

RECURRIENDO A LA TOPOLOGÍA EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA Y BACHILLERATO

Silvia González Galindo, M^a Teresa Moyano Dávila, Juan Núñez Valdés
Dpto de Geometría y Topología. Facultad de Matemáticas
silviagonzga@gmail.com, maitemoyano@gmail.com, jnvaldes@us.es

Núcleo temático: V: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: CB.

Nivel educativo: Secundaria y Bachillerato

Palabras clave: Topología en el aula, juegos topológicos, recursos para la enseñanza.

Resumen

En esta comunicación, los autores muestran un conjunto de juegos topológicos, generalmente desconocidos por los alumnos de Secundaria y Bachillerato, entre los cuales pueden ser citados las anillas, pirámide enjaulada y de bolas, serpiente-cubo, cadenas de canastas, coronas laberínticas y desenrollado de cuerda (niveles bajo, medio y alto), que pueden ser usados por los profesores de Matemáticas de esos alumnos en sus clases para conseguir varios objetivos, entre los que podrían destacar: romper con la “rutina habitual” diaria de las clases, introduciendo en ellas materiales novedosos e impensables por esos alumnos para una clase de Matemáticas, aumentar su interés y motivación por la asignatura, haciéndoles ver cómo las Matemáticas ayudan a resolver problemas diferentes de los que ellos están acostumbrados, y potenciar varias cualidades de los alumnos, como pueden ser la visión espacial, la agudeza visual, la imaginación y sobre todo, la capacidad de razonamiento y de utilización de estrategias para conseguir un determinado fin. La idea es que los autores fuesen a una de las clases de los profesores para mostrarles a ellos y a sus alumnos todo este material y sobre todo las ventajas que se infieren de su utilización y aprovechamiento como recurso útil para las Matemáticas.

INTRODUCCIÓN

El principal objetivo de esta comunicación es el de mostrarle a los profesores de Matemáticas de Secundaria y Bachillerato una serie de juegos topológicos, normalmente no conocidos por los alumnos de esos niveles, que pueden ser usados por esos profesores en el aula para conseguir diferentes objetivos, entre los que destacaríamos, aparte el fundamental de conseguir una mayor motivación e interés de los alumnos por esta disciplina, los de potenciar varias cualidades y habilidades de los alumnos, como pueden ser la visión espacial, la agudeza visual, la imaginación y sobre todo, la capacidad de razonamiento y de utilización

de estrategias para conseguir un determinado fin y todo ello con el propósito final de obtener una mayor autoconfianza y autoestima en los alumnos para el estudio de las Matemáticas.

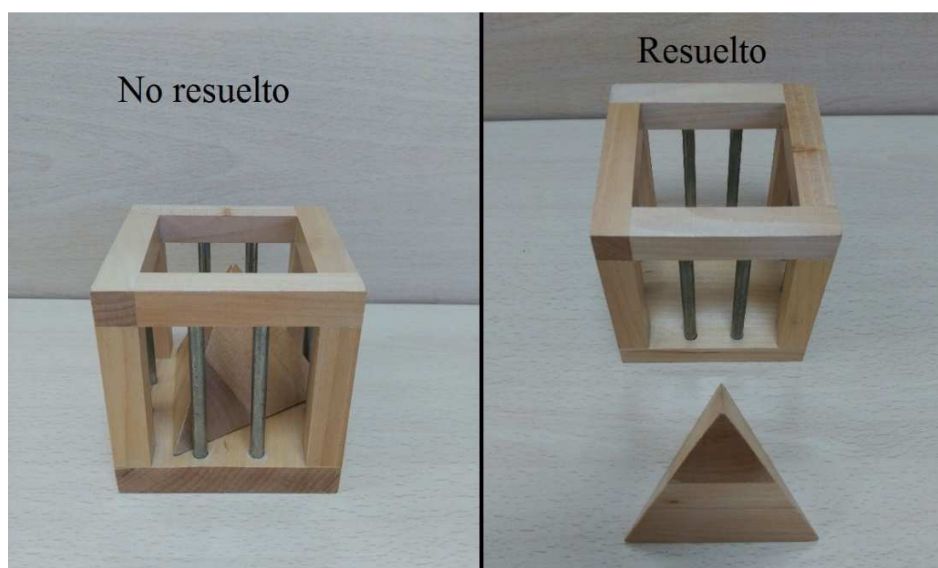
La siguiente tabla muestra algunas de las características de los juegos que se proponen, realizándose en las siguientes secciones una descripción detallada de cada uno de ellos.

