

# EL ANÁLISIS DIDÁCTICO COMO UNA HERRAMIENTA PARA IDENTIFICAR LOS DOMINIOS DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

Nielka Rojas y Pablo Flores

Universidad de Granada

## Resumen

*Caracterizar los componentes del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT<sup>1</sup>) es un tema ampliamente abordado en las investigaciones en educación matemática. Sin embargo, identificar en la práctica los distintos tipos de conocimientos necesarios para enseñar es una cuestión aún carente en los estudios. Presentamos un ejemplo, de cómo parte del análisis didáctico<sup>2</sup> del contenido matemático escolar de las fracciones, puede emplearse para identificar distintos tipos de conocimientos declarados en un proceso de enseñanza-aprendizaje.*

*Palabras clave: Análisis didáctico, fracción, conocimiento matemático para la enseñanza*

## Abstract

*Characterize the components of mathematical knowledge for teaching (MKT) is a widely discussed topic in research in mathematics education. However, in practice identifying different types of knowledge needed to teach is a matter still lacking in the studies. An example of how part of the didactic analysis of school mathematical content of the fractions can be used to identify different types of knowledge declared in a teaching-learning process.*

*Keywords: Didactic analysis, fraction, mathematical knowledge for teaching*

## Introducción

Una línea de investigación importante en la formación de profesores es estudiar el conocimiento profesional de los profesores. Diversos estudios en este sentido han permitido identificar distintos tipos de conocimientos necesarios para la enseñanza de las matemáticas. A partir de estos precedentes, nos interesa estudiar qué conocimiento pone en juego un profesor de educación primaria, al enseñar el concepto matemático escolar de las fracciones, a estudiantes de 9 y 10 años de edad. Para identificar el conocimiento que tiene el profesor en su práctica, profundizamos sobre el objeto matemático escolar de las fracciones, desde una perspectiva teórica que relaciona aspectos conceptuales con reflexiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de los números racionales, y que se denomina análisis didáctico. Efectuamos el análisis

---

<sup>1</sup> Siglas en inglés correspondiente a la expresión Mathematical Knowledge for Teaching.

<sup>2</sup> Término que utilizamos en el sentido del desarrollo teórico del grupo de investigación Pensamiento Numérico y Algebraico de la Universidad de Granada.

Rojas, N. y Flores, P. (2011). El análisis didáctico como una herramienta para identificar los dominios de conocimiento matemático para la enseñanza de las fracciones. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - 2011* (pp. 17-28). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

didáctico de las fracciones siguiendo los trabajos del grupo de investigación Pensamiento Numérico del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada (Rico, 1997; Gómez, 2007 y Lupiáñez, 2009) y relacionamos algunos de sus componentes con los dominios de conocimiento establecidos por Ball y colaboradores (2008). En este trabajo mostramos la forma en que el análisis didáctico de las fracciones nos permitió identificar distintos tipos de conocimientos declarados en un proceso de enseñanza- aprendizaje.

### **Marco conceptual**

Con vista a un encuadre del tema que abordamos presentamos las bases teóricas del estudio en torno a dos núcleos: el conocimiento matemático para la enseñanza y fundamentos matemáticos-didácticos, referentes a las fracciones. Dentro del primer núcleo, prestamos atención, especialmente, a los trabajos desarrollados por Deborah L. Ball y colaboradores de la Universidad de Michigan, que estudian la naturaleza del conocimiento matemático necesario para enseñar. Respecto al segundo núcleo, desarrollamos algunos aspectos del análisis didáctico referente al contenido matemático escolar de las fracciones.

