

UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA EN EL MARCO DE LA PEDAGOGÍA CONCEPTUAL

Jhon Darwin Erazo Hurtado – Liliana Patricia Ospina Marulanda
jderazo@uniquindio.edu.co – lpospina@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío, Armenia - Colombia

Tema: I.1 - Pensamiento Algebraico.

Modalidad: CB.

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)

Palabras clave: Estrategia didáctica, ecuación lineal, competencias, pedagogía conceptual.

Resumen

El propósito del proyecto de investigación, fue desarrollar en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Campestre Edelmira Niño Nieto de la Ciudad de Armenia - Colombia, la capacidad para interpretar, argumentar y proponer desde el concepto de ecuación lineal con una incógnita, a partir del diseño e implementación de una estrategia didáctica en el marco de la pedagogía conceptual. Se realizó un diseño de investigación cuasi-experimental, además se hizo un análisis cualitativo a los estudiantes del grupo experimental, a través de la entrevista semi-estructurada. Los resultados reflejaron que al abordar el tema con la estrategia propuesta los estudiantes mostraron mayor motivación, interés y disposición hacia el aprendizaje de las ecuaciones lineales con una incógnita, lo que se observó en la presentación de la historia del álgebra y la utilización de material visual y- manipulativo: como videos, balanzas y fichas. La resolución de situaciones problema utilizando el método de la U y la elaboración de mentefactos conceptuales que involucran el concepto de ecuación lineal con una incógnita, fueron herramientas que facilitaron la conceptualización del tema y su aplicabilidad, logrando que los estudiantes alcanzaran distintos niveles de competencia interpretativa, argumentativa y propositiva, mostrándose así la eficacia de la estrategia didáctica utilizada.

Planteamiento del problema

Desde la labor docente, se hace notable que existe una actitud de apatía y falta de compromiso de los estudiantes frente a las matemáticas, y en especial en el campo conceptual del álgebra, la cual ven como algo abstracto fuera de contexto y de aplicabilidad inmediata; precisamente los resultados obtenidos en las evaluaciones son desalentadores. El diseño y la resolución de situaciones problemas que conlleven al planteamiento de ecuaciones lineales o cuadráticas son habilidades generales en las que los estudiantes de básica secundaria presentan serias dificultades al no tener, para ello, suficientemente desarrolladas las destrezas esenciales como lo son *traducir del lenguaje habitual al algebraico y viceversa*, por ende, es importante resaltar la estrecha relación existente entre desarrollo del pensamiento variacional y la construcción

de un lenguaje algebraico para la modelación de una situación que lo requiera para su interpretación.

Frente a estas dificultades se hace necesario, generar estrategias didácticas de enseñanza – aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita y su aplicación en situaciones problema, conducentes a mejorar el nivel de desarrollo de competencias interpretativa, argumentativa y propositiva.

Surge entonces la pregunta, **¿Desarrollarán los estudiantes de grado séptimo, la capacidad para interpretar, argumentar y proponer desde el concepto de ecuación lineal con una incógnita, a partir del diseño e implementación de una estrategia didáctica en el marco de la pedagogía conceptual?**

Referentes teóricos

Varias investigaciones apuntan a plantear estrategias que permitan el desarrollo de competencias en matemáticas para estudiantes de básica secundaria y media. Dado esto, se evidencia la necesidad de proponer nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y se muestra que efectivamente existen dificultades en el planteamiento y resolución de problemas matemáticos, en los procesos lógicos y analíticos y por consiguiente se debe fortalecer este aspecto generando un cambio de actitud en los estudiantes.

Hernández, S. (1998) en su investigación “La Enseñanza del Álgebra a través de la Resolución de Problemas en la Escuela Secundaria” en Ciudad de México, tiene como propósito manifestar su convicción de que la resolución de problemas ha de jugar un papel fundamental en la enseñanza de las matemáticas y esta apreciación es ampliamente compartida en la comunidad. Esta tendencia, sin embargo, no responde a una idea tan clara, ni descansa en una tesis de significado tan unívoco.

Londoño S. et al (2010) en su investigación “Acercamiento de la Ecuación de Primer Grado desde la Modelación” en la ciudad de Medellín, tiene como propósito determinar de qué manera estudiantes de grado once construyen modelos de la ecuación de primer grado mediante situaciones propias de sus contextos.