Nombre del juego	Dificultad	Curso educativo	Habilidad a desarrollar	Relación con las matemáticas
Pirámide bolas	Media	3° ESO	Visión espacial	Geometría
Pirámide 4 piezas	Media	4° ESO	Visión espacial	Geometría
Serpiente-cubo	Alta	4°/Bach.	Rotación mental, seguir un proceso	Ángulos, rotaciones
Las anillas	Baja	2° ESO	Percepción espacial	Ángulos, perpendicularidad
A-nillas	Alta	Bachillerato	Percepción espacial	Topología (“agujeros”)
Pirámide enjaulada	Baja	1° ESO	Visión espacial	Aristas, diagonales
Coronas laberínticas	Media	2°/3° ESO	Coordinación, “multitasking”	Funciones de una variable
Cadena de canastas	Media	3°/4° ESO	Pensar ordenadamente, métodos iterativos	Algoritmos

Finalmente, nos gustaría indicar que todas las imágenes que aparecen en esta comunicación han sido elaboradas y editadas por los autores de la misma.

Pirámide enjaulada

Este juego consiste en sacar el tetraedro (pirámide triangular con sus cuatro caras iguales) de la “jaula”, teniendo en cuenta que las aristas del tetraedro son mayores que los lados del cuadrado superior, por donde hay que sacar la pirámide.



Con el mismo se pretende que el alumno desarrolle su visión espacial, ya que tendrá que ir girando el tetraedro para encontrar la posición en la que es posible sacarlo de la jaula, que es aquella en la que una de las aristas del tetraedro coincide con la diagonal de la abertura cuadrada.

En este juego geométrico se puede ver cómo la diagonal de un cuadrado es la mayor de las longitudes que este contiene, puesto que el tetraedro solo puede salir y entrar a través de la misma, el resto de longitudes, como la de los lados, por ejemplo, son demasiado pequeñas.

Las anillas



Este juego se compone de dos anillas idénticas, tal y como se muestra en la imagen, que están entrelazadas entre sí. Se pueden separar si, estando las anillas alineadas de forma que los trozos rectos formen un ángulo de 90° , se tira de ellas en sentidos opuestos.

Los alumnos deben entonces recurrir al concepto de la perpendicularidad para darse cuenta de que esa posición es la única en la que hay el suficiente espacio para que las anillas puedan desenlazarse, desarrollando así una cierta percepción espacial.

Coronas laberínticas

Este juego está provisto de una corona circular que tiene por cada lado un laberinto distinto. Unido a ella hay otra corona circular con una abertura y dos salientes que son los que tendrán que salir del laberinto para conseguir separar ambas piezas.

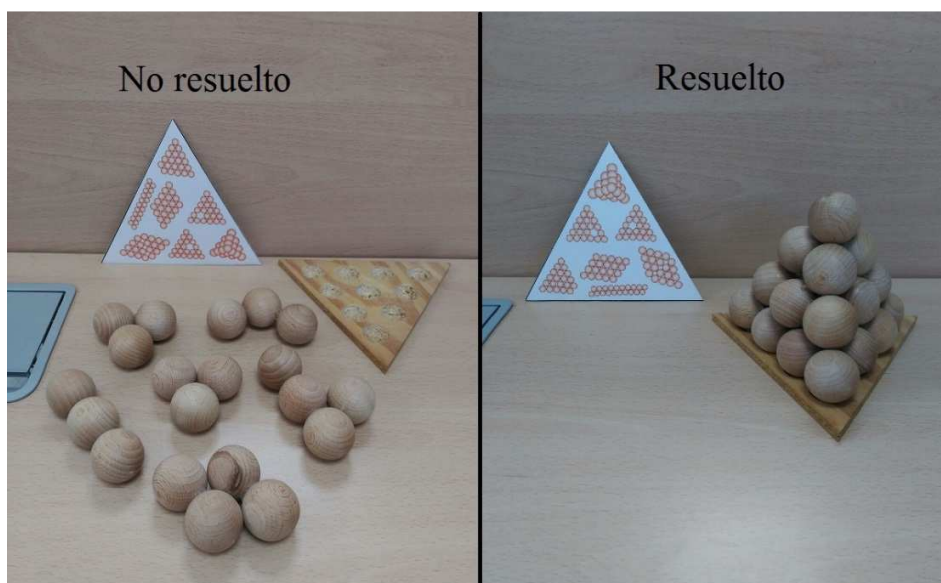


Los alumnos tendrán que desarrollar la capacidad conocida en inglés como “multitasking”, es decir, realizar más de una tarea a la vez, ya que no pueden avanzar por el laberinto de una cara sin tener en cuenta el de la cara opuesta, poniendo así a prueba su coordinación y memoria para recordar los movimientos que pueden hacer y los que no en el otro lado del laberinto.

