade de uvas?

Complete a tabela abaixo:

Posição	1	2	3	4	5	6	10	20	100
Quantidade de uvas									

- Escreva com suas próprias palavras como pode-se determinar a quantidade de uvas sabendo a posição da figura.

Fonte: POFFO, 2010

Esta atividade, apresenta uma proposta de construção do raciocínio delineado segundo a metodologia proposta por Lochhead e Mestre (1995), a qual consiste em uma abordagem de três passos: *compreensão qualitativa*, *compreensão quantitativa* e *compreensão conceitual*, ou seja, propõe-se inicialmente o uso da aritmética, em seguida a tradução da situação em língua portuguesa (ou usual), generalizando para uma quantidade variável, representada simbolicamente.

Como o pensamento aritmético predomina entre os estudantes, que tendem a contar quantos objetos são colocados na próxima figura comparando com a posição anterior, esta atividade é construída para conduzi-lo do mesmo para a generalização, contemplando a dimensão de álgebra como aritmética generalizada e também como dimensão funcional.

A dimensão da álgebra no estudo das equações também pode seguir a estruturação histórica, onde os primeiros métodos de resolução fazem uma verificação numérica da solução, conforme proposto por Bháskara no método conhecido como *falsa posição*, para posteriormente propor um método mais estrutural, onde a obtenção de expressões equivalentes permite a resolução da equação.

Nos PCN (Brasil - 1998), discute-se o ensino de álgebra na educação básica e aponta-se a questão deste estar afastado do cotidiano da maioria dos estudantes. Segundo o documento, é prática usual, nas escolas de educação básica, a repetição de regras algébricas, de modo que o entendimento deste se baseia em cálculo algébrico, que privilegia a habilidade mecânica de operar com letras sem compreender os elementos da álgebra.

Porém, como também é importante que os procedimentos e a notação algébrica sejam fixados sugere-se a utilização de jogos didáticos para tal finalidade, minimizando a repetição de exercícios e abordando de maneira lúdica os conceitos que se quer explorar.

Jogos algébricos

Muitos jogos e suas variantes são conhecidos no ensino da Matemática, como: jogo de cartas (baralho), jogo da memória, bingo, labirinto, jogo com dados, entre outros. Pode-se adaptar cada um deles de acordo com o conteúdo que se deseja explorar.

O jogo *Corrida Algébrica* (material didático desenvolvido pelo programa de extensão NEEM) é um exemplo de adaptação dos tradicionais jogos de tabuleiro, onde visa-se reforçar a soma algébrica e compreender o seu significado através de verificação numérica. Para tanto são necessários, um tabuleiro (figura 2), objetos para marcar a posição dos jogadores, cartões (figura 3) contendo expressões algébricas, um dado com números positivos e um dado com números negativos.

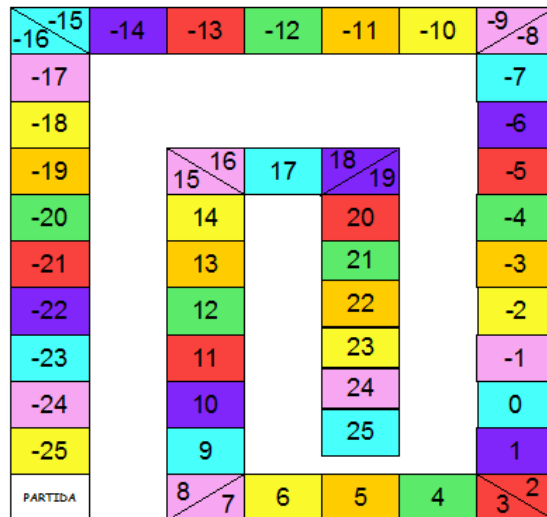


Figura 2 – Exemplo de tabuleiro

$2x - 1$	x^2	$x^2 - 2x$	$4x - 3$	$(x + 1)^2$	$3x - 3$
----------	-------	------------	----------	-------------	----------

Figura 3 – Exemplo de cartões

Cada jogador, na sua vez, retira dois cartões da pilha e soma os termos. Observa a expressão obtida e decide lançar o dado positivo ou o dado negativo. Com o número sorteado no dado, o jogador calcula o valor da expressão. Se esse valor positivo o jogador avança na trilha, se negativo retrocede. Caso o resultado obtido não possa ser utilizado o jogador passa a vez, por exemplo no caso em que o valor negativo for maior que a diferença da casa que ele se encontra e o início.

Assim como este pode-se confeccionar jogos com os mais diversos objetivos conceituais, jogo da memória para trabalhar a resolução de equações e bingo para, dada um sequência numérica, marcar o termo correspondente a posição de número 100, são exemplos que podem ser citados.

Considerações

Para minimizar as dificuldades decorrentes da interpretação de símbolos operatórios na passagem da aritmética para a álgebra – descritas por Booth (1995) - apresenta-se no produto educacional da dissertação objeto de estudo, atividades que, devido a sua significação dentro de um contexto que relacione elementos do cotidiano dos estudantes, podem ser abordadas de forma retórica para gradativamente obter-se uma

representação totalmente simbólica. Ainda, destaca-se que a utilização de jogos concomitantemente ao desenvolvimento das atividades propostas permite tornar a aprendizagem prazerosa e desafiadora.

As dificuldade de entendimento do estudo da álgebra e propostas de superação são mais profundamente abordadas na dissertação de mestrado *Álgebra nos anos finais do ensino fundamental: Reflexões e atividades pedagógicas*, de Janaína Poffo, desenvolvida no programa de pós graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau – FURB.

Devido a demanda apresentada a uma pesquisa realizada com 38 acadêmicos no curso de Matemática da FURB durante a Semana Acadêmica do curso, em maio de 2013, onde foram expostas dificuldades em relação ao assunto abordado neste artigo, será realizado no período de 27 de julho a 05 de outubro de 2013, na FURB, como uma ação do programa de extensão Núcleo de Estudos e Ensino de Matemática (NEEM) e do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), um curso de aperfeiçoamento de 40 horas, intitulado *Passos iniciais na álgebra: conceitos elementares e atividades didáticas*. Dessa forma espera-se socializar os resultados de uma pesquisa acadêmica e fazer com que estes sejam levados para as salas de aula da educação básica.

Referências

- Brasil. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Booth, L. R. Dificuldades das crianças que iniciam álgebra. In: coxford, Arthur F.; shulte, Albert P. (Org.). (1995). *As Idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 23-36.
- Poffo, Janaína. (2010) *Álgebra nos anos finais do ensino fundamental: Reflexões e atividades pedagógicas*, 144f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.
- Lochhead, J.; Mestre, J. P. Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: Coxford, A. F.; Shulte, A. P. (Org.). (1995) *As Idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 144-154.