#### *Conocimiento matemático para la enseñanza*

El concepto de conocimiento matemático para la enseñanza surge de los estudios referentes a la práctica docente, en el ámbito matemático, y a la identificación de las tareas habituales que realizan los profesores que requieren conocimientos específicos, razonamiento y conocimiento del contenido. El interés por estudiar el conocimiento matemático para la enseñanza es una preocupación ampliamente extendida entre los estudiosos sobre formación de profesores, dentro de la Educación Matemática, siendo una línea de interés el estudio del conocimiento profesional del profesor (Ponte y Chapman, 2006). Partiendo de los trabajos de Shulman (1986, 1987), se han llevado a cabo diversos intentos de clarificar las componentes del conocimiento didáctico sobre las matemáticas (Bromme, 1994; Ponte y Serrazina, 2004; Ball, 2000; Ball et al., 2005; Hill, Ball y Schilling, 2008; Ball, Thames y Phelps, 2008, entre otros). Llevando, a estos autores, a identificar diferentes dominios de conocimiento que un profesor debe tener para desarrollar su profesión docente. Para efecto de nuestro trabajo consideramos el modelo teórico de conocimiento matemático para la enseñanza que describe el grupo de investigación en Educación Matemática de la Universidad de Michigan, liderado por Deborah Ball, quienes definen el conocimiento matemático para la enseñanza como “el conocimiento matemático que los profesores utilizan en el aula para producir aprendizaje y crecimiento en los alumnos” (Hill, Ball et al , 2008, p.374). Esta caracterización demuestra que el conocimiento matemático para la enseñanza comprende un conocimiento específico y propio de los profesores, implicando, por ejemplo, una base que le permite al profesor analizar los errores de los alumnos, examinar las estrategias utilizadas para la resolución de una tarea matemática, poder utilizar métodos alternativos para explicar a los alumnos que no siguen una línea argumentativa, saber responder a cuestiones matemáticas, evaluar las cualidades de los materiales de enseñanza, saber distinguir cuáles son las representaciones de un concepto y en qué orden presentarlas, disponer de recursos para explicar un concepto y explicitar argumentos sólidos para evidenciar que un procedimiento funciona. Para ello, el profesor debe reunir una sólida base de conocimientos matemático que, a su vez, se complementa con un conocimiento específico para la enseñanza.

Ball y colaboradores han logrado caracterizar con detalle el conocimiento matemático para la enseñanza, distinguiendo dos grandes dominios de conocimiento: *conocimiento*

*del contenido y conocimiento didáctico del contenido.* El conocimiento del contenido (a) está compuesto por tres tipos de conocimientos; el *conocimiento común del contenido* (a.1), que corresponde al conocimiento adquirido en la escuela o a lo largo de la vida, y es el que se pone en juego para resolver problemas matemáticos, operar correctamente y aplicar definiciones y propiedades. El *conocimiento especializado del contenido* (a.2) es el conocimiento matemático que permite a los profesores participar en tareas de enseñanza, e incluye un repertorio de formas de representar las ideas, de proporcionar explicaciones matemáticas precisas y adecuadas, de aplicar modelos y de visualizar, examinar o comprender métodos excepcionales para la resolución de problemas (Ball et al., 2005). El *conocimiento en el horizonte matemático* (a.3), corresponde a un conocimiento más amplio que permite percibir las relaciones existentes entre los distintos temas matemáticos y la forma en la que el aprendizaje de los temas va evolucionando en los distintos niveles escolares. Dentro del dominio de conocimiento didáctico del contenido (b), Hill, Ball et al., (2008) definen el *conocimiento del contenido y de los estudiantes* (b.1) como el “conocimiento del contenido que se entrelaza con el conocimiento de cómo los estudiantes piensan, saben, o aprenden un contenido particular” (p.375); es decir, es el conocimiento utilizado en las tareas de enseñanza que implican atender un contenido específico y aspectos particulares de los alumnos. Incluye la familiaridad con los errores comunes que cometen los alumnos y las dificultades más habituales, las concepciones erróneas, las estrategias que se pueden utilizar, etc.; todo esto hace que el profesor sea capaz de valorar la comprensión del alumno y saber cómo evoluciona su razonamiento matemático (qué aprende primero, tipos de problemas a la edad correspondiente, etc.). Por otra parte, el *conocimiento del contenido y la enseñanza* (b.2) resulta de la integración del contenido matemático con el conocimiento de la enseñanza de dicho contenido. Abarca saber construir, a partir del razonamiento de los estudiantes y las estrategias utilizadas por ellos, procesos pertinentes para tratar y corregir sus errores y concepciones erróneas, pero sobre todo, saber seleccionar tareas de enseñanza, identificar y utilizar materiales y recursos didácticos adecuados, etc. Por último, el *conocimiento del contenido del currículo* (b.3) hace alusión al conocimiento de los objetivos, contenidos, orientaciones curriculares, materiales y recursos disponibles para la enseñanza, que permiten al profesor guiar su práctica y seleccionar las tareas adecuadas al aprendizaje.