Se puede establecer una analogía entre este juego y una función de dos variables, ya que la solución (separar las coronas) depende de dos laberintos, cada uno con una forma distinta, y aun así, existe una relación en cómo se ha de mover la herradura para llegar al estado deseado.

Pirámide de bolas

En este juego se han de construir varias figuras, que aparecen en la cartulina de la imagen, mediante unas piezas hechas de bolas de madera.



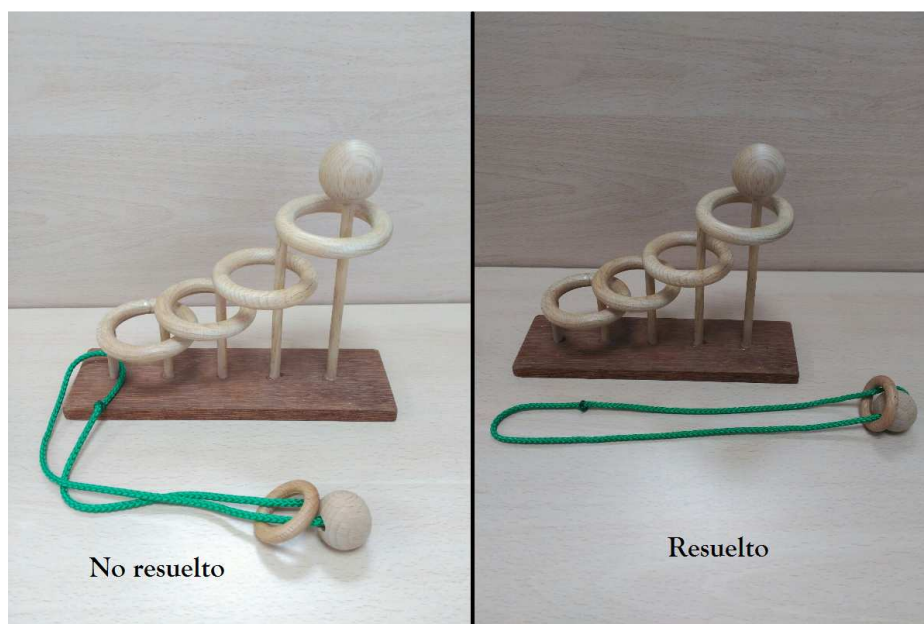
Al realizar estas distintas figuras, se desarrolla en gran medida la visión espacial, puesto que los alumnos han de tener la figura deseada en mente y saber cómo colocar las piezas para obtener el resultado que quieren.

Además, una propuesta muy curiosa que se les puede hacer es preguntarles si hay distintas maneras de poder formar una misma figura. Habrá seguramente alumnos que consideren distinta la misma construcción con una rotación de 60° o 120° , aunque en realidad no lo es. De la misma forma, sí que se admiten distintas construcciones para algunas de las figuras propuestas, aunque no para otras, como la pirámide, por ejemplo.

Cadena de Canastas

Este juego está provisto de una serie de palos de madera unidos cada uno a una anilla, con forma de canastas, entrelazadas entre sí. El objetivo consiste en sacar la cuerda (con la bola y el aro) de la estructura de madera, tal y como se muestra en la fotografía.