Estas investigaciones y otras mencionadas en el proyecto evidencian la preocupación que existe en cuanto al desarrollo de estrategias de enseñanza- aprendizaje de las

matemáticas, y específicamente en el campo conceptual del álgebra, en la educación básica secundaria y media.

Para describir y analizar cada uno de estos aspectos, se parte de la pregunta: ¿Cómo logran los estudiantes aumentar su nivel de competencias interpretativa, argumentativa y propositiva en la resolución de problemas algebraicos de ecuaciones lineales con una incógnita? Ésta es, actualmente, una de las principales preocupaciones de los docentes de matemática en la educación básica secundaria.

Competencia Interpretativa: Para el MEN mencionado por Ospina (2010), La competencia interpretativa se refiere a los actos que un sujeto realiza con el propósito de comprender lo planteado o dicho en un texto o una situación específica. Concebida como la capacidad del estudiante para dar sentido a los problemas que surgen de una situación. En esta instancia se propone que el estudiante entienda verdaderamente el sentido que tiene esta área para su vida.

Competencia Argumentativa: De Zubiría J. (Zubiría, 2010) sostiene que la función de la argumentación es dar soporte, justificar o apoyar una idea, permitiendo evaluar diversas alternativas convenciendo a un público en particular sobre la competencia o la justeza de una posición o tesis. La competencia argumentativa involucra todas aquellas acciones que tienen como fin dar razón de una afirmación y que se expresa en la explicitación del “Por qué” y “Para qué” de un planteamiento teórico.

Competencia Propositiva: Según el MEN (MEN, 2006), es una actuación crítica creativa, caracterizada por plantear opciones o alternativas de solución a la problemática suscitada por una situación o explicitadas en un texto. La validez de tales alternativas está garantizada por la estructura significativa promovida en el texto, es decir, por las posibilidades de significación propias de éste.

Para que un estudiante mejore su nivel cada una de las competencias mencionadas, es importante organizar y orientar situaciones en el aula tendientes a su desarrollo personal e intelectual, y esto se logra teniendo claro el concepto de didáctica y las didácticas de enseñanza- aprendizaje que le facilite al estudiante la adquisición de herramientas y habilidades que le permitan desempeñarse con éxito en la sociedad.

Dado que el proyecto de investigación busca plantear estrategias didácticas de enseñanza – aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita y su aplicación en situaciones

problema, se hace necesario conceptualizar inicialmente algunos elementos teóricos de modelo, modelación y contextos que fundamenten el papel de los ambientes de enseñanza y de aprendizaje.

Secuencia Didáctica: La Fundación Internacional de Pedagogía Conceptual Alberto Merani (FIPC, 2010) Propone, desde pedagogía conceptual, 4 fases de la secuencia didáctica para la enseñanza-aprendizaje de una competencia; La primera es una *etapa de inicio*, la segunda etapa es de *Comprensión que respalda la destreza*, La tercera es *etapa de desarrollo de la destreza* y por último la *etapa de cierre*.

- *Etapa de Inicio:* Esta etapa cuenta con dos fases, Motivación y Encuadre.

- *Motivación:* Tiene como propósito vincular al estudiante con el aprendizaje afectivo, argumentando la necesidad de poderlo utilizar. En esta fase se muestra la necesidad de la destreza y propósito de la misma por medio de preguntas afectivas (retroalimentación afectiva).

- *Encuadre:* Tiene como propósito disponer el ambiente propicio para el alcance del propósito. Se muestran las reglas, los roles y los productos esperados y se hace por medio de preguntas actitudinales (retroalimentación actitudinal).

- *Etapa de comprensión que respalda la destreza:* Esta etapa cuenta con dos fases, Enunciación y Modelación.

- *Enunciación:* Tiene como propósito explicar y apropiar a los estudiantes de los instrumentos de conocimiento necesarios para la competencia y se hace por medio de preguntas nocionales, conceptuales o argumentales, aclaraciones y síntesis de las nociones, conceptos o argumentaciones.