Los trabajos desarrollados por Ball y colaboradores son de gran riqueza en Educación Matemática, dado que buscan caracterizar los componentes del conocimiento matemático para la enseñanza, sin embargo sigue siendo una línea de investigación abierta donde uno de los ejes centrales es buscar procedimientos para identificar los dominios con precisión, especialmente cuando se trata de identificar el conocimiento en la práctica.

Nuestra posición en el grupo PNA de la Universidad de Granada, nos ha hecho emplear el *análisis didáctico* como un filtro que permita clarificar qué conocimientos matemáticos dispone el profesor, al observar su práctica. Vinculando cada uno de los subdominios de conocimiento considerados, con aspectos matemáticos referentes a las fracciones.

#### *Análisis didáctico*

El análisis didáctico tal como se concibe en el grupo PNA, iniciado con los trabajos curriculares desarrollados por Rico (1997a; 1997b), definido como un procedimiento que permite al profesor abordar la preparación y programación de unidades didácticas

abarcando todas las dimensiones del currículo. Definición que ha evolucionado dado a los trabajos del grupo PNA de la Universidad de Granada, comprendiéndose actualmente como “el procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferente y múltiples significados del contenido matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (Gómez, 2007, pp.18-19). Por tanto, el análisis didáctico recoge la necesidad práctica del profesor de profundizar en un contenido matemático escolar, ayudándole en el desarrollo de su actuación práctica cuando diseña, lleva a la práctica y evalúa actividades de enseñanza. A su vez, el análisis didáctico permite profundizar y disponer al investigador de una información más amplia sobre los elementos que puede haber considerado el profesor al diseñar su actuación.

Para alcanzar nuestro objetivo de estudiar el conocimiento matemático profesional puesto en juego por un profesor, realizamos el análisis didáctico referente al contenido matemático escolar de las fracciones, con el objeto de disponer de una amplia base de conocimientos sobre la enseñanza y aprendizaje del contenido escolar. En esta comunicación vamos a limitarnos a presentar cómo dos de los análisis que componen al análisis didáctico, el análisis de contenido y el análisis cognitivo, relativo al contenido matemático en cuestión, ha permitido identificar de la práctica distintos conocimientos matemáticos para la enseñanza puestos en juego por un profesor.

El análisis de contenido, en este trabajo, tiene por finalidad estudiar las fracciones en relación a los diversos significados que se le atribuyen, atendiendo a tres dimensiones del significado de un concepto matemático: la estructura conceptual, la fenomenología y los sistemas de representación.

El análisis cognitivo se ocupa de estudiar las dimensiones relacionadas con el aprendizaje del concepto. Abarca el estudio de las finalidades educativas en sus diversos grados (fines, objetivos y capacidades), así como las limitaciones de aprendizaje, es decir, las dificultades y los errores que conlleva a la enseñanza y aprendizaje de las fracciones.

Comenzamos detallando algunos elementos del análisis de contenido de las fracciones. Un concepto matemático escolar puede ser estudiado desde una multiplicidad de significados (Rico, 1997b). En el contexto de nuestro trabajo hemos considerado, siguiendo a Llinares y Sánchez (1988), cuatro contextos en los cuales las fracciones son estudiadas en el sistema escolar: relación parte-todo (medición y reparto), cociente (división), razón ( semejanza, medida, porcentaje) y operador. Los diversos contextos en que se estudia a las fracciones permiten relacionar cantidades, ampliar el sistema de numeración decimal y hacer uso de nuevos sistemas de símbolos para su representación. Algunos sistemas de representación utilizados en la enseñanza primaria para referirse a las fracciones o sus propiedades son: numéricos, verbales, figural y manipulativo. Asimismo, podemos convenir que existen diversos fenómenos que dan sentido a las fracciones. Desde un ámbito matemático, la fracción es una representación de un número racional. Desde un ámbito escolar, los diversos contextos asociados a las fracciones implican una abundancia de fenómenos: las nociones informales que presentan los alumnos sobre reparto equitativo y de medida son base para construir los significados vinculados a los números racionales (Llinares y Sánchez, 1988), etc.

