

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO POSSIBILIDADE DE DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS COM ALUNOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Eleni Bisognin - Vanilde Bisognin
eleni@unifra.br - vanildebisognin@gmail.com
Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, RS, Brasil

Tema II.1 : La Resolución de Problemas como Herramienta para la Modelización
Matemática

Modalidad: CB

Nível Educativo: Terciario

Palavras-chave: Competências Matemáticas. Modelagem Matemática. Função.

Resumo

Apresentam-se neste trabalho resultados parciais de um projeto de pesquisa que tem como foco o desenvolvimento de competências matemáticas e conhecimentos sobre o conceito de função, variáveis dependentes e independentes e função linear. Usamos a metodologia de pesquisa qualitativa para analisar os procedimentos dos estudantes de um curso de licenciatura que participaram de uma oficina que teve a Modelagem Matemática como metodologia de ensino. Analisamos as competências que os alunos apresentaram enquanto desenvolviam atividades de Modelagem. Os resultados da pesquisa mostraram que os alunos desenvolveram diferentes competências tais como: análise de dados e informações, formulação de problemas, utilização de diferentes modos de representação, proposição e justificativa de conjecturas, expressão oral e escrita, análise de estratégias de resolução para a compreensão dos conceitos e validação das soluções. Da análise dos resultados pode-se concluir que a Modelagem Matemática propiciou um ambiente útil e favorável para o desenvolvimento de competências matemáticas.

Introdução

Atualmente pesquisadores da área de Educação Matemática têm proposto diferentes ações pedagógicas na busca de estratégias e ou metodologias que favoreçam o ensino da Matemática. Entre as diferentes ações destacam-se, nos últimos anos, os trabalhos desenvolvidos com a Modelagem Matemática especialmente em cursos de formação inicial ou continuada de professores. Esta metodologia, quando utilizada em sala de aula, tem apresentado resultados positivos, nos diferentes níveis de ensino conforme relatos descritos em (BASSANEZI, 2002), (BRANDT, BURAK, KLÜBER, 2010) e (ALMEIDA, ARAUJO, BISOGNIN, 2011).

A principal razão para a defesa da utilização da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, de acordo com os pesquisadores, é que ela permite que os alunos criem problemas, façam perguntas e conjecturas, construam modelos, resolvam e interpretem suas soluções estabelecendo conexões com o mundo real. Por outro lado,

são salientadas, também, dificuldades encontradas por professores com a utilização dessa metodologia para ensinar Matemática. São apontados como problemas: a falta de estudo por parte dos alunos, o ensino deficiente nas séries anteriores, as condições de trabalho e a insegurança dos próprios professores. Por outro lado, os alunos justificam o crescente desinteresse pela Matemática pelo fato de que essa disciplina é apresentada como um corpo fixo de conhecimentos, encadeados e descontextualizados, que não possuem relação com a realidade.

Independentemente das justificativas comprova-se a existência de dificuldades de aprendizagem dessa disciplina em todos os níveis de ensino.

No ensino de graduação, especialmente nos cursos de formação inicial e continuada de professores de Matemática, acreditamos que seja importante promover ações que desencadeiem mudanças de concepção sobre o ensinar e aprender e sobre os papéis que alunos e professores desempenham nesse processo para que a aprendizagem de fato aconteça.

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio para a área de Matemática, encontramos sugestões para o uso da Modelagem Matemática:

Em anos recentes, os estudos em educação matemática também têm posto em evidência, como um caminho para se trabalhar a Matemática na escola, a ideia de *modelagem matemática*, que pode ser entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. (BRASIL, 2006, p. 84. Grifo do autor).

O mesmo documento ainda salienta que a Modelagem Matemática permite que o aluno mobilize variadas competências, associadas, também, à resolução de problemas, tais como:

selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar [...]; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado [...]; confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente [...] modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real. (BRASIL, 2006, p. 85).

Observa-se, nos cursos de formação continuada em que se tem atuado, que a Modelagem Matemática não é uma metodologia muito utilizada pelos professores para ensinar Matemática na Educação Básica, embora esta seja uma metodologia útil, especialmente para desenvolver as novas competências que os estudantes deverão mostrar para resolver as questões do Exame Nacional do Ensino Médio.

