

CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADO Y NOCIÓN DE EQUIPARTICIÓN EN ESTUDIANTES DE BÁSICA PRIMARIA

Luis Alexander Conde Solano
lconde@udem.edu.co
Universidad de Medellín, Colombia

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Básica Primaria
Palabras clave: equipartición, representaciones, fracciones, música

Resumen

Desde el contexto interdisciplinario, se considera que al incluir en el aula algunos vínculos matemáticos-musicales pueden favorecer procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Estos vínculos aportan representaciones por medio de las cuales los estudiantes logran construir significados alrededor de la noción de equipartición. Las experiencias que aquí se presentan hacen parte de una investigación de corte cualitativa que consiste en proveer a los estudiantes de experiencias en el estudio del campo rítmico para ofrecer un acercamiento a la noción del tiempo desde dos perspectivas de forma simultánea: la medida del tiempo físico y la medida del tiempo musical estructurado por fracciones. Estas ideas de medición de tiempo a través de fracciones promueven en los estudiantes procesos cognitivos para la construcción de nociones de unidad, equipartición, operaciones, equivalencias y relaciones de orden. Uno de los resultados que se exhiben en esta comunicación, atañe en que las formas de percibir –visual, auditiva y gestual– el objeto (fenómeno acústico) proporcionan a los estudiantes herramientas de comprobación y argumentación para dar cuenta, por sus propios medios, sobre la construcción y el significado de la noción de equipartición.

1. Introducción

La enseñanza y el aprendizaje de las fracciones representan una temática de gran riqueza y complejidad. Es frecuente que los estudiantes extienden propiedades de los números naturales a las fracciones, como la idea de que la “multiplicación hace más grande una cantidad” o que la equipartición es interpretada como una partición arbitraria. Para Kieren (1983) la acción de equipartir, es la base fundamental para la creación y aplicación del conocimiento de las fracciones.

A pesar de que en el currículo de matemáticas en México (SEP, 2004) se incluye el estudio de las fracciones en los primeros años, se observa en diversos reportes de investigación que los estudiantes al término de la primaria e incluso en la secundaria muestran dificultades en el reconocimiento de la unidad, equipartición, equivalencias y operaciones entre fracciones. Tal vez los métodos tradicionales usados para la enseñanza de éste tema, como el uso del pastel o la pizza, puede estar comprometiendo un aprendizaje significativo de la fracción. Según Naik y Subramaniam (2008) si se opera con números enteros que consistiría en sólo contar el número de partes sombreadas, y el número total de partes, como suele usarse en el modelo del pastel, los niños pasan por alto el tamaño de las partes. En cambio, en contextos de medición, el tamaño de la unidad es indispensable. Desde la perspectiva aquí propuesta, si se provee a los estudiantes de experiencias como el estudio del campo rítmico musical se les está ofreciendo un acercamiento a la noción del tiempo desde dos perspectivas de forma simultánea, la medida del tiempo físico y la medida del tiempo musical estructurado por fracciones (Conde, 2011). Estas ideas de medición de tiempo a través de las fracciones pueden favorecer nociones de unidad, equipartición y equivalencias para la construcción de las fracciones. En esta comunicación se exhibirán experiencias sobre el tratamiento de la noción de equipartición.

2. Aproximación Teórica

En el campo rítmico se enfatiza en la necesidad de posibilitar experiencias sensoriales (virtuales y reales) donde los estudiantes las perciben de tres maneras: visual, auditiva y gestual. La articulación de las percepciones puede construir un significado sobre la noción de equipartición en el contexto de la música aplicable en la matemática escolar. La actividad matemática y musical se vale de la percepción visual para representar y comunicar los procesos realizados con dichos objetos. De Guzmán (1986) señala que los matemáticos muy a menudo se valen de procesos simbólicos, diagramas visuales para exponer sus trabajos, aun en aquellas actividades matemáticas en las que la abstracción parece llevarnos mucho más lejos de lo perceptible por la vista. Naturalmente los objetos matemáticos carecen de medios de representación auditiva. Sin embargo, en esta investigación se quiere insinuar que si se articulan los sistemas matemático y musical de signos, mediados por representaciones virtuales dinámicas se podría lograr dar significado auditivo a un objeto matemático en el espacio musical (Vygotsky, 1986, p. 106). Es decir, si el estudiante interactúa con

representaciones dinámicas de la construcción de las figuras musicales asociadas a la estructura fraccionaria, de cierta manera el estudiante está asignando un fenómeno acústico como forma de representación e identificación de una fracción. La organización e interpretación de las sensaciones que provienen de un ambiente visual y auditivo, se convierte en un estímulo como objeto significativo para el estudiante.