A continuación describimos algunos elementos del análisis cognitivo. El proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones conlleva a una serie de errores y dificultades. Por lo cual, el profesor debe ser consciente que los estudiantes pueden presentar errores y dificultades al abordar un contenido, lo que obliga al profesor ser conocedor de ellos

con objeto de afrontarlos en su enseñanza. En el caso de las fracciones, por ejemplo: conocer que la relación parte-todo constituye una de las interpretaciones de fracción más natural, lo que lleva que a lo largo del proceso de enseñanza deba complementarse con otras interpretaciones del concepto de fracción, que el uso de variadas representaciones se torna beneficioso para el aprendizaje de los alumnos, al igual que la enseñanza de las fracciones a través de la resolución de problemas, etc. (Dickson, Brown y Gibson, 1991).

Una vez presentado el análisis didáctico, disponemos de una información que nos permite abordar los componentes del conocimiento matemático para la enseñanza. En el apartado siguiente presentamos la relación que hemos establecido entre los dos núcleos teóricos descritos.

#### *Relación entre los dominios de conocimiento matemático para la enseñanza y los componentes del análisis didáctico*

Tal como hemos descrito, el análisis de contenido permite comprender el campo de utilización de las fracciones, mostrando los diversos contextos y situaciones en que se emplea las fracciones en el ámbito escolar. Además, nos permite organizar estos contenidos, estableciendo una estructura conceptual que examina las relaciones entre sus partes. Por último, nos ayuda a clarificar la forma en que se utiliza el concepto y sus propiedades, al abarcar las formas de representación del contenido matemático.

Comprender el concepto de fracción y emplearlo para resolver problemas es un conocimiento común, que deben poseer tanto los científicos como los profesores. Manejar la estructura conceptual a cierto nivel afecta tanto al profesor como al científico. Sin embargo, ser consciente de las formas de representación del contenido de las fracciones, de distinguir y emplear de manera explícita las variadas representaciones y relacionarlas entre sí en su actuación docente, siendo muestra de disponer de un conocimiento especializado. Por tanto, hemos apreciado que los diferentes análisis que componen el análisis didáctico nos ayudan a identificar componentes del conocimiento matemático que un profesor debe tener para desarrollar su profesión.

Para identificar el conocimiento en acción que pone en juego el profesor al momento de enseñar, relacionamos los dominios de conocimiento que describe Ball et al., (2008) con los componentes que caracterizan al análisis didáctico. A continuación describimos como realizamos la vinculación entre los dominios de conocimiento matemático para la enseñanza con los aspectos referentes al contenido matemático escolar. Posteriormente, presentamos el análisis de dos unidades de análisis (episodios) que conforman parte de una clase analizada.

La Figura 1, ilustra la correspondencia que establecemos entre los subdominios de conocimiento matemático para la enseñanza y los componentes del análisis didáctico.