- *Modelación:* El propósito es lograr que los estudiantes comprendan y aprendan la forma de realizar la competencia. Se enseñan procedimientos aplicados a una situación y se hace por medio de preguntas procedimentales, aclaraciones y síntesis sobre el procedimiento.

- *Etapa de desarrollo de la destreza:* Esta etapa cuenta con dos fases, Simulación y ejercitación.

- *Simulación*: el propósito de esta fase es concienciar a los estudiantes de sus aciertos y errores en la aplicación de la estrategia para facilitar el desarrollo de la misma. Se hace por medio de consejos de calidad en la aplicación de la estrategia por medio de preguntas reflexivas-corrección, o estímulo de aprobación.

- *Ejercitación*: El propósito es generar y regular un ambiente que facilite el desarrollo autónomo de la estrategia.

• *Cierre*: esta etapa cuenta con dos fases, demostración y síntesis y conclusión.

- *Demostración*: El propósito es generar y regular un ambiente que facilite el desarrollo autónomo pero concienzudo de la estrategia, asumiendo una actitud de autoexigencia y rigor.

- *Síntesis y conclusión*: el propósito es sintetizar, las actitudes y acciones que determinaron la utilización de las enseñanzas, evaluando la calidad del producto para garantizar la transferencia. Se hace por medio de un resumen de procedimientos y conclusiones.

Además de tener como referente la secuencia didáctica expuesta anteriormente para el diseño la estrategia propuesta en el trabajo de investigación, es importante a la hora de enseñar ecuaciones lineales y su aplicación en situaciones problema, tener en cuenta los conceptos previos, el recorrido histórico, la fase real, fase gráfica, fase simbólica y la resolución de problemas, descritos a continuación.

Conceptos Previos: Se procura averiguar qué saben los estudiantes sobre el concepto de igualdad, propiedades de las igualdades, ecuación, incógnita, etc. Y realizar una nivelación de los vacíos conceptuales que se tengan (Murillo, 2000)

El Recorrido Histórico: El propósito es mostrarle al estudiante la historia de construcción del concepto de ecuación lineal con una incógnita.

Fase Real: En esta fase se busca que el estudiante visualice el concepto de ecuación lineal con una incógnita y su aplicación en situaciones problema a través de representaciones (videos, gráfica, fotografías, dibujos, esquemas, dramatizaciones, material manipulativo tangible o gráfico-textual).

Fase gráfica: Una vez los estudiantes han tenido contacto con elementos tangibles, físicos, es necesario que represente gráficamente esta experiencia. Cuando el estudiante adquiere la capacidad de tomar las imágenes mentales construidas a partir de la experiencia real con varios elementos y llevarlas a un *papel*, dan un paso importante a fortalecer el desarrollo de su pensamiento abstracto y favorece el aprendizaje para estudiantes que tienen diferentes formas de asimilación de información (visual).

Fase Simbólica: Una vez los estudiantes son conscientes de las características y propiedades aprendidas en la fase anterior, se les muestra la forma de representarlo con símbolos matemáticos. No puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación. No se deben confundir nunca los objetos matemáticos (números, funciones, rectas, etc.) con sus representaciones (escrituras decimales o fraccionarias, los símbolos, los gráficos, los trazados de figuras, etc.), pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes.

Resolución de problemas: Para Polya (1945, citado por Godino et al, 2003), la resolución de un problema consiste, a grandes rasgos, en cuatro fases: 1) Comprender el problema, 2) Concebir un plan, 3) Ejecutar el plan y 4) Examinar la solución obtenida. Cada fase se acompaña de una serie de preguntas cuya intención clara es actuar como guía para la acción.

Metodología

Se realizó un diseño de investigación cuasiexperimental, por cuanto se diseñó e implementó una estrategia didáctica de enseñanza-aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita y su aplicación en situaciones problema en el marco de la pedagogía conceptual con los estudiantes de grado séptimo del Colegio Campestre Edelmira Niño Nieto con el fin de establecer, si la estrategia didáctica propuesta mejoró en los estudiantes del grupo experimental la capacidad para interpretar, argumentar y proponer, y se orientó el mismo tema en un grupo control donde se utilizó la estrategia didáctica tradicional y así comparar los resultados obtenidos por ambos grupos.