En la interpretación musical el gesto es un elemento inherente que puede ser relacionado corporalmente con el ritmo. Por lo tanto, la experimentación sensorial de fenómenos sonoros permite al estudiante reconocer estructuras rítmicas por medio de actividad corporal (Lakoff & Núñez, 2000). De esta forma es posible establecer un vínculo entre las estructuras rítmicas y las fracciones. Al realizar la interpretación corporalmente (gesto) el estudiante puede experimentar la sensación de equipartición determinada por la duración de tiempo. Así como puede determinar si en un patrón rítmico existe una equipartición entre los compases que lo conforman.

3. Metodología

Esta comunicación hace parte de una investigación compuesta por una primera fase de diseño y desarrollo curricular porque se ha construido una propuesta didáctica interdisciplinaria entre las matemáticas, la física y la música (Conde 2009). La segunda parte se ubica dentro de una perspectiva cualitativa de análisis, dado que el interés se orienta a describir las formas cómo los estudiantes usan las nociones construidas sobre la equipartición por medio de experiencias virtuales -Ambiente Computacional- y reales -exploraciones de fenómenos físicos- (Conde 2013). La aplicación se realizó con estudiante de sexto grado (11 y 14 años de edad) en una institución pública de la Ciudad de México. Este trabajo se realizó en 13 sesiones con una duración aproximada de dos horas cada una. En estas sesiones se aplicó en su totalidad la propuesta didáctica interdisciplinaria antes mencionada. Para efectos de la presente comunicación se tomaron evidencias sobre las experiencias de las estudiantes relacionadas con la noción de equipartición.

4. Discusión de Resultados

Del campo rítmico se centró la atención en lo que llamamos un sistema musical de signos (SMuS) compuesto por las figuras y silencios musicales, porque cuenta con una estructura matemática asociada al sistema matemático de signos (SMS) de las fracciones que cumple la propiedad siguiente: “cada figura es la mitad de la anterior y el doble de la siguiente”

siguiendo el orden en el que aparecen los signos musicales en la Figura 1. En este SMuS convergen aspectos de las tres disciplinas mencionadas en contenidos específicos como: el sonido (contenido de la física), medida del tiempo y fracciones (contenido de las matemáticas) y figuras y silencios musicales (contenido de la música); esas nociones se vinculan por medio de un sistema que determina el tiempo de duración de un sonido.

La identificación de la unidad en la cual se realiza la equipartición, se puede identificar de manera natural en estos sistemas de signos. La unidad determinada por el tiempo de duración del sonido asociado a la figura redonda. A través del valor de la figura redonda se pueden deducir los valores de las demás figuras musicales.

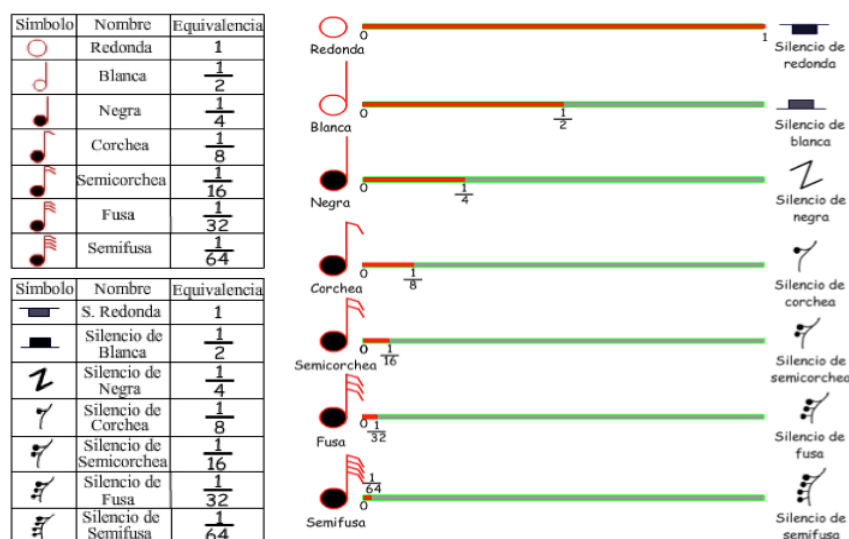


Figura 1. Sistema de Signos Musicales (SMuS) de figuras y silencios musicales (Conde, Parada y Liern, 2016, p 6)

