

## **MATREC: Nuevas Tecnologías para la enseñanza de las matemáticas, en un curso virtual de la plataforma thales.cica**

Pablo Flores Martínez  
e-mail: [pflores@ugr.es](mailto:pflores@ugr.es)  
página web: <http://www.ugr.es/~pflores>

José Luis Lupiáñez Gómez  
e-mail: [lupi@ugr.es](mailto:lupi@ugr.es)  
página web: <http://www.lupi.tk>

Departamento de Didáctica de la Matemática  
Universidad de Granada

En el marco de los cursos a distancia promovidos por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES de profesores de Matemáticas, llevamos tres años impartiendo una asignatura titulada “Materiales y Recursos para el aula de Matemáticas (MATREC)”. Los cursos de la plataforma thales.cica están destinados a profesores y tienen como objetivo la formación permanente del profesorado de Matemáticas. La asignatura MATREC pretende hacer que los profesores conozcan y manejen materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las Matemáticas, incluyendo las nuevas tecnologías y los medios audiovisuales; utilicen criterios para seleccionar y clasificar esos materiales y recursos en función de las finalidades educativas propuestas; diseñen, seleccionen y organicen tareas de aprendizaje para los escolares con el uso de esos materiales y recursos; conozcan y manejen fuentes de información sobre materiales y recursos para la enseñanza de las Matemáticas; y dispongan y apliquen criterios para el diseño de unidades didácticas de Matemáticas en las que se empleen materiales y recursos.

En resumen, se promueve una reflexión de los profesores sobre las Matemáticas y su enseñanza y aprendizaje, empleando como centro de reflexión los materiales didácticos, pero también las finalidades educativas actuales basadas en el desarrollo de la competencia matemática.

Introducir reflexiones de tipo didáctico en cursos de perfeccionamiento docente no resulta fácil, pues el discurso se puede volver teórico en exceso, difícil de relacionar con la práctica docente. Para afrontar el reto de reflexionar de manera didáctica, en MATREC hemos recurrido a los materiales y recursos didácticos para la enseñanza, lo que aporta un referente concreto, que facilita la comunicación. Los materiales y recursos tienen un atractivo para los profesores, por su carácter práctico y lúdico, pero sólo son válidos en la enseñanza cuando se utilizan con fines precisos, y de manera coherente.

Dentro de los recursos didácticos más actuales, están los relacionados con las nuevas tecnologías.

En la asignatura MATREC abordamos 6 temas que son: 1. Enseñanza y aprendizaje; 2. Planificación de tareas empleando materiales y recursos; 3. Análisis y clasificación de los materiales; 4. Las nuevas tecnologías en el aula de matemáticas; 5. Materiales para la enseñanza de los bloques temáticos del currículo de matemáticas de educación secundaria y bachillerato; 6. Diseño de unidades didácticas en matemáticas. El papel de los materiales y recursos.

### **1. Nuevas tecnologías en el aula de matemáticas**

El incipiente desarrollo de la tecnología está modificando substancialmente el entorno de la sociedad y, como consecuencia, nuestras actividades cotidianas. El ámbito educativo no es ajeno a este hecho, pero aún es necesario perseverar y profundizar en las discusiones acerca de cómo ha de llevarse a cabo una adecuada implementación de estas herramientas en el aula, para ver cómo pueden adaptarse a los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Ordenadores, Internet, calculadoras y otro tipo de recursos tecnológicos poseen un gran potencial para la educación en general, y para la educación matemática en particular. Pero no debe usarse este potencial como excusa para llevar al aula de matemáticas todo aquello que sorprende por su versatilidad; es necesario planificar con detalle qué uso queremos darle: qué competencias queremos y podemos desarrollar en nuestros escolares, qué tareas debemos diseñar para conseguirlo, y qué sistema de evaluación pondremos en práctica para medir ese desarrollo (Lupiáñez y Codina, 2004; Lupiáñez, 2000).

Los recientes proyectos de incorporación de ordenadores en las aula de Educación Secundaria (Centros TIC) hacen necesarias todas estas reflexiones.

