

**ENSEÑANZA DE LOS ELEMENTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO  
UTILIZANDO GEOGEBRA.  
UN ESTUDIO DESDE LA TEORÍA DE LOS CONCEPTOS NUCLEARES**

Pedro Corcho Sánchez<sup>1</sup> – María José Cáceres García<sup>2</sup> – Ricardo Luengo González<sup>1</sup>  
[pecorcho@unex.es](mailto:pecorcho@unex.es) – [majocac@usal.es](mailto:majocac@usal.es) – [rluengo@unex.es](mailto:rluengo@unex.es)  
Universidad de Extremadura<sup>1</sup> - Universidad de Salamanca<sup>2</sup> (España)  
Miembros del grupo de Investigación Ciberdidact

Núcleo temático: I Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualización docente.

Palabras clave: Blearning, Teoría de los Conceptos Nucleares, Redes Asociativas Pathfinder, Representación del Conocimiento.

### **Resumen**

*La utilización de recursos tecnológicos en la enseñanza de las matemáticas está tomando mucha importancia en los últimos años, en concreto se están produciendo muchos avances en la utilización del programa Geogebra para la enseñanza de la geometría y su integración en plataformas de Learning Management System (LMS).*

*En este trabajo se diseñó e implementó una experiencia para la enseñanza de los elementos notables del triángulo con Geogebra y se analizó su influencia en el aprendizaje de los estudiantes. Se compararon las Redes Asociativas Pathfinder (RAP, dentro de la Teoría de los Conceptos Nucleares) de dos grupos, uno experimental y otro de control, que cumplían las condiciones de homogeneidad en cuanto a conocimientos previos, antes y después de una intervención educativa, en la cual, se proporcionó al grupo experimental un material de apoyo en formato SCORM, en los que se incluyeron applets interactivos de Geogebra. Los resultados mostraron diferencias estadísticamente significativas entre el índice de coherencia del grupo de control y el grupo experimental tras nuestra intervención educativa. Este mayor índice de coherencia de las redes cognitivas del grupo experimental, sugiere que los conceptos relativos a los elementos notables del triángulo quedaron más asentados en la estructura cognitiva de estos estudiantes.*

### **Introducción**

Nuestra experiencia como docentes nos ha permitido constatar que algunos estudiantes muestran dificultades para asistir a las clases presenciales. Para solucionar esta cuestión las TIC pueden ser un recurso que nos ayude en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje y la

adquisición de contenidos matemáticos. Si bien algunos autores afirman que el uso de las TIC en el aula no suponen necesariamente una mejora en la práctica educativa cuando se incorporan bajo un modelo pedagógico tradicional (Area, 2012), los estudiantes de hoy tienen una valoración positiva hacia la integración de las TIC en su proceso educativo (Tejedor, 2011). Además, la visualización de conceptos matemáticos que los estudiantes exploran en entornos multimedia puede fomentar su comprensión de una manera nueva (Hollebrands, 2007).

### **Fundamentación Teórica**

La Teoría de Conceptos Nucleares (Casas, 2002; Casas y Luengo, 2004; Casas y Luengo, 2013), que en adelante nombraremos como TCN, tiene su fundamentación en el marco teórico general de la Ciencia Cognitiva y en la noción de estructura cognitiva (Neisser, 1976; Piaget, 1978; Ausubel, Novak y Hanesian, 1978) y con muchas de las ideas de (Rumelhart, 1984) en cuanto a organización de la memoria en base a esquemas o representaciones mentales relacionadas en la Teoría de los Esquemas.

La TCN establece que la estructura del conocimiento responde a un modelo de redes: se organiza a partir de pequeñas unidades interrelacionadas, cuyos elementos tienen su correspondencia cerebral (en los circuitos neuronales) y mental (en las representaciones llamadas esquemas). De modo que cada concepto en la mente no es algo simple, sino una pequeña estructura, relativamente estable, de elementos interrelacionados. Los conocimientos previos vienen representados por estas estructuras y el aprendizaje significa la modificación de la estructura cognitiva por acrecentamiento y reestructuración y, por tanto, de la estructura biológica, es decir, de los circuitos neuronales que le sirven de soporte.