Además se realizó un **análisis cualitativo** basado en la entrevista a estudiantes del grupo experimental, lo cual según Ruiz (2007), la entrevista pretende explicar más que comprender y busca minimizar errores, además permite que ambos actores (investigador – estudiante) pueden influirse mutuamente, tanto consciente como inconscientemente en el desarrollo de dicha entrevista. Además de la entrevista se analizó cómo los estudiantes

resolvían una situación problema utilizando el método de la U¹ y finalmente se analizó como elaboraban el mentefacto conceptual de ecuación lineal con una incógnita. Se busca con lo anterior ir más allá de lo que los estudiantes respondieron en el pretest, y hacer un análisis más profundo, para ello se establecieron categorías por cada competencia para identificar si los estudiantes alcanzaron los niveles interpretativo, argumentativo y propositivo con el uso de la estrategia didáctica en el marco de la pedagogía conceptual.

Conclusiones

- Con la implementación de la estrategia didáctica de enseñanza-aprendizaje propuesta, los estudiantes del grupo experimental alcanzaron un mayor nivel de competencia interpretativo, argumentativo y propositivo, evidenciado en los resultados del postest.
- Al comparar los resultados de los postest de los estudiantes del grupo control y el experimental, utilizando la prueba t-student, se evidencia que aun nivel de confianza del 95% existen diferencias significativas entre ambos grupos, lo que indica que se acepta la hipótesis de trabajo y se rechaza la hipótesis nula, mostrándose así la eficacia de la estrategia didáctica orientada desde el marco de la pedagogía conceptual.
- Los estudiantes del grupo experimental reflejaron mayor motivación, interés y disposición hacia el aprendizaje de las ecuaciones lineales con una incógnita, lo que se evidenció cuando se presentó el recorrido histórico del álgebra y la utilización de material real o concreto como los videos, balanzas y fichas para la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita.
- Con la utilización de la secuencia didáctica se observó que a través las etapas de etapa de inicio, de comprensión que respalda la destreza, de desarrollo de la destreza y la etapa de cierre, permitió a los estudiantes del grupo experimental organizar sus esquemas de conocimiento y llegar a la conceptualización del tema.
- La resolución de situaciones problema utilizando el método de la U y la elaboración de mentefactos conceptuales que involucran el concepto de ecuación lineal con una incógnita, fueron herramientas que facilitaron la conceptualización del tema y su aplicabilidad.

¹ El método de la U es un algoritmo propuesto desde pedagogía conceptual que consta de 7 pasos y permite la resolución de situaciones problemas matematizables.

Referencias Bibliográficas

- Ausubell, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa* (2 ed.). Trillas, México.
- Becerril T, M. J., Delgado H, T. E., Martín, P. M., & Ramírez L, A. (Noviembre de 2005). *Curso estartegias didacticas para la enseñanza de la Química. estados de Agregación* . México D.F, México.
- De Zubiría, M. (2004). *Enfoques Pedagógicos y Didácticas Contemporáneas*. Bogotá: Fundación Internacional de Pedagogía Conceptual Alberto Merani
- Giraldo B, G. (2007). *enseñanza del algebra escolar desde la solución de problemas*. Simposio de enseñabilidad de las matemáticas.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. En J. D. Godino, & C. Batanero, *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros* (págs. 62-63). Madrid: ReproDigital.
- Hernández, S. (1998). *La Enseñanza del Álgebra a través de la Resolución de Problemas en la Escuela Secundaria*. Recuperado el 10 de Septiembre de 2010, de Red Experimental: redexperimental.gob.mx/descargar.php?id=340
- Londoño O, S. M., Muñoz M, L. M., & Jaramillo L, C. M. (Octubre de 2010). *Acercamiento de la Ecuación de Primer Grado desde la Modelación*. Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa , 609-618. Bogotá: Universidad de Antioquia.
- Mazarío T, I., Mazarío T, A. C., & Yll L, M. (2005). *Enseñar a aprender. Estrategias didacticas para enseñar a aprender* . La Habana, Cuba.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de Competencias en Matemáticas*. En *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas* (págs. 46-95). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ruiz O, J. I. (2007). *Metodología de la investigación cualitativa* (5° ed.). San Sebastian, España: Universidad de Deusto.