Pero aunque sin duda no deja de sorprendernos lo que se puede hacer con el uso de estos recursos tecnológicos, es necesario incidir en la necesidad de una planificación adecuada de estas actuaciones dentro de un plan de enseñanza coherente y bien diseñado. A la hora de planificar una o varias sesiones acerca de un tema matemático, el profesor debe realizar varios análisis, tanto sobre la matemática que será objeto de enseñanza, como desde un punto de vista cognitivo, pensando en cómo lograr un aprendizaje significativo en los escolares.

Carece de todo sentido emplear estos recursos en el aula con el único objetivo de renovar o actualizar nuestra labor docente. Todos los materiales y recursos que puede usar el profesor en su labor docente han de jugar un papel muy concreto en ese proceso. Como señala Gómez (2004), el éxito de su empleo depende de que el profesor diseñe y lleve a la práctica el currículo de tal forma que la tecnología contribuya a que los escolares adquieran aprendizaje. El diseño de las actividades deberá surgir de una correcta planificación curricular con nuestro conocimiento de la tecnología dentro del contexto del problema que queremos abordar. Como parte de esa planificación, es necesario detallar los conceptos, procedimientos y sus relaciones que trabajaremos en el aula, definir qué competencias queremos desarrollar en los escolares acerca de ese conocimiento, y analizar qué recursos podemos poner en juego para lograr eficazmente ese desarrollo.

En el curso MATREC nos servimos de las tecnologías para la impartición del curso, pero además recurrimos a ellas para sugerir recursos interesantes en relación a los temas del currículo (tema 5), o para profundizar en su significado. En el tema 4, de manera específica, abordamos los siguientes apartados:

1. Introducción: tecnología y educación matemática.
2. El papel del ordenador.
3. ¿Navegamos? Materiales y recursos a través de Internet.
4. La calculadora en matemáticas.
5. Otros materiales audiovisuales.
6. A modo de síntesis...

Para ver cómo se tratan los recursos basados en nuevas tecnologías, presentamos dos ejemplos a continuación.

## 2. Ejemplos de Actividades Usando Recursos Electrónicos en Internet

### 2.1 El Juego de los Divisores

En [http://illuminations.nctm.org/tools/tool\\_detail.aspx?id=12](http://illuminations.nctm.org/tools/tool_detail.aspx?id=12) hay un applet interactivo que consiste en un juego para dos personas en el que puedes enfrentarte al ordenador o a un compañero.



Las instrucciones del juego son las siguientes:

El jugador A elige un número en el tablero haciendo clic con el ratón sobre ese número para colorearlo.

Usando otro color, el jugador B colorea los divisores propios del número seleccionado por A. Una vez que haya marcado todos los divisores, presiona OK.

Después, los jugadores cambian el turno: ahora el jugador B elige un número, y el jugador A marca los divisores propios correspondientes, siempre y cuando no sean números que ya fueron marcados en rondas previas, y así sucesivamente.

Si un jugador escoge un número que no tiene divisores sin marcar, el jugador pierde su turno pues no le da opción de juego a su contrincante. El jugador infractor no suma ningún punto. El juego acaba cuando no quedan números con divisores sin colorear.

Cada jugador suma los puntos correspondientes a los números que colorea. El jugador que sume más puntuación al final de la partida es el vencedor del juego.

### Actividades para los Escolares

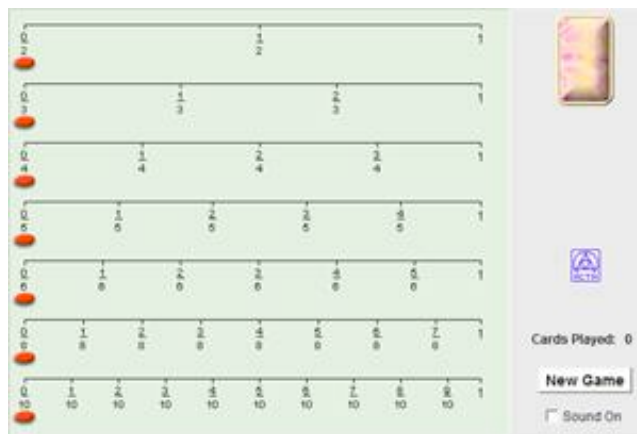
- Juega algunas partidas contra el ordenador. Anota las ideas o estrategias que has seguido.
- ¿Es mejor empezar la partida o ser segundo? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la mejor selección para empezar la partida? ¿Y la peor? ¿Por qué?
- ¿Existe una estrategia que te permita ganar siempre?
- Escribe cómo explicarías a un compañero esa estrategia, o cómo le convencerías de que no existe.