Esta teoría tiene asociada la técnica de Redes Asociativas Pathfinder (RAP) que permite la representación de la estructura cognitiva de una manera analítica y gráfica, y nos proporciona información acerca de cómo se produce el aprendizaje en función de los cambios que se producen en dicha estructura (Schvaneveldt, 1989). El software Goluca desarrollado por Godinho, Luengo y Casas (Godinho, 2007; Casas, Luengo y Godinho, 2011) permite la obtención de datos mediante un método no invasivo. Este programa informático sistematiza, en el mismo software, tres procedimientos esenciales de las RAP: 1) establecer relaciones entre los términos (estudiar el número de conceptos nucleares, conceptos extremos y número

de nodos), 2) representar la estructura cognitiva y 3) analizar la representación de la estructura. Además, permite identificar los conceptos más importantes en función de las relaciones, los que presentan mayor número de relaciones se denominan Conceptos Nucleares y los que se sitúan en los extremos Conceptos Extremos.

Estudios previos han utilizado la tecnología con la intención de reforzar la enseñanza presencial, por ejemplo, Sordo (2005) diseñó una estrategia didáctica basada en las TIC y el uso de un programa de geometría dinámica Geometer's Sketchpad para la enseñanza-aprendizaje de una de las áreas de conocimiento de las matemáticas: la geometría métrica. También Preiner (2008) desarrolló materiales de instrucción mediante el uso de software de geometría dinámica, centrándose principalmente en el uso de Geogebra. Por otro lado, Gomez (2007) aborda el diseño de unidades didácticas para el desarrollo de contenidos didácticos con profesores de Matemáticas, Dikovi (2009) evalúa si existen diferencias en los estudiantes de Matemáticas antes y después del uso de Geogebra en algunos conceptos importantes.

El objetivo principal de este trabajo es analizar las diferencias cognitivas que se producen en dos grupos de estudiantes en relación con la adquisición de determinadas competencias matemáticas, concretamente el aprendizaje de los elementos notables del triángulo.

### **Metodología**

Esta investigación ha consistido en el diseño, experimentación y análisis de una metodología de enseñanza basada en TIC utilizando, con un grupo de estudiantes que se identifica como grupo experimental (GE, 68 estudiantes), un modelo denominado Blearning donde se ha utilizado Moodle y Elluminate como LMS, eXeLearning como constructor de paquetes Scorm y Geogebra para elaborar applets de Geometría Dinámica, frente a una metodología tradicional que se utilizó con un grupo de control (GC, 68 estudiantes).

En la asignatura Matemáticas y su Didáctica, de segundo curso del Grado en Educación Primaria nos planteamos crear paquetes Scorm, es decir, recursos educativos reutilizables, interactivos, basados en la visualización y en la interacción con los elementos matemáticos y a disposición de los estudiantes las 24 horas del día. Dentro de los paquetes, se utilizaron múltiples herramientas multimedia (como vídeos, elementos del

proyecto Descartes<sup>1</sup>, applets de Geogebra<sup>2</sup> y cuestionarios auto corregibles de HotPotatoes) para facilitar el seguimiento del curso y, con ello, disminuir las dificultades de aprendizaje. Estos paquetes los pusimos a disposición del GE, que se correspondía con el grupo con docencia presencial por las tardes, dado que solían ser menos estables en la asistencia a las clases presenciales.

Para comparar los dos grupos, hemos utilizado los métodos que describimos a continuación. En primer lugar, se realizó una prueba de nivel de contenidos relacionados con la Geometría a los dos grupos para comprobar la homogeneidad de los mismos. Mediante la prueba T-Student comprobamos que las medias obtenidas en la prueba de nivel de los dos grupos eran similares, por lo que podemos asegurar que los rendimientos de los dos grupos eran estadísticamente similares al principio de nuestra investigación.

Posteriormente se pasó un cuestionario, Pretest, utilizando el software Goluca a los dos grupos de estudiantes (GE y GC) para obtener las RAP antes de la intervención educativa.

A continuación, se impartieron las sesiones presenciales y seminarios de los que constaba la asignatura, de igual forma para los dos grupos, completado para el grupo experimental de material de apoyo bajo la modalidad Blearning en el Campus Virtual de la Universidad de Extremadura (bajo los LMS: Moodle e Elluminate).