Anexo 1: Comparación de resultados del pretest de los grupos control y experimental

SnapStat: Comparación de Dos Muestras

| | PRE CONTROL | PRE EXP |
|---------------------|-------------|----------|
| Frecuencia | 19 | 22 |
| Media | 34.0284 | 30.68 |
| Mediana | 36.06 | 30.7 |
| Desviación típica | 8.7017 | 8.58077 |
| Mínimo | 11.1 | 15.23 |
| Máximo | 49 | 49.9 |
| Asimetría típ. | -1.80253 | 0.617297 |
| Curtosis tipificada | 1.59081 | 0.430121 |

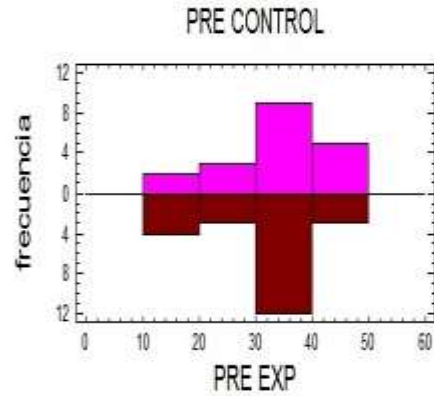
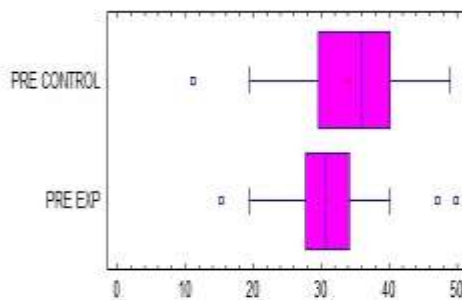


Gráfico de Cajas y Bigotes



95% intervalos de confianza

Dif. de medias: 3.34842 +/- 5.47125 [-2.12283, 8.81967]
Ratío de varianzas: [0.417733, 2.61628]

Comparación de Medias

Hipótesis nula: diferencia = 0
Estadístico t = 1.23789 Ambos P-valor = 0.2232

Comparación de Sigmas

Hipótesis nula: ratio = 1
Estadístico F = 1.02839 Ambos P-valor = 0.9421

Diagnósticos

Shapiro-Wilks P-valor = 0.1983 y 0.1318

Anexo 2: Comparación de resultados del postest de los grupos control y experimental

SnapStat: Comparación de Dos Muestras

| | POS CONTROL | POS EXP |
|---------------------|-------------|----------|
| Frecuencia | 19 | 22 |
| Media | 41.0174 | 56.3836 |
| Mediana | 40.24 | 56.54 |
| Desviación típica | 9.79536 | 14.0715 |
| Mínimo | 22.2 | 33.3 |
| Máximo | 58.28 | 88.8 |
| Asimetría típ. | 0.0622416 | 0.389124 |
| Curtosis tipificada | -0.283683 | 0.127379 |

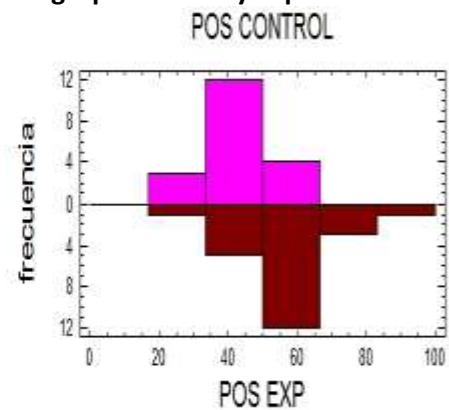
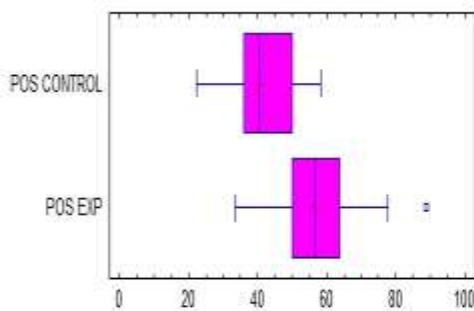