### Cuestiones para los Profesores

- Indica qué nociones matemáticas aparecen cuando se juega con este applet.
- Explica cómo podrían definirse los números primos en el contexto del juego de los divisores.
- ¿Puedes hacer un esbozo de una actividad para introducir los números perfectos mediante este juego?

## 2.2 La Carrera de Fracciones

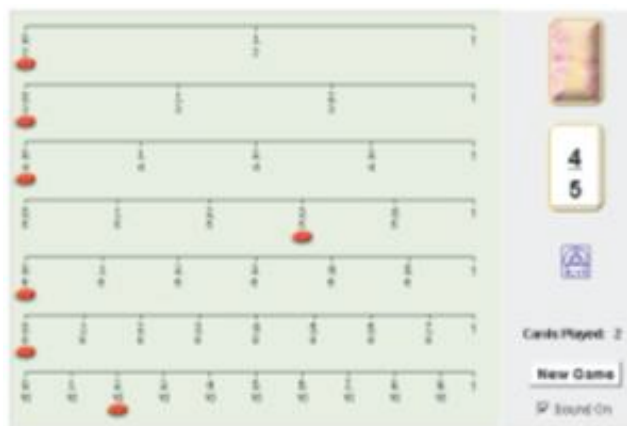
En la página web <http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=18> encontrarás un programa que sirve para practicar las relaciones entre fracciones y para estudiar cómo pueden combinarse fracciones entre sí.



El objetivo del juego es llevar todas las marcas rojas que parten de la fila de la derecha (cero) a la fila de la izquierda (uno), usando para ello el menor número posible de cartas.

Haz clic en la pila de cartas para mostrar una fracción. Ahora debes mover los marcadores que desees de manera que el movimiento total que hagas sea una fracción menor o igual que la fracción que ha salido en la carta.

Por ejemplo, si ha salido la carta con  $\frac{4}{5}$ , puedes mover la marca de los quintos hasta  $\frac{3}{5}$  y la de los décimos y llevas la marca hasta  $\frac{2}{10}$ , porque  $\frac{3}{5} + \frac{2}{10} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ . Estos movimientos aparecen a continuación:



No obstante, cualquiera de estos otros movimientos son también posibles:

Los quintos hasta  $\frac{4}{5}$ .

Los décimos hasta  $\frac{8}{10}$ , porque  $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ .

Los tercios hasta  $\frac{2}{3}$ , porque  $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$ .

Los quintos hasta la marca de  $\frac{1}{5}$  y los décimos hasta la de  $\frac{6}{10}$ , sabiendo que  $\frac{1}{5} + \frac{6}{10} = \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$ .

Los medios hasta  $\frac{1}{2}$ , los sextos hasta  $\frac{1}{6}$ , y los octavos hasta  $\frac{1}{8}$ , porque  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{12}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{19}{24} < \frac{4}{5}$ .

Cuando has acabado de mover las marcas, haz de nuevo clic en la pila para obtener una nueva carta.

### Actividades para los Escolares

- Juega una partida para practicar las reglas. ¿Es sencillo lograr el objetivo final?
- Señala qué fracciones permiten mover mayor número de fichas y cuáles menos. Explica la razón.
- Indica si es mejor mover primero fichas con fracciones que tengan denominadores grandes o pequeños.
- Sabiendo que las cartas sólo tienen por denominador los números 2, 3, 4, 5, 6, 8 y 10, ¿cuál puede ser el menor número de cartas necesario para acabar una partida?

### Cuestiones para los Profesores

- Indica los conceptos y procedimientos sobre fracciones que se ponen en juego con esta actividad.





- b) Señala en qué cursos podría usarse este programa, indicando tus razones.
- c) ¿Cómo usarías este recurso con alumnos de ese nivel (tarea introductoria, para practicar, para profundizar, como tarea de evaluación,...)?