Para la elaboración de los materiales multimedia se utilizó el software eXelearning que permite el empaquetado de todo el material en formato Scorm compatible con la plataforma Moodle (Figura 1).

---

<sup>1</sup> <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>

<sup>2</sup> <https://www.geogebra.org>

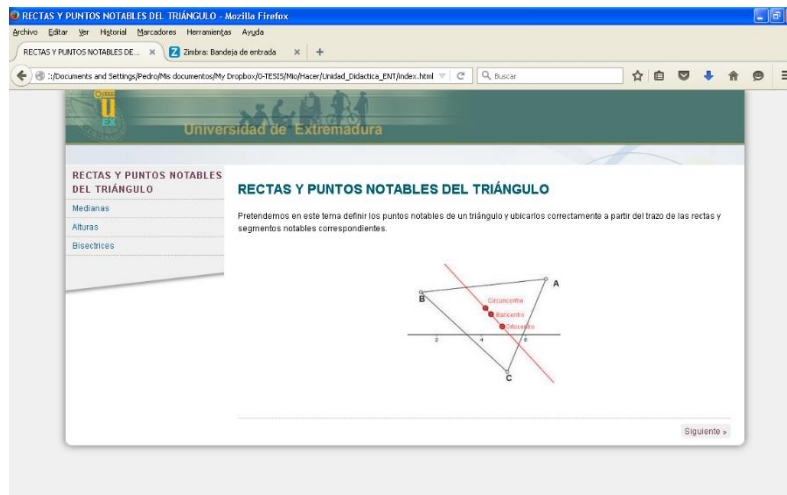


Figura1: Ejemplo de material proporcionado a los estudiantes del grupo experimental.  
Fuente: Elaboración propia

A las dos semanas de impartir la docencia se volvieron a realizar los cuestionarios postest a los dos grupos.

Para analizar la estructura cognitiva de los estudiantes, hemos utilizado el método de encuesta, donde se sustituye el cuestionario para recoger los datos, por el soporte informático denominado Goluca (Godinho, 2007), que nos ha permitido formular las preguntas (mediante la similaridad de conceptos) y recoger los datos.

Para el análisis del rendimiento en los contenidos trabajados obtuvimos las Redes Asociativas Pathfinder (RAP) de los dos grupos de estudiantes. Las RAP son representaciones espaciales donde los conceptos aparecen como nodos y sus relaciones como segmento que los unen, de mayor a menor longitud según sea el peso o fuerza de su proximidad semántica (Casas, L. y Luengo, R. 2005) Un ejemplo se muestra en la Figura 2. Estas representaciones las analizamos bajo la Teoría de los Conceptos Nucleares (TCN). Para el estudio de las características de las RAP en los análisis que realizamos, se utilizaron algunas funcionalidades del software Goluca: número de nodos nucleares (aquellos conceptos que tienen más de dos enlaces en la estructura cognitiva del sujeto); índice de complejidad de la red desarrollado por Casas y Luengo (2004) e índice de coherencia (consistencia en las relaciones del conjunto de los datos).



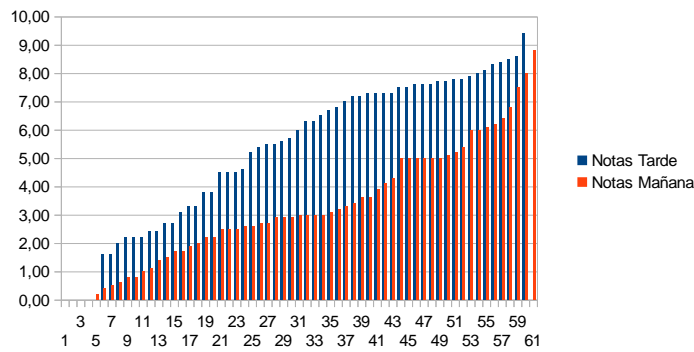


Figura3: Obtención Notas obtenidas por el grupo de mañana y el de tarde .  
Fuente: Elaboración propia