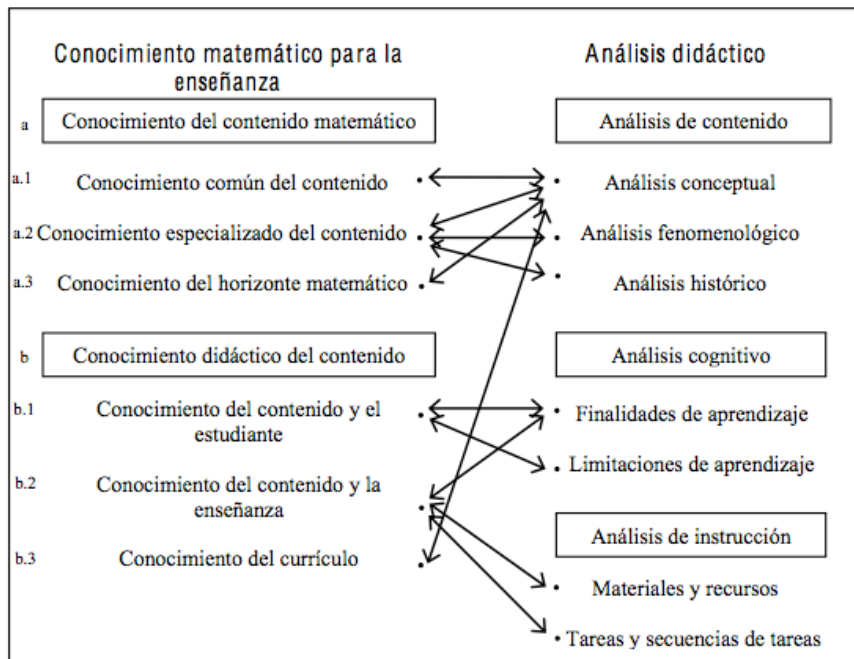


Figura 1. Dominios de conocimiento para la enseñanza-Análisis didáctico

Dentro del dominio del *conocimiento del contenido matemático* (a). El *conocimiento común del contenido* (a.1) se manifiesta cuando el profesor domina los conceptos matemáticos y los emplea con destreza para resolver problemas. El análisis de contenido, ayuda a determinar los conceptos y procedimientos referidos a fracciones, permite identificar cuáles conceptos y destrezas pone en juego el profesor en el proceso de enseñanza, por ejemplo cuando muestra conocer distintos métodos de resolución de las tareas y problemas planteados.

El *conocimiento especializado del contenido* (a.2) se manifiesta cuando además de resolver situaciones y problemas, el profesor muestra conocer diversos aspectos fenomenológicos de las fracciones, por ejemplo: enseñando las fracciones en diversos contextos (parte-todo, cociente, etc.), también al hacer uso de diversos sistemas de representación (literal, simbólico, concreto, etc.) y al establecer relaciones entre ellos; pero también al establecer relaciones entre los aspectos conceptuales que definen a las fracciones.

Observamos *conocimiento en el horizonte matemático* (a.3) cuando el profesor conoce los contenidos matemáticos relacionados con las fracciones en los niveles escolares posteriores, por ejemplo, considera las fracciones como representación de los números racionales, los emplea con el grado de generalidad que permite considerar el cuerpo de fracciones de  $Z$ , mostrando, que además de ser representantes de una clase de equivalencia, suponen una ampliación del anillo con la relación multiplicativa.

Dentro del dominio de *conocimiento didáctico del contenido* (b) identificamos que el profesor dispone de *conocimiento del contenido y de los estudiantes* (b.1), cuando evidenciamos que el profesor conoce los errores y dificultades que los estudiantes pueden presentar respecto al contenido tratado en el proceso de enseñanza, por ejemplo: si se aprecia que el profesor tiene consciencia de que los estudiantes pueden permutar la escritura fraccionaria, escribiendo seis medios mediante la expresión  $2/6$ , como señala Payne (1975) errores como estos deben preverse fortaleciendo la lectura (la forma oral) de números racionales previamente a la introducción de la representación simbólica (la forma escrita).

Identificamos *conocimiento del contenido y de la enseñanza* (b.2) cuando el profesor emplea materiales y recursos que permiten el aprendizaje de las fracciones. Por ejemplo, si inicia la enseñanza de las fracciones con modelos concreto, presenta situaciones que puedan considerarse cotidianas para los alumnos (Castro y Torralbo, 2008), etc.

El *conocimiento del contenido y del currículo* (b.3) se observa cuando se aprecia que los contenidos enseñados, corresponden con los establecidos por el currículo escolar de referencia, apreciación que se hace a través del análisis de contenido correspondiente, al realizar la revisión del currículo escolar. Por ejemplo, si observamos que el profesor enseña los contenidos mínimos obligatorios exigidos por el currículo escolar de base, sigue las orientaciones metodológicas estipuladas en los documentos oficiales, esto filtrado a través del análisis de contenido realizado considerando las indicaciones curriculares en las diversas fuentes del currículo de fracciones trabajadas en educación matemática (estándares curriculares, currículo nacional, pruebas PISA, etc.).

Establecida la correspondencia entre los subdominios de conocimiento matemático para la enseñanza y los componentes del análisis didáctico, analizamos el texto que corresponde a la transcripción de una clase, datos que dan origen a nuestra unidad de análisis. Para efecto de este trabajo presentamos el análisis de dos episodios (unidades de análisis) con el objeto de identificar desde la práctica distintos dominios de conocimiento matemático para la enseñanza de las fracciones.

### **Ejemplo de identificación del contenido matemático escolar en una sesión de clase**

Analizamos una sesión de clase, con el fin de estudiar el conocimiento profesional que pone en juego un profesor (Juan). Hemos recogido la información sobre la enseñanza puesta en marcha por el profesor y las características de la clase ejecutada a través de la observación no participante. La observación de la clase ha sido grabada en vídeo desde la parte trasera del aula, para captar la totalidad del escenario y las interacciones entre el profesor y los alumnos. Después de la grabación y examen de las imágenes, transcribimos la sesión de clases y complementamos el escrito con las notas (textuales) de campo, de modo que la transcripción (texto) contenga la totalidad de las interacciones entre el profesor y los alumnos.