## 2.3 Los Movimientos en el Plano

En la dirección web que aparece a continuación, hay un programa interactivo diseñado para trabajar con las transformaciones geométricas, y congruencia, semejanza y simetría de algunas figuras:

<http://standards.nctm.org/document/eexamples/chap6/6.4/index.htm>

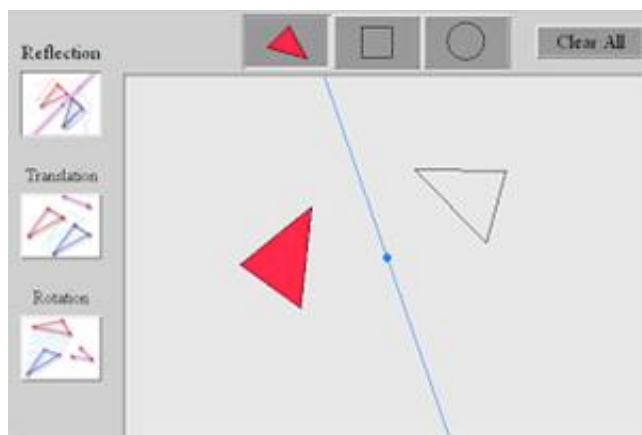
Se compone de varios módulos a los que se accede a través de los cuatro iconos que aparecen en la parte superior de la página:

Icono	Módulo
	<b>Visualización de transformaciones.</b> Se puede elegir una transformación y aplicarla a una figura para observar la imagen resultante.
	<b>Identificación de transformaciones desconocidas.</b> Dadas una figura y su transformada se debe identificar la transformación aplicada.
	<b>Composición de simetrías.</b> Dada una figura inicial, se muestra el resultado de aplicarle dos simetrías cualesquiera.
	<b>Composición de transformaciones.</b> Para analizar el resultado de transformaciones sucesivas a partir de una figura inicial.

Es interesante explorar los diferentes módulos de esta actividad, si bien aquí sólo nos centraremos en los dos primeros.

### Módulo 1. Visualización de movimientos

El fin de este módulo es explorar los efectos de aplicar varias transformaciones (simetrías, traslaciones y giros) a una figura. La figura inicial puede ser un triángulo, un cuadrado o un círculo, si bien es posible deformar estas figuras haciendo clic y arrastrando alguno de sus lados mientras se mantiene pulsada la tecla "Control" (Ctrl).



El programa permite mover la figura inicial (roja) arrastrándola o aproximando el puntero a sus vértices, y ver el resultado en su transformada. También se puede trasladar y girar el eje en el caso de la simetría, el vector en el caso de la traslación, y el centro del giro y su amplitud en el caso de las rotaciones.

Para responder a las siguientes cuestiones convenimos en designar los vértices de la figura inicial con las letras A, B, C, D,... y con la notación A', B', C', D',... los vértices de la figura transformada por el movimiento. En el caso del círculo, los centros serán O y O'. El eje de simetría lo designamos por la letra e.

### Actividades para los Escolares

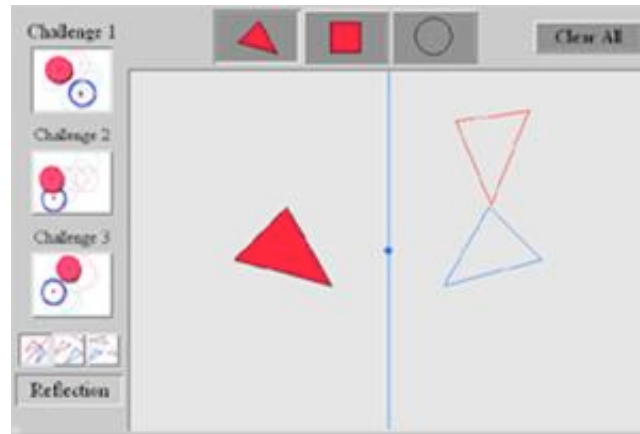
- En el caso del triángulo, ¿es posible cambiar el eje e de modo que las figuras ABC y A'B'C' coincidan?
- ¿Y para el caso del cuadrado y el círculo? Razona las respuestas.

### Cuestiones para los Profesores

- A partir de tu respuesta anterior, ¿puedes analizar alguna deficiencia del programa? ¿Puede inducir a alguna confusión en los escolares?