### Conclusiones

Los resultados muestran que se ha producido un cambio en la estructura cognitiva de los estudiantes, presentándose en las redes obtenidas tras la instrucción un menor número de conceptos nucleares, lo que indica mejor comprensión de los conceptos trabajados en la intervención educativa (conforme aumenta el dominio del concepto estudiado, las redes de los estudiantes se hacen más simples). Respecto a la comparación de los dos grupos podemos afirmar que nuestro grupo experimental, presenta un mayor índice de coherencia en sus RAP (a mayor coherencia, mayor conocimiento de la materia objeto de estudio) y mejores calificaciones en la evaluación final. En cuanto al índice de complejidad, no hemos encontrado diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos

Los resultados indican que el uso de material de apoyo (Scorm), en concreto el uso de Geogebra, puede favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en los conceptos geométricos estudiados. Sería conveniente continuar con el diseño de estos materiales para el resto de contenidos geométricos. Además, sería interesante contrastar los resultados mediante la realización de estudios similares con estudiantes de otras especialidades, o con otros contenidos matemáticos con softwares adecuados en cada caso.

La Teoría de los Conceptos Nucleares y sus técnicas asociadas nos abren nuevos caminos en la representación del conocimiento. El uso de técnicas no invasivas (RAP) frente a otras que si lo son (Mapas Conceptuales) y la combinación de su estudio con otros métodos, tales como entrevistas y técnicas de análisis cualitativo, nos

lleva a nuevos campos de investigación, algunos de los cuales pueden consultarse en la Web<sup>4</sup> del Grupo de Investigación CIBERDIDACT.

## Referencias bibliográficas

- Area, M. (2012). La formación y el aprendizaje en entornos virtuales. Potencialidades, debilidades y tendencias. *Crítica*, 982, 33-36.
- Ausubel D.P, y Novak, J.D. y Hanesian, H. (1978): *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Ed. Trillas. México.
- Casas, L. (2002). *El estudio de la estructura cognitiva de alumnos a través de Redes Asociativas Pathfinder. Aplicaciones y posibilidades en Geometría*. Tesis doctoral. Universidad de Extremadura. Badajoz.
- Casas, L.M. y Luengo-González, R. (2004). Representación del conocimiento y aprendizaje. Teoría de los Conceptos Nucleares. *Revista Española de Pedagogía*, 227, 59-84.
- Casas, L.M. y Luengo, R. (2005). Conceptos nucleares en la construcción del concepto de ángulo. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(2), 201-216
- Casas, L. y Luengo, R. (2013). The study of the pupil's cognitive structure: the concept of angle. *European Journal of Psychology of Education*, 28, 373–398.
- Casas, L., Luengo, R. y Godinho, V. (2011) Software GOLUCA: Knowledge Representation in Mental Calculation. *US-China Education Review B*, 4, 592-600
- Corcho, P. (2016) *Enseñanza de los Elementos Notables del Triángulo utilizando Objetos de Aprendizaje y LMS*. (Tesis Doctoral). Cáceres: Universidad de Extremadura.
- Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level. *ComSIS*, 6(2), 191-203
- Godinho, V. (2007). *Implementación del software GOLUCA y aplicación al cambio de redes conceptuales*. Diploma de Estudios Avanzados inédito. Universidad de Extremadura.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas en secundaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. Granada.
- Hollebrands, K. F. (2007). The role of a dynamic software program for geometry in the strategies high school mathematics students employ. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2):164-192.
- Neisser, U. (1976): *Psicología Cognoscitiva*. México. Trillas
- Piaget, J. (1978): La evolución intelectual entre la adolescencia y la edad adulta". En J Delval (comp.). *Lecturas de Psicología del niño*, V 2.
- Preiner, J. (2008). *Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers: The case of geogebra*. Tesis doctoral. Universidad de Salzburgo, Austria. Disponible en <https://archive.geogebra.org/static/publications/jpreiner-dissertation.pdf>. Consultado 17/02/2009
- Schvaneveldt, R.W. (Ed.). (1989). *Pathfinder Associative Networks. Studies in Knowledge Organization*. Norwood, NJ. Ablex.

---

<sup>4</sup> <http://www.unex.es/investigacion/grupos/ciberdidact/estructura/publicaciones>



Sordo, J. M. (2005). *Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid, España.

Tejedor, F.J. (2011). *Integración de las TIC en la docencia Universitaria*. Salamanca. NETBIBLO, S. L.