El análisis se aplica al texto que registra la actividad matemática desarrollada en una sesión de clase. En el contexto del trabajo los datos obtenidos son cualitativos, el análisis de los datos se realiza a través de una descripción detallada interpretativa. Los datos obtenidos fueron segmentados en episodios que corresponden a un fragmento que tiene un principio y un fin reconocible, y una secuencia de acciones que lo constituye (Krippendorff, 1990, p.85). La sesión de clase se ha fragmentado en 5 episodios. En este escrito presentaremos el análisis de los episodios [1] y [5]. La descripción y el análisis de la enseñanza de estos episodios nos llevan a establecer explicaciones sobre la acción docente y, a su vez identificar el conocimiento matemático para la enseñanza que Juan, el profesor de educación primaria, pone en juego al momento de enseñar el contenido de las fracciones.

#### *Descripción del episodio [1]*

---

	1	P	<i>Vamos a iniciar una nueva unidad de estudio: la unidad se llama fracción.</i>
[1.1]	2	As	<i>Cómo, fracción</i>
	3	P	<i>Qué vamos a ver, niños, hoy día vamos a ver fraccionamiento de enteros en partes iguales, la escritura, la escritura de fracciones, trabajando con papelitos lustres que les pedí ayer que trajeran.</i>

---

	4	P	[Profesor pide a los alumnos que escriban en su cuaderno]
	5	P	[El profesor saca a tres alumnas adelante y explica la actividad]
[1.2]	6	P	<i>Le voy a pasar a María 5 papeles lustres y ella tiene que repartir entre sus dos compañeras en partes iguales</i>
	7	A	<i>No se puede</i>
	8	As	<i>Sí</i>
	9	P	<i>Calladito a ver, qué va hacer ella</i>
	10	P	<i>María ¿qué puede hacer usted para repartirlo?</i>
[1.3]	11	As	<i>Dobla a la mitad [dos alumnos gritan]</i>
	12	A	<i>[La alumna muestra el papel, lo dobla a la mitad y da dos a cada uno]</i>
	13	P	<i>Ya, dóblelo primero</i>
	14	P	<i>Ya, lo corta por la mitad, dos partes iguales</i>
	15	A	<i>[Reparte cada pedazo (mitad de un papel) a cada niño]</i>
	16	P	<i>A ver, ¿cuántos papeles enteros recibió cada niño?</i>
	17	A	<i>Dos, dos</i>
	18	As	<i>No, dos y medio [a coro los alumnos]</i>
	19	P	<i>A ver, papeles enteros</i>
	20	A	<i>[una alumna] Dos enteros y dos medios</i>
[1.4]	21	P	<i>Puede mostrar cuántos papeles recibió [pide a las alumnas]</i>
	22	P	<i>Ahí tiene cada niña, que recibió dos papeles enteros</i>
	23	P	<i>¿Ya, y qué se tuvo que hacer con el otro papel para que cada niña recibiera lo mismo?</i>
	24	As	<i>Partirlos por la mitad</i>
	25	P	<i>Partirlo por la mitad, están todos de acuerdo</i>
	26	As	<i>Sí</i>
	27	P	<i>Cada trozo de papelito que recibió cada niña se llama fracción de papel, le vamos a llamar</i>
	28	P	<i>Pregunta: ¿qué fracción de papel recibió cada niño?</i>
[1.5]	29	As	<i>Mitad, mitad...</i>
	30	P	<i>Bien, la mitad</i>
	31	P	<i>Y vamos a llamarle a la mitad un medio de la fracción</i>
	32	P	<i>Un medio es una fracción es un número fraccionario</i>