A través del valor de la figura redonda se pueden deducir los valores de las demás figuras musicales. Teniendo en cuenta que nuestra unidad posee un valor relativo en tiempo físico y un valor constante de cuatro pulsos en tiempo musical. Es decir, la unidad puede tener un valor de 3, 1.5, 4 segundos de acuerdo a la velocidad de la interpretación de una obra. Es por esta razón que a la unidad se le ha denominado “unidad relativa”. Para ilustrar la relatividad de la unidad se le muestra al estudiante tres representaciones dinámicas donde se articula el sonido con el recubrimiento de una barra junto al tiempo físico en segundos y el tiempo musical en pulsos como se muestra en la Figura 2 correspondiente al módulo V. Escena 7 de la propuesta Conde (2009).

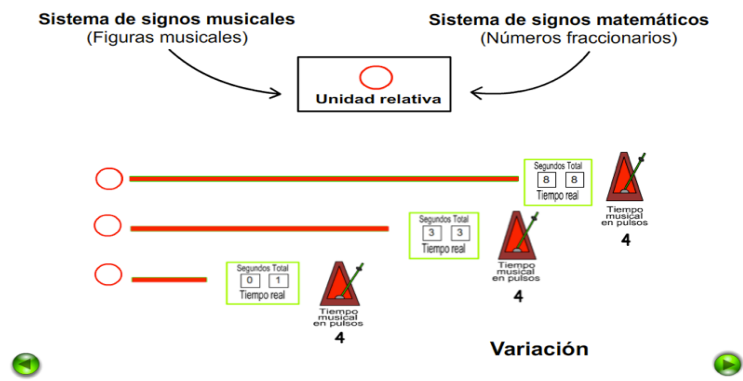


Figura 2. Representación de la Unidad relativa

Al intentar medir el tiempo de duración de la unidad relativa se observaron en los estudiantes algunas estrategias para medir el tiempo de duración de un sonido. Por ejemplo, algunos estudiantes siguen el sonido con un conteo sobre las pulsaciones del metrónomo acompañado por movimientos corporales como: de la cabeza, de las manos, los pies, etc. Otros estudiantes seguían el sonido contando en voz alta, mientras que los demás oían el sonido sin alguna manifestación corporal a la vista. Sobre este fenómeno Cox (2003) argumenta que comprendemos los sonidos musicales a través de actividades que nosotros mismos hacemos. El uso de diferentes tipos de representaciones dinámicas visuales, auditivas y gestuales. Generan en los estudiantes una estructura de la unidad diferente de “uno”. El hecho de que la unidad puede adquirir otras designaciones numéricas distintas de “uno” crea en el estudiante la idea de relatividad de la unidad como lo señala Galperin y Georgiev (1969).

Para la construcción del sistema los estudiantes aplican a la unidad relativa la propiedad siguiente: “cada figura es la mitad de la anterior y el doble de la siguiente”. Bajo este sistema los estudiantes aplican una partición a la unidad relativa, justificada en la articulación de los diferentes sistemas de representación. Los estudiantes articulan las figuras asociadas a expresiones fraccionarias para realizar particiones de la unidad. Cada vez que se hace una partición, los estudiantes identifican la unidad que se está partiendo, éste hecho orienta a que cada figura musical se convierte también en unidad como se observa en la Figura 3.

VIII
ISBN

8

Figura 3. Parte de parte de la unidad relativa

Las inquietudes sobre la noción de equiparación (Figura 4) empieza a cobrar sentido para los estudiantes cuando se abre la discusión alrededor de preguntas como:

¿Cuántas negras necesito para obtener una redonda?, ¿cuántas redondas necesito para obtener una negra?, ¿las negras que usamos para completar una redonda, tiene la misma duración?, ¿qué pasaría si no tienen la misma duración?