Segundo a Matriz de Referência para o ENEM 2009 (BRASIL, 2009) para a área de Matemática e suas Tecnologias, pelo menos duas competências: “Construir noções de

variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano” e “Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas”, podem ser desenvolvidas utilizando-se a Modelagem Matemática.

Neste artigo descrevem-se resultados parciais de um projeto de pesquisa, com apoio do CNPq¹, em que as questões norteadoras, entre outras, são: que competências os estudantes desenvolvem ao trabalharem com atividades de Modelagem Matemática? Como o trabalho com Modelagem Matemática pode auxiliar no desenvolvimento das competências sugeridas nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio? Para responder às questões, analisamos o desempenho de 8 alunos de um curso de licenciatura em Matemática, durante o processo de desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em que o propósito foi a construção de conceitos matemáticos, em particular o conceito de função linear.

Referencial Teórico

Existem na literatura, diferentes concepções de competências. De acordo com Godino et al. (2012, p.2), competência é “a capacidade de lidar com um problema complexo ou de resolver uma atividade complexa”.

No caso específico da Matemática, as diferentes competências que o aluno deve possuir, são aquelas relacionadas com os conteúdos específicos. De acordo com De Corte (2007), a aquisição de competências matemáticas implica que os alunos necessitam compreender conceitos matemáticos, operações e relações; pensar de forma flexível, precisa e adequada; refletir, explicar e justificar logicamente. Para Kilpatrick (2002, apud ALEJO; ESCALANTE, 2012, p.51), competência matemática significa que os alunos têm a capacidade de transferir um conhecimento adquirido para uma nova situação. Estas competências incluem, entre outras, a capacidade de resolver problemas e isto implica na capacidade de identificar as variáveis envolvidas e seus significados; fazer perguntas e conjecturas; procurar respostas; analisar e interpretar as soluções.

A aquisição de competências matemáticas para De Corte (2007) e Kilpatrick (2002, apud ALEJO; ESCALANTE, 2012), é possível a partir da criação de um ambiente de sala de aula em que os alunos devem ter a oportunidade de aprender Matemática como

¹ Processo CNPq N° 405635/2012-5

uma disciplina dinâmica e em constante evolução e não ser reduzida à memorização e procedimentos.

Os resultados de pesquisas de Stieler e Bisognin (2011), Bisognin e Bisognin (2011; 2012), têm mostrado que, como metodologia de ensino, a Modelagem Matemática pode proporcionar um ambiente favorável à aquisição de competências matemáticas como aquelas descritas acima.

No processo da Modelagem Matemática, em suas diferentes etapas de execução, os alunos necessitam analisar informações, usar diferentes modos de representação, sejam elas algébricas, gráficas, geométricas ou numéricas, estabelecer relações entre as variáveis, formular problemas, desenvolver modelos e procurar soluções, formular e justificar conjecturas, analisar e interpretar os resultados. Durante o processo de desenvolvimento de atividades de modelagem, seja individualmente ou em grupo, os alunos constroem novos conhecimentos e diferentes competências.

Neste trabalho, para o desenvolvimento das atividades foram utilizadas as etapas da Modelagem Matemática descritas por Bassanezi (2002), que são: identificação de um problema do mundo real; formulação de um problema matemático; estabelecimento de um modelo matemático; resolução do problema; avaliação do resultado obtido. Na passagem de uma etapa da modelagem para outra os alunos desenvolvem diferentes competências. No primeiro estágio, os alunos devem adquirir a competência de, a partir de um problema do mundo real, formular um problema matemático. Portanto, por meio da modelagem os alunos podem adquirir a competência de formulação de problemas que, em geral, é uma etapa difícil do processo.

Na passagem da segunda para a terceira etapa, os alunos adquirem a competência de definir um modelo para descrever a situação inicialmente proposta. Estabelecido o modelo, no passo seguinte os alunos necessitam solucioná-lo. Nesta etapa as competências estão relacionadas com os conteúdos matemáticos, tais como, a compreensão de conceitos, operações, propriedades e suas relações, o uso de linguagem matemática adequada e métodos de resolução. Na passagem para a última etapa do processo, os alunos podem desenvolver competências relacionadas com a análise, interpretação crítica do resultado obtido, comparando-o com o problema real inicialmente proposto.