#### *Análisis del episodio [1]*

El episodio comienza con el planteamiento de una actividad de reparto (6). Observamos conocimiento especializado del contenido, dado que la situación problema (6) lleva a un conocimiento específico del contenido, la introducción de la fracción como división (dividir 5 papeles entre 2 estudiantes). Fenomenológicamente, se introduce la fracción como división, dando lugar a un fraccionamiento, para terminar en una fracción relación parte-todo (medio), relacionando estos sentidos de manera explícita (23) (reparto, fraccionamiento, parte-todo). Los sistemas de representación empleados durante el episodio son variados, verbal (medio (18), un medio, mitad (24), fracción, número fraccionario) y concreto (el papel) como representación material mediante un modelo interesante para las fracciones (parte de una superficie de papel). Se observa que el profesor manifiesta un conocimiento común del contenido, plantea una actividad con el objeto de introducir el concepto de fracción, si bien el problema planteado es un problema que en  $Z$  se resolvería por medio de una división entera (cociente 2 y resto 1), aquí da lugar a una división racional, ya que se trata de materiales continuos, que permiten repartir el resto. Se observa conocimiento del contenido y de la enseñanza, al



iniciar la unidad de fracciones a través de una situación-problema que implica repartir una cantidad inicial en partes iguales donde la unidad sobrante es menor que el número partes. La situación es realizable por los niños (adecuada a sus capacidades) y se relaciona con un material manipulativo familiar (el papel lustre), que tiene una unidad bien conocida por los alumnos; el papel permite el fraccionamiento de manera sencilla, más aún cuando la fracción utilizada (mitades) permite su construcción mediante plegado (hacer coincidir una parte con la otra). Existe una intención educativa que pone en juego el conocimiento del contenido y de la enseñanza (6). Identificamos que el profesor dispone de conocimiento del contenido y de los estudiantes, dado a que introduce un problema de división que da lugar a una fracción mayor que la unidad (5:2, impropia), lo que dificulta a los alumnos a identificar la fracción como la parte resultante del reparto (16-30), pero permite repartir los trozos enteros, con lo cual facilita el comienzo de la acción. Por último, en el episodio observamos conocimiento del contenido y del currículo, dado a que todos los contenidos abordados en el episodio se mantienen dentro de los contenidos mínimos obligatorios exigidos por el currículo escolar de base, lo que es más significativo en una clase de iniciación al concepto de fracción. Explícitamente, se pide incorporar fracciones como una forma de dar respuesta a situaciones de reparto equitativo, en las que no es posible cuantificar partes de un todo o de una unidad de medida empleando los números naturales, lo que da lugar a cuantificar trozos o partes de objetos, colecciones o unidades de medida (3-6) (Currículo escolar chileno, programa de estudio, Cuarto Año Básico, pp. 142-144). En la enseñanza observada no hemos apreciado indicios claros de conocimiento en el horizonte matemático.

*Descripción del episodio [5]*

<b>[Profesor escribe en el pizarrón]</b>			
[5.1]	89	P	
	90	A	<i>Cuadradito chico</i>
[5.2]	91	P	<i>Si. Otro papel, divídelo en cuatro partes iguales. Pégalo en el cuaderno.</i>
	92	P	<i>Y recuerde hay que escribir el nombre igual que la vez pasada, un número, el nombre de fracción</i>
[5.3]	93	A	<i>Un uno, una raya y un cuatro</i>
	94	P	<i>Muy bien.</i>
	95	A	<i>Profesor, yo no sé partirlo en cuatro pedacitos.</i>
[5.4]	96	A	<i>Ya, cómo se llama cada parte [alumnos están trabajando en pegar profesor escribe]</i>
	97	P	<i>A ver, para ir terminando por hoy. A ver, Juan, una pregunta: ¿Cuántos medios tienen el entero?</i>
	98	A	<i>Dos</i>
[5.5]	99	P	<i>Dos medios, bien</i>
	100	P	<i>¿Cuántos cuartos tiene el entero?</i>
	101	As	<i>Cuatro</i>
	102	P	<i>Muy bien</i>
[5.6]	103	P	<i>La otra clase vamos a seguir, primero vamos a anotar la tarea y después los materiales.</i>

### *Análisis del episodio [5]*

El episodio [5] continúa con la actividad de dividir en partes iguales un papel. Asignando a cada parte del papel un nombre. Se enuncian las partes que conforman el entero (89-103). Se observa conocimiento especializado del contenido, dado a que se presta atención a los cambios de representaciones, desde una figura que representa una parte del todo considerado, con el nombre de manera simbólica (94). Conocimiento del contenido y de la enseñanza, porque se trabaja con material concreto las fracciones en contexto de relación parte-todo, específicamente obtienen medios y cuartos. Conjuntamente, vincular la actividad con la construcción del entero a partir de los medios y los cuartos obtenidos. El trabajo con fracciones como: un medio y un cuarto permite obtener fácilmente partes congruentes al trabajar con material concreto. (91-96). Por último, observamos que el profesor tiene conocimientos del contenido y del currículo, ya que trabaja con fracciones unitarias: un medio, un cuarto, además reconstruye la unidad a partir de las partes (medios y cuartos) con material concreto (89-102), aspectos descritos en el currículo escolar de base.