La experimentación sensorial de fenómenos sonoros expresados en representaciones dinámicas para atender los cuestionamientos anteriores (Figura 4) les permiten a los estudiantes dar cuenta por sus propios medios sobre las implicaciones temporales cuando la misma figura negra tiene diferente duración. Es decir, cuando una de las figuras de la misma clase dura más o menos tiempo que las demás, existe un efecto acústico que les sugiere a los estudiantes que algo no encaja y que necesariamente esa figura “diferente” debe tener las mismas condiciones de tiempo de duración que las otras de la misma especie. Estas consecuencias temporales además de ser percibidas de forma visual y auditiva, también son experimentadas a la vez mediante la interpretación corporal (gesto) ya que si no se cumple con la propiedad de equipartición, en su interpretación “sobra” o “falta” tiempo. Precisamente, la discusión y experiencias sensoriales alrededor de estos efectos acústicos, visuales y corporales ayudan a los estudiantes a dar significado y sentido a la equipartición.

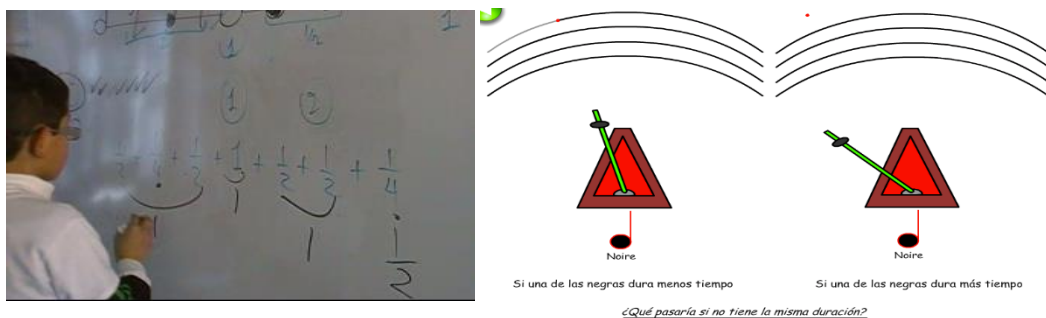


Figura 4. Significado de equipartición en contexto matemático-musical

La noción de equipartición se va reforzada en el proceso de construcción de las siete figuras y silencios musicales bajo el criterio utilizado para deducir las figuras blanca y negra referidas en párrafos anteriores.

Posteriormente la noción de equipartición cimentada en la construcción de las figuras y silencios musicales es trasladada para la construcción e interpretación de los estudiantes de compases de patrones rítmicos (ver Figura 5).

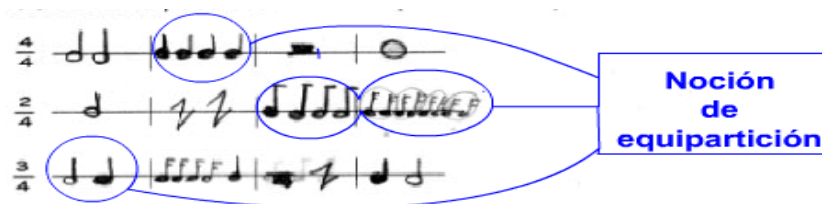


Figura 5. La equipartición un patrones rítmicos construidos por los estudiantes

Los patrones rítmicos se encuentran en la música que normalmente escuchamos. Por lo general se pueden agrupar los tiempos o pulsaciones en grupos de 2, 3 ó 4. Por ejemplo, cuando se escucha un vals, se percibe un patrón rítmico de tres pulsos o tiempos. Durante todo el transcurso de la interpretación del vals se puede sentir que los patrones rítmicos están basados en el conteo: un, dos, tres. Esto indica que el patrón rítmico está agrupado en 3 pulsaciones con un acento en el primer pulso.

Al percibir patrones rítmicos (Figura 5) se crea una sensación de partición determinado por un fenómeno acústico. Esta partición cumple con la propiedad de equipartición entre los compases ya que se divide el patrón en partes con igual tiempo de duración. A la vez, cada compás está dividido en tiempos iguales fijado con una figura como unidad de medida expresada en la fracción colocada al principio del pentagrama. Por ejemplo, en el patrón rítmico llamado compás de 3/4 (Figura 5), el numerador 3 indica que cada compás tendrá tres pulsos o tiempos, y la fracción 1/4 indica la unidad de tiempo o duraciones equivalentes de ésta unidad. Aquí se refiere a la cuarta parte del tiempo de duración de una redonda, es decir, la figura negra será la unidad de medida. Pero si ésta figura negra es la unidad se está identificando que la medida se refiere a la concepción de fracción como las iteraciones de una fracción unidad, más que partes de un todo. Esto quiere decir que 3/4, es entendido como tres iteraciones de 1/4, más que tres de cuatro partes iguales, según Olive & Vomvoridi (2006) y Tzur (1999).