Metodologia

Esta pesquisa foi desenvolvida no Curso de Licenciatura em Matemática, no primeiro semestre de 2012, tendo como integrantes oito alunos que entraram em contato com a metodologia da Modelagem Matemática pela primeira vez por meio de uma oficina pedagógica desenvolvida pelas pesquisadoras. As atividades descritas neste artigo são parte de outros problemas trabalhados no projeto, tendo como foco o desenvolvimento de competências matemáticas.

Para o desenvolvimento das atividades os alunos formaram dois grupos, denominados de Grupo A e Grupo B, com quatro elementos cada. Esta oficina teve a duração de oito horas-aula. Durante este tempo, foi solicitado aos alunos que tentassem desenvolver o processo de modelagem a partir de temas escolhidos pelo grupo. O grupo A optou pela realização de um experimento para comprovação da Lei de Hooke e, o grupo B, optou pela busca de resposta à seguinte questão: qual a distância que se deve manter de um veículo a nossa frente para conduzir com segurança na estrada?

A partir da escolha do tema, os alunos discutiram entre si e com as professoras responsáveis pela oficina, expondo suas dúvidas e avanços, que foram registrados pelas pesquisadoras e que serviram de dados para a análise dos resultados da pesquisa, juntamente com as produções dos grupos.

Os resultados foram socializados e, ao final, cada grupo apresentou seu relatório relativo às ações para obtenção da solução, sua validação e as competências desenvolvidas. Um desses relatórios foi escolhido para ser analisado neste trabalho.

Análise dos Resultados

Neste artigo, são apresentados os resultados obtidos pelo Grupo A e é feita uma análise das competências observadas no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática. O primeiro passo foi fazer a transição do problema do mundo real para um problema matemático. Aqui a competência é a formulação de problemas.

A primeira situação-problema, construída pelo grupo A, foi a realização de um experimento simples para verificar como funciona a lei de Hooke. Os alunos realizaram medições das deformações de uma mola de arame flexível, presa numa das extremidades, correspondentes a diferentes pesos colocados em sua extremidade livre. Foram colocados discos de 23g a cada etapa do experimento e os dados obtidos são descritos no Quadro 1, a seguir.

Massa (g)	0	23	46	69	92	115	138
Elongação(mm)	0	10,01	21,60	33,20	45	55,30	65,96

Quadro1: Medidas das elongações da mola

Eles demonstraram compreensão do experimento, mas, mostraram-se inseguros na formulação de um problema matemático. A professora indagou: que variáveis foram utilizadas na construção desse quadro? Que relação existe entre elas?

Um dos alunos respondeu que eram a elongação da mola e o peso colocado em sua extremidade. Outro aluno do grupo salientou que os valores pareciam proporcionais. A professora voltou a indagar: como saber se os valores são ou não proporcionais?

Os alunos responderam que já haviam calculado a divisão entre os valores correspondentes e que os resultados ficaram próximos mas, não eram iguais, assim não era possível afirmar se existia ou não uma proporcionalidade. Eles não conseguiram descobrir a constante de proporcionalidade.

O grupo utilizou os conhecimentos prévios sobre as características de uma relação proporcional para afirmar que não havia proporcionalidade.

Estabelecer relações entre os conceitos matemáticos já trabalhados também é uma competência que os alunos desenvolvem numa atividade de Modelagem.

Uma nova questão foi formulada: é possível fazer uma aproximação dos dados de modo a obter uma constante de proporcionalidade?

A partir da indagação da professora, o grupo construiu o gráfico representativo dos dados do Quadro1 e observou que os pontos não ficaram situados sobre uma reta. Então os alunos fizeram um ajuste de dados pelo método dos mínimos quadrados e obtiveram a expressão $y=0,49x$ representativa de um modelo linear. Essa representação do modelo por meio de uma equação algébrica explícita a constante de proporcionalidade ou a constante elástica da mola. Os dados obtidos são mostrados no Gráfico1 e a representação gráfica do modelo construído é mostrado no Gráfico 2.