Gráfico de Cajas y Bigotes



95% intervalos de confianza

Dif. de medias: -15.3663 +/- 7.78186 [-23.1481, -7.58441]
Ratío de varianzas: [0.196836, 1.23232]

Comparación de Medias

Hipótesis nula: diferencia = 0
Estadístico t = -3.99407 Ambos P-valor = 0.0003

Comparación de Sigmas

Hipótesis nula: ratio = 1
Estadístico F = 0.484576 Ambos P-valor = 0.1254

Diagnósticos

Shapiro-Wilks P-valor = 0.6969 y 0.6593
Autocorrelación en Lag 1 = 0.0220 +/- 0.4496, 0.0334 +/- 0.4179

Anexo 3: Competencia Interpretativa grupo experimental

SnapStat: Comparación de Dos Muestras

| | Interpretativa P | Interpretativa P |
|---------------------|------------------|------------------|
| Frecuencia | 16 | 16 |
| Media | 1,7675 | 3,23438 |
| Mediana | 1,33 | 2,99 |
| Desviación típica | 1,48108 | 1,32342 |
| Mínimo | 0,0 | 0,48 |
| Máximo | 4,54 | 5,55 |
| Asimetría tipi. | 0,849095 | 0,0548172 |
| Curtosis típificada | -0,801856 | 0,0400413 |

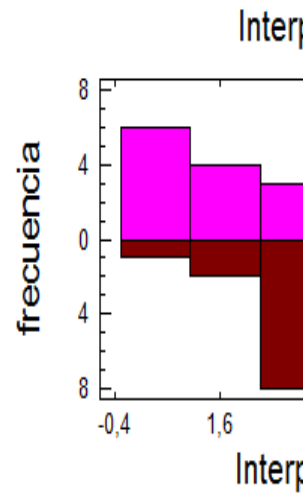
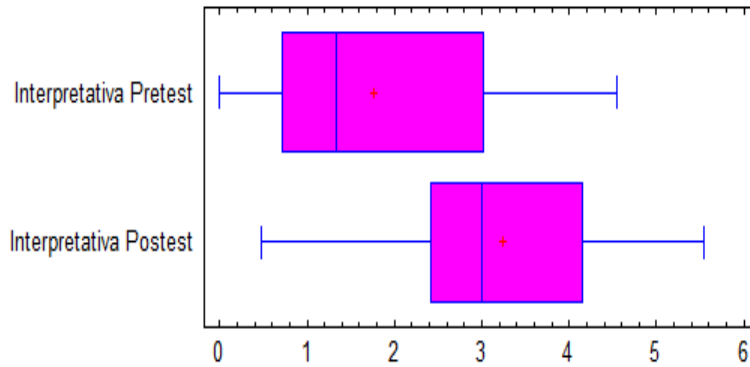


Gráfico de Cajas y Bigotes



95% intervalos de confianza

Dif. de medias: -1,46688 +/- 1,0141 [-2,48098,-0,45278]
Ratio de varianzas: [0,437599,3,58463]

Comparación de Medias

Hipótesis nula: diferencia = 0
Estadístico t = -2,95411 Ambos P-valor = 0,0060

Comparación de Sigmas

Hipótesis nula: ratio = 1
Estadístico F = 1,25245 Ambos P-valor = 0,6685

Diagnósticos

Shapiro-Wilks P-Valor = 0,1383 y 0,6457
Autocorrelación en Lag 1 = 0,1737 +/- 0,4900, 0,0

Anexo 4: Competencia Argumentativa pre-pos experimental

SnapStat: Comparación de Dos Muestras

| | pre | post |
|---------------------|-----------|-----------|
| Frecuencia | 6 | 6 |
| Media | 2,42833 | 3,75833 |
| Mediana | 2,7 | 3,35 |
| Desviación típica | 1,07302 | 1,24588 |
| Mínimo | 1,08 | 2,41 |
| Máximo | 3,74 | 5,55 |
| Asimetría tipi. | -0,373289 | 0,654862 |
| Curtosis típificada | -0,808394 | -0,704022 |