Bajo los criterios anteriores de construcción de compases, los estudiantes pueden controlar, modificar y justificar por sus propios medios la existencia de la equipartición entre los compases que componen un patrón rítmico como se observa en la Figura 5.

5. Discusión final

La forma de hacer discreto el tiempo de duración del sonido por medio del conteo puede generar en los estudiantes una sensación de equipartición del campo temporal, fundamentada en la percepción visual (sistema de representación gráfica), gestual (movimientos corporales) y auditiva (sonido).

Las diferentes representaciones articuladas para cumplir con ciertas propiedades temporales sujetas a la métrica musical, alcanzan a convertirse en instrumento para que los estudiantes logren crear conjeturas de acuerdo a sus diversas experiencias alrededor de la noción de equipartición. En consecuencia, las formas de percibir –visual, auditiva y gestual– el objeto (fenómeno acústico) proporcionan al estudiante herramientas de comprobación y argumentación para dar cuenta, por sus propios medios, sobre la construcción y el significado de la noción de equipartición. Significado imperceptible en situaciones tradicionales para el estudio de las fracciones. Estos diferentes acercamientos y representaciones que el estudiante tiene con los objetos matemático-musicales caracterizan los procesos que hacen concretos dichos objetos.

Referencias bibliográficas

Conde, A., Parada, S. y Liern, V. (2016). Estudio de fracciones en contextos sonoros. *Revista Actualidades Investigativas en Educación* 16(2), 1-21. <http://dx.doi.org/10.15517/aie.v16i2.23933>

Conde, A. (2013). *La unidad relativa como vínculo cognitivo entre el tiempo y las fracciones*. (Tesis doctoral sin pública). Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.

Conde, A. (2011). Une approche méthodologique pour l'amélioration de l'apprentissage des fractions au travers des éléments musicaux. *Actes des journées mathématiques de l'Institut français de l'Éducation*, p. 215-217. Lyon, France. ISBN: 978-2-84788-337-4

Conde, A. (2009). *Las fracciones al ritmo de la música*. (Tesis de Maestría sin pública). Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.

Cox, A. (2003). "Metaphor theory's leap of faith: From embodied experience to abstract thought". *Proceedings of the International Conference Music and Gesture* (pp 28-31). Norwich, Inglaterra.

De Guzmán, M. (1986). Los pitagóricos. *Historia de la Matemática hasta el siglo XVII* (pp. 11-35). Madrid: Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

- Galperin, P., & Georgiev, L. (1969). The formation of elementary mathematical notions. In J. Kilpatrick & L. Wirszup (Eds.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics* (Vol 1, pp. 189-216). Chicago, USA: The University of Chicago.
- Kieren, T. (1983). La partición, la equivalencia y la construcción de ideas relacionadas con los números racionales. In M. Zweng, T. Green y J. Kilpatrick (Eds.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education* (pp. 506-508). Estados Unidos.
- Lakoff, G. & Nuñez, F. (2000). *Where Mathematics comes from: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books.
- Naik, S. & Subramaniam, K. (2008). Integrating the measure and quotient interpretation of fractions. *Proceedings of the 32rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp 17-24). Morelia, México: PME 32 and PME-NA XXX.
- Olive, J., & Vomvoridi, E. (2006). Making sense of instruction on fractions when a student lacks necessary fractional schemes: The case of Tim. *Journal of Mathematical Behavior*, 25(1), 18–45.
- Secretaría de Educación Pública de México (2004). *Plan y programas de estudios para la educación básica primaria 2004*. México, D.F.: SEP.
- Steffe, L., Cobb, P., & Glasersfeld, E. (1988). *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies* (p. 343). New York: Springer-Verlag.
- Tzur, R. (1999). An integrated study of children's construction of improper fractions and the teacher's role in promoting that learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 390–416.
- Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and language*. Boston: MIT Press.