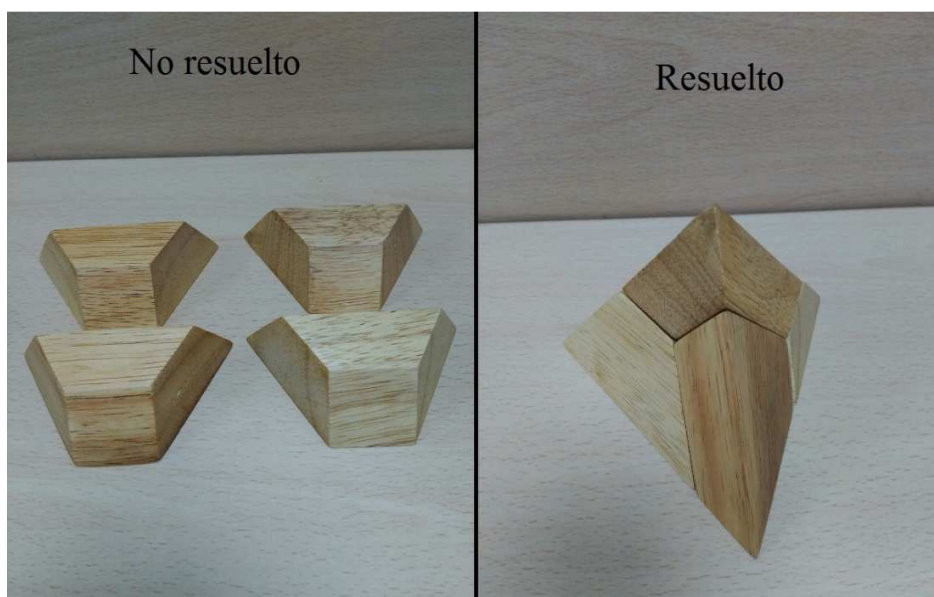
Se trata de un juego cuya resolución es iterativa, es decir, una vez conocido el primer paso, basta con repetirlo varias veces para resolverlo. El alumno tendrá que pensar razonadamente cuál será ese método y ser ordenado para que, en cada paso, avance hacia la solución en lugar de retroceder.



Mediante este juego los alumnos tendrán un ejemplo práctico de lo que es un algoritmo y de cómo resolver un problema gracias a él.

La ventaja de este juego es que los alumnos pueden construirlo fácilmente con cinco palos de madera, cinco anillas, una cuerda y una tabla de madera, tal y como se muestra en la figura.

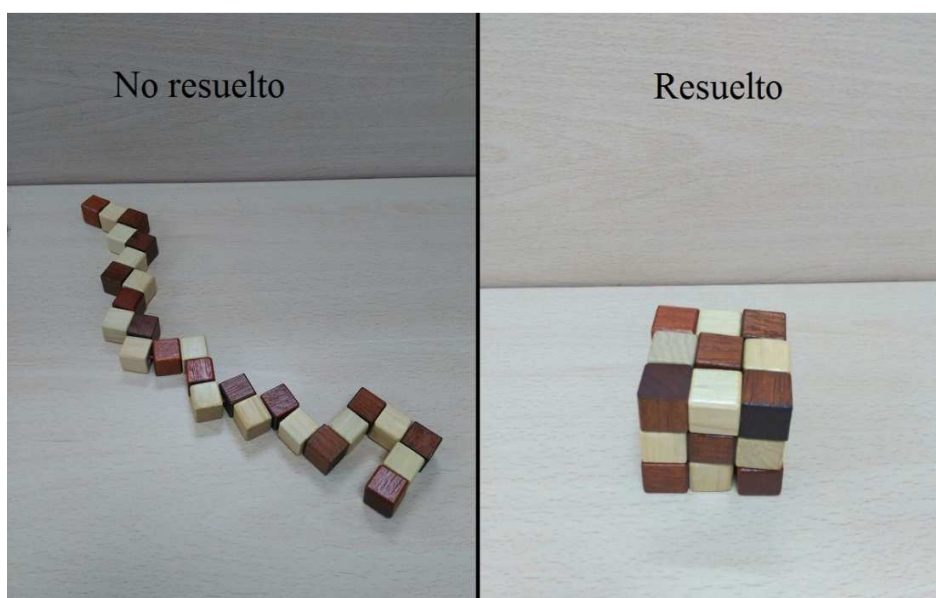
Pirámide de cuatro piezas



Este juego consiste en formar una pirámide triangular (tetraedro) a partir de cuatro piezas iguales de madera. Para ello, los alumnos tendrán que razonar cómo deben colocar dichas piezas para obtener el resultado final de la fotografía, teniendo en cuenta que, por ejemplo las caras más pequeñas con forma de cuadrado deben quedar por dentro de la figura.

De esta forma, los alumnos desarrollarán su visión espacial, ya que para formar la figura deben tener primero una idea en mente de cómo colocar las piezas, y verán que la geometría puede parecer, como en este caso, aparentemente imposible, pero que de la forma adecuada, todas las piezas encajan perfectamente.