### **Resultados**

En general, de los cinco episodios que conforman la clase analizada observamos que el profesor manifiesta conocimiento especializado del contenido, ya que se aprecia que pone en juego aspectos fenomenológicos de las fracciones, al enseñarlas en dos contextos como relación parte- todo y como cociente. Por otro lado hace uso de diversos sistemas de representación como literal (en diversas formas), simbólico y concreto. De igual modo, se observa que el profesor manifiesta conocimiento del contenido y de la enseñanza, cuando, por ejemplo, introduce la fracción a través de una situación de reparto que permite que los estudiantes puedan efectuar un reparto equitativo, ya que el material y contexto empleado facilita obtener trozos o partes de objetos. Asimismo, fortalece la lectura de diversas fracciones previamente a la introducción de la representación simbólica.

Observamos que los contenidos abordados por el profesor son estipulados en el currículo oficial de base, haciendo uso en algunos episodios, de las orientaciones didácticas que proponen los documentos oficiales. Por último, el conocimiento del contenido y de los estudiantes, y el conocimiento común del contenido es observado en algunos fragmentos de la clase. En el fragmento analizado no ha habido la ocasión de observar explícitamente conocimiento en el horizonte matemático.

### **Comentarios**

La profundización en el contenido matemático escolar, las fracciones, desde el análisis didáctico, al menos a través de los análisis conceptual y cognitivo, nos permitió disponer de un marco de conocimiento de referencia relativo al contenido matemático, su enseñanza y aprendizaje, que permite relacionarlo con los dominios de conocimiento matemático para la enseñanza. Esto nos permitió identificar en un proceso de enseñanza, las componentes del conocimiento en la acción manifestado por un profesor al enseñar el concepto de fracción. Por lo cual, consideramos que el análisis didáctico se manifiesta como un ventajoso referente metodológico para identificar conocimiento matemático en la práctica.

Concebimos que remitirnos sólo al análisis de un texto (unidad de análisis) limita a la identificación de conocimientos en la práctica, por lo cual consideramos la necesidad de complementar este tipo de estudio con entrevistas al profesor, que permitan comprender si el docente es consciente del conocimiento observado.

En este estudio hemos considerado dos de los análisis que conforman el análisis didáctico, creemos que una perspectiva para ampliar el tema abordado es identificar las tareas habituales que realizan los profesores, que constituyen las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción, dado a que requieren conocimientos específicos, razonamiento y conocimiento del contenido, lo que nos permitiría precisar en la observación de los dominios de conocimiento.

## Referencias

- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59; 389.
- Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: "A psychological topology of teachers' professional knowledge". En R. Biehler, R. Scholz, R. SträBer y B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp.73-88). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Castro, E. y Torralbo, M. (2008). Fracciones en el currículo de la educación primaria En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática de la Educación Primaria* (pp. 285-314). Editorial Síntesis Educación.
- Chile, Ministerio de Educación de Chile. *Programa de Estudio. Educación Matemática. Cuarto año de Enseñanza Básica*. Vigente a la fecha.
- Dickson, L. Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid. Labor MEC.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.
- Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Hill, H.C., Rowan, B., y Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42 (2), 371- 406.
- Krippendorff, K. (1990). Determinación de las unidades. En K, Krippendorff (Ed.), *Metodología de análisis de contenido: teoría y práctica* (pp. 81-92). Paidós Comunicación.
- Llinares, S y Sánchez, M. (1988). *Fracciones*. Madrid: Síntesis.
- Lupiáñez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.
- Ponte, J. P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense.
- Ponte, J. P. y Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13(2), 51-74.

- Rico, L. (Ed.). (1997a). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en Educación secundaria*. Madrid. Síntesis.
- Rico, L. (Ed.). (1997b). *Educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ice Horsori.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.