## Módulo 2. Identificación de Transformaciones Desconocidas

En este módulo se debe determinar la transformación que se ha aplicado a una figura comparándola con su imagen, teniendo en cuenta las propiedades de las transformaciones. Se pueden seleccionar tres tipos de tareas (*challenge*):



El objetivo es, en cada una de esas tareas, hallar cuál es el movimiento que transforma la figura roja rellena en la roja hueca. Es posible hacer una conjetura marcando alguno de los tres movimientos posibles que aparecen en la parte inferior izquierda de la pantalla del programa.

En la imagen anterior, se ha marcado la opción simetría, y el programa genera la transformada de la figura original mediante una simetría (figura azul). Ahora es posible mover el eje para tratar de emparejar la figura de silueta azul con la de silueta roja. En caso de lograrlo, se habrá encontrado el movimiento que lleva una en otra. Si no se logra, se puede intentar con otro tipo de movimiento.

### Actividades para los Escolares

- Prueba a resolver las tres tareas (challenge) primero de manera intuitiva, y luego mediante los iconos que activan los diferentes movimientos.

### Cuestiones para los Profesores

- ¿Qué estrategias específicas ha de poner en práctica un escolar para identificar las transformaciones usadas en cada caso?
- ¿Crees que este módulo es de dificultad mayor que el anterior? ¿Puede llevar también a confusión? Razona tus respuestas.

## 3. Conclusiones

Tal como hemos presentado, en MATREC hemos logrado conectar con los profesores, animándolos a reflexionar sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, valiéndonos tanto de los materiales y recursos, como de análisis sobre su papel didáctico en el aula. Los ejemplos presentados dan idea del tipo de actividades que proponemos a los profesores en el curso MATREC. El debate en el foro sobre los mismos permite profundizar sobre el significado de los conceptos matemáticos (fracciones en el primer ejemplo y movimientos en el plano, en el segundo). Pero además permite discutir sobre cómo y en qué medida los recursos propuestos contribuyen a desarrollar competencias matemáticas en los alumnos.

## Referencias

- ^ J.L. Lupiáñez, A. Codina (2004): *Calculadoras y sensores: la matemática en movimiento*. En M. Peñas, A.

Moreno, J.L. Lupiáñez (eds.): *Investigación en el aula de matemáticas. Tecnologías de la información y la comunicación*, pp. 143-149.

- ^ J.L. Lupiáñez (2000): *Nuevos acercamientos a la historia de la matemática a través de la calculadora TI-92*. Universidad de Granada.
- ^ P. Gómez (2004): Análisis didáctico y uso de tecnología en el aula de matemáticas. En M. Peñas, A. Moreno, J.L. Lupiáñez (eds.): *Investigación en el aula de matemáticas. Tecnologías de la información y la comunicación*, pp. 73-95.

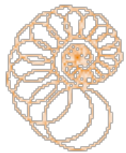
## Sobre los autores



**Pablo Flores Martínez** es licenciado en Matemáticas y Ciencias de la Educación y profesor titular del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Granada. Autor de los libros *Humor gráfico en el aula de matemáticas* y *La geometría en el siglo XXI*. Ha escrito numerosos artículos, especialmente sobre humor gráfico, formación de profesores de Matemáticas y puzzles y geometría. Ha impartido diversas conferencias por invitación, tanto en España como en Latinoamérica. Es miembro fundador del Grupo LaX, de Granada, que alcanzó el Primer Premio del Concurso Nacional Física y Matemáticas en Acción, Modalidad Laboratorio de Matemáticas, en septiembre de 2004.



**José Luis Lupiáñez Gómez** es licenciado en Matemáticas por la Universidad de Granada (1998) y maestro en Ciencias, en la especialidad de Educación Matemática, a través del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN de México (2000). Ha ejercido como profesor en el Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación de la Universidad de Cantabria, y en la actualidad pertenece al Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Su docencia se centra en la formación inicial de profesores de matemáticas, tanto de Educación Primaria como Secundaria. Sus líneas de investigación prioritarias son la formación de profesores de matemáticas y el desarrollo y empleo de materiales y recursos en el aula de matemáticas, con especial interés en las nuevas tecnologías.



**matematerialia**

revista digital de divulgación matemática