Serpiente-cubo

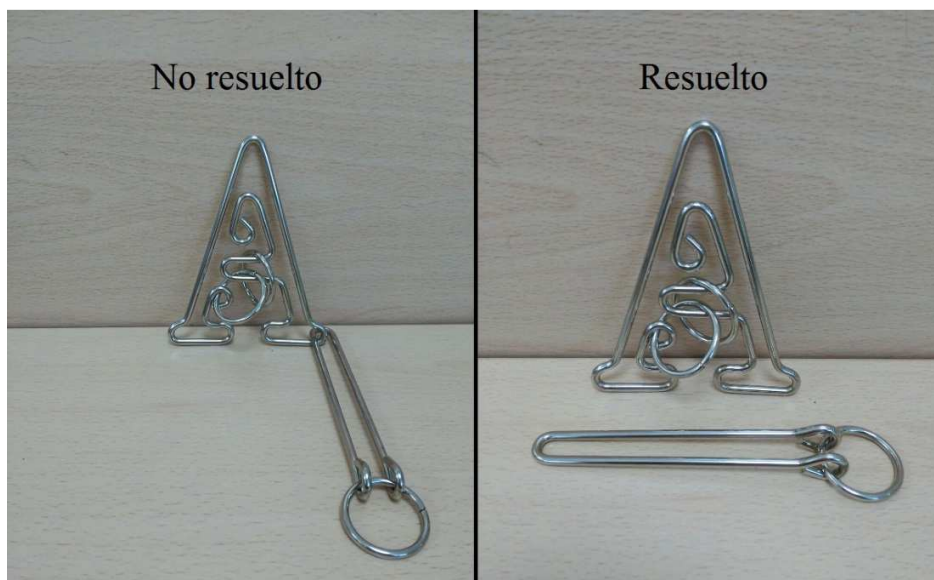


El objetivo de este juego es construir un cubo formado por 27 cubos más pequeños unidos entre sí de una determinada forma, de manera que el único movimiento que se puede realizar entre dos cubos unidos entre sí es rotar uno de ellos sobre el otro respecto de la cara por la que están unidos.

Los alumnos tendrán que seguir un proceso lógico de varios pasos para construir el cubo final, teniendo en cuenta que nunca puede haber más de tres cubos alineados (puesto que la figura final tiene tres cubos pequeños de lado), poniendo así en práctica las rotaciones de 90° , 180° y 270° . Esto les permite desarrollar una competencia perteneciente a la inteligencia

espacial conocida como *rotación mental*, que es esencialmente la visualización de cómo va a quedar una figura tras rotarla un cierto número de grados en el espacio.

A-nillas



Este juego consiste en dos trozos de alambre que hay que conseguir separar. El primero de ellos está compuesto por dos anillas unidas a otro alambre con forma de A, mientras que el segundo corresponde a la pieza alargada. En él se pueden apreciar ciertos conceptos de topología, ya que el alambre con forma de A tiene un solo “agujero”, lugar por el que debe salir el segundo alambre. Además, habrá que fijarse en los “agujeros” de las anillas y del segundo alambre para conseguir resolver el problema.

Este juego puede construirse manualmente si disponemos de alambre, dándole la forma que aparece en la fotografía.

Referencias bibliográficas

- Alsina, C., Fortuny, J.M. (1987). *Invitación a la didáctica de la Geometría*. Madrid, Ed. Síntesis.
- Gardner, M. (1986). *Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas*. Ed. Labor, Barcelona.
- Grupo Alquerque (2005). *Juegos Topológicos*. Consultado 20/03/2017
http://www.grupoalquerque.es/ferias/2005/topologicos/j_topo.htm
- *Juegos Didácticos*. (2017) (1ª ed.). Consultado 20/03/2017

<http://thales.cica.es/system/files/JUEGOS-THALES.pdf>

- Juegos topológicos. (2017). Materiales Didácticos Bemal. Consultado 20/03/2017
<http://www.bemal.net/Juegos-topologicos>

- Martín, José Ignacio. Web personal: Zumo de Neuronas. Consultado 20/03/2017
www.juegosdelogica.com/index.php/126-mi-coleccion-de-juegos-de-logica-e-ingenio

- Prieto, C. (2005). Topología Básica. Fondo De Cultura Económica USA, 519 páginas.