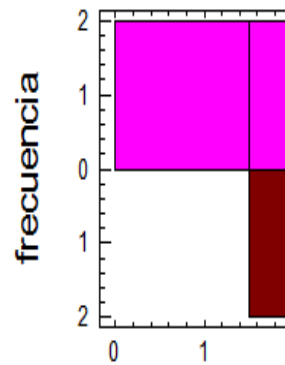
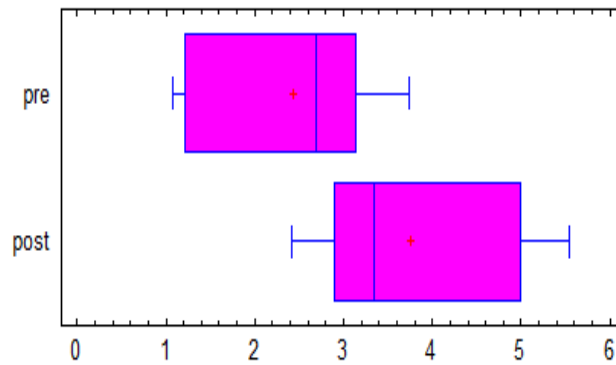


Gráfico de Cajas y Bigotes



95% intervalos de confianza

Dif. de medias: -1,33 +/- 1,49568 [-2,82568,0]

Ratio de varianzas: [0,103795,5,30095]

Comparación de Medias

Hipótesis nula: diferencia = 0

Estadístico t = -1,98133 Ambos P-valor = 0,07

Comparación de Sigmas

Hipótesis nula: ratio = 1

Estadístico F = 0,741763 Ambos P-valor = 0,7

Diagnósticos

Shapiro-Wilks P-Valor = 0,4109 y 0,3997

Autocorrelación en Lag 1 = 0,5053 +/- 0,8002,

Anexo 5: Competencia Propositiva grupo experimental

SnapStat: Comparación de Dos Muestras

| | propositiva pret | propositiva post |
|---------------------|------------------|------------------|
| Frecuencia | 7 | 7 |
| Media | 1,80857 | 2,79 |
| Mediana | 1,45 | 3,08 |
| Desviación típica | 1,33568 | 1,54175 |
| Mínimo | 0,0 | 0,0 |
| Máximo | 3,85 | 4,99 |
| Asimetría tipi. | 0,420596 | -0,717847 |
| Curtosis tipificada | -0,380958 | 0,87619 |

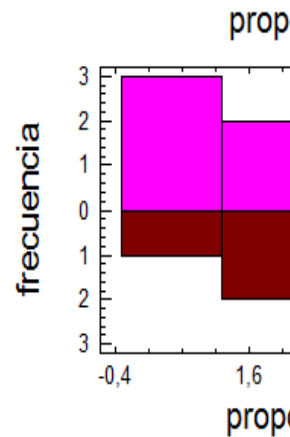
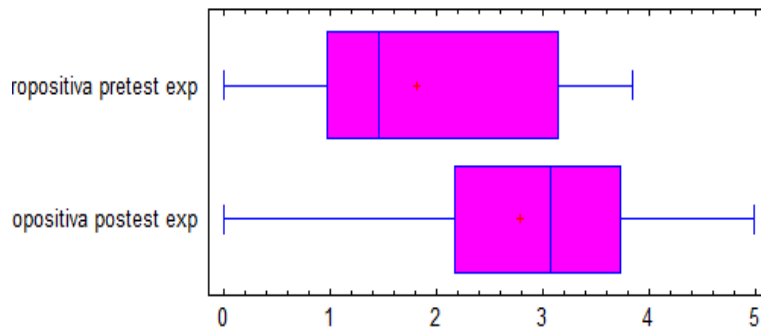


Gráfico de Cajas y Bigotes



95% intervalos de confianza

Dif. de medias: -0,981429 +/- 1,67986 [-2,661

Ratio de varianzas: [0,128965,4,368]

Comparación de Medias

Hipótesis nula: diferencia = 0

Estadístico t = -1,27294 Ambos P-valor = 0,22

Comparación de Sigmas

Hipótesis nula: ratio = 1

Estadístico F = 0,750546 Ambos P-valor = 0,7

Diagnósticos

Shapiro-Wilks P-Valor = 0,8412 y 0,7967

Autocorrelación en Lag 1 = 0,1922 +/- 0,7408,