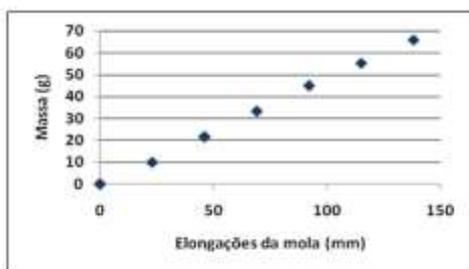


Gráfico1: representação dos dados

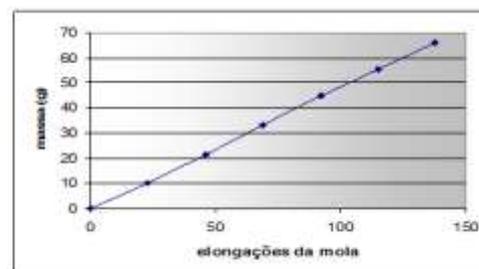


Gráfico 2: representação gráfica do modelo

Representar graficamente os dados obtidos é uma competência matemática que a modelagem propicia.

Observou-se que as etapas da construção do modelo permitiram que os alunos vivenciassem o processo de modelagem e identificassem, por meio de diferentes representações, a relação entre as variáveis, analisassem o conceito de função linear e sua relação com o conceito de proporcionalidade.

Considerações finais

Neste trabalho analisou-se as competências que podem ser adquiridas pelos alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Observou-se que em cada etapa da modelagem foi possível identificar diferentes competências que são requeridas no processo de resolução dessas atividades.

A etapa da formulação de problemas é das mais difíceis, por isso concordamos com Bassanezi (2002), em que o autor propõe que o iniciante, no processo de modelagem, deve começar fazendo pequenas modificações em modelos já estabelecidos para adquirir confiança e não se desmotivar. Na fase inicial do processo de modelagem, os alunos tinham uma base de conhecimentos que lhes permitiu conseguir identificar informações, as fontes de onde poderiam buscá-las e organizá-las, mas a dificuldade foi a formulação de um problema matemático. Neste sentido, trabalhar com uma metodologia que é flexível e necessita a participação ativa dos alunos favorece o desenvolvimento desse tipo de competência.

Os procedimentos usados para resolver o problema mostrou que os alunos tinham competências aritméticas, especialmente na elaboração dos cálculos que permitiram a obtenção do modelo funcional e, a partir da interpretação da solução encontrada, os alunos conseguiram estabelecer relações entre os conceitos matemáticos e os conceitos físicos envolvidos no problema e o significado das constantes, de acordo com o fenômeno analisado.

Concordamos com Lesh (2010), que o papel do professor na condução do trabalho de sala de aula em um ambiente de modelagem, a proposição de um tema que faça sentido aos alunos, pode ajudá-los a desenvolverem diferentes competências e novos conhecimentos, pois eles têm oportunidade de interagir com os colegas do grupo, além do professor; de pensar de forma flexível e com autonomia; refletir, explicar e justificar suas ideias de maneira lógica.

Referências bibliográficas

- Alejo, V.V.; Escalante, C.C. (2012) Developing Mathematical Competences, Learning Linear Equations, Functions and the relation among these Concepts. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (7), 50-57.
- Almeida, L. M. W.; Araújo, J. L.; Bisognin, E. (Org.). (2011). *Práticas de Modelagem na Educação Matemática*. Londrina: EDUEL.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Bisognin, V.; Bisognin, E. (2011). Explorando o conceito de proporcionalidade por meio da modelagem matemática. In: Conferência Interamericana De Educação Matemática, 13, 2011, Recife. *Anais...* Recife, 2011. p. 1-10. 1 CD-ROM.
- Bisognin, E.; Bisognin, V. (2012). Percepções de professores sobre o uso da modelagem matemática em sala de aula. *Bolema*, 26 (43), 277-297.
- Brandt, C. F.; Burak, D.; Klüber, T. E. (Org.). (2012). *Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica*. Ponta Grossa: Editora UEPG.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. (2006). *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Recuperado de http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf.
- Brasil. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2009). *Matriz de Referência para o ENEM 2009*. Recuperado de http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=13318&Itemid=310.
- De Corte, E. (2007). Learning from instruction: the case of mathematics. *Learning Inquiry*, 1 (1), 19-30.
- Godino, J. D. Et al. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *REVEMAT*, 7 (2), 1-21.
- Lesh, R. (2010). What it Means to Understand Statistics (or Other Topics) Meaningfully. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (2), 16-48.
- Stieler, M. C.; Bisognin, V.; (2011). Modelagem Matemática: experiência com alunos de cursos de formação de professores. *Unión*, 28, 129-142.