

## MATEMÁTICA

### O PAPEL DA LINGUAGEM CIENTÍFICA NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

*Luzia Maya Kikuchi*

Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo (FE-USP) - Brasil

[luzia.kikuchi@usp.br](mailto:luzia.kikuchi@usp.br)

#### Resumo

No ensino de matemática, a linguagem científica utilizada envolve a leitura de gráficos, variáveis e de operadores, tais como: adição, subtração, multiplicação e divisão. Também existem os empréstimos de vocabulário da linguagem oral, mas que traz significados específicos na matemática, a saber, potência, base, raiz quadrada, contínuo e discreto. Desse modo, este artigo tem como objetivo discutir os fatores ligados aos obstáculos na aprendizagem em termos da não compreensão da linguagem matemática e mostrar que para se ter uma compreensão satisfatória, não basta ter o domínio de mecanismos automáticos de resolução de problemas e que, muitas vezes podem existir fatores mais internalizados envolvidos no aprendizado.

**Palavras chave:** linguagem científica, ensino-aprendizagem, resolução de problemas, obstáculos de aprendizagem, situações didáticas.

#### Introdução

A concepção do ensino de matemática para aqueles que não possuem facilidade, sempre se mostrou algo penoso, cheio de regras e de linguagem pouco acessível que fica muito distante da linguagem utilizada no cotidiano. Danyluk (1991) mostra que em sua experiência, vivenciou muitas falas de alunos de magistério afirmando que havia escolhido o curso por achar que não teriam que aprender muita matemática. A autora afirma ainda que a situação continua semelhante mesmo nos alunos dos cursos de graduação em Pedagogia. Assim como alunos destes cursos, essas descrições são muito presentes nas falas de alunos do ensino básico que não têm muita afinidade com a área de Ciências e Matemática. Mesmo os alunos do curso de graduação em Matemática, uma parte deles estuda decorando listas de exercícios e fórmulas para serem aplicados e repetidos mecanicamente. Tais fatos tornam-se preocupantes para nós educadores, dado que se eles trabalharem futuramente como docente dessa disciplina, a tendência de lecionarem da mesma forma repetitiva e mecânica será muito grande, tornando um ciclo vicioso, continuando com uma geração de alunos frustrados que não conseguem compreender a lógica de tanta memorização de fórmulas. Japiassu (1983) ainda afirma que o educador que limita a aprendizagem à mera repetição de estratégias, não trazendo uma reflexão ao aluno, é educador apenas por eufemismo.

Bianconi (2002), em notas de aula do seu curso de linguagem matemática, afirma que “*em matemática, todas as palavras têm um sentido preciso. Por isso, faz-se necessário que conheçamos seus significados*” (BIANCONI, 2002, p.1). Ou seja, para o aluno ter uma compreensão significativa, primeiramente deve ser capaz de deduzir o raciocínio através da leitura, mas para isso precisa entender a linguagem que está escrita no enunciado. Só assim será capaz de prosseguir nos estudos mais avançados da área, sem

o qual ficará estagnado por um obstáculo do qual não se saberá o real motivo de sua dificuldade.

Porém, mesmo o professor tendo boas intenções e criando situações que motivem o aluno a se deparar com uma situação de reflexão, é comum que o aluno em algum momento se pergunte qual a importância da aprendizagem da linguagem científica em seu cotidiano, já que suas pretensões futuras não envolveriam nenhuma atuação como cientista, por exemplo. Nesse momento, o educador precisa distinguir para o aluno a diferença entre o senso comum e o pensamento científico. Karam (2009), citando Pietrocola (2002), afirma que os físicos usam a linguagem matemática para a estruturação do pensamento científico e "*que a Física é uma ciência que elabora modelos da realidade, os quais costumam ser altamente matematizados, e os confrontam com os resultados obtidos em seus experimentos*" (KARAM, 2009, p.182) e tais conceitos não podem ser elaborados apenas pelo pensar do cotidiano. Sendo assim, mesmo que o aluno não se torne um especialista no assunto, precisa compreender minimamente a diferença entre o formalismo científico e o senso comum, e que nem todas as representações do mundo a sua volta podem ser feitas através do seu saber do dia a dia.

Brousseau (2000) também é enfático quando afirma que trabalhar com matemática implica não só a resolução de problemas, mas com a formulação de boas questões. Sendo assim, quando o aluno assume o papel de cientista, agindo como tal, é necessário que "*ele aja, formule, prove, construa modelos, linguagens, conceitos, teorias, os troque com outros, reconheça aqueles que são compatíveis com a sua cultura*" (BROUSSEAU, 2000, p.38) e retirando aquilo que lhe são úteis.

Compreendendo essa diferença, seria importante para o educador investigar estratégias para que os alunos sejam instigados a pensar e demonstrar o raciocínio lógico-dedutivo, em vez de memorizar fórmulas e mecanismos que não são capazes de explicar a sua utilização. Nesse caso, o professor tem o papel de criar uma situação de um mini-mundo científico para criar situações de discussão, mostrando que a "*linguagem seja meio para dominar esta situação e as demonstrações sejam provas*" (BROUSSEAU, 2000, p. 38) Além disso, quando não se conhece a linguagem científica, o natural do ser humano é utilizar-se do senso comum. No entanto, esse mesmo conhecimento pode atrapalhar a compreensão do novo significado do aprendizado. Nas palavras de Bachelard, se o senso comum impede o prosseguimento do aprendizado, então é necessário que ocorra uma ruptura. Desse modo, o professor não deve recriminar um aluno que comete um erro ou equívoco, mas mostrar caminhos que levem à compreensão do erro que necessita ser retificado para se chegar a uma conclusão aceita como correta. O impedimento de se avançar no conhecimento é chamado por Bachelard de *obstáculo*.

### **Fundamentação teórica**

Para superar obstáculos, não somente é necessário tentar uma aproximação do contexto novo com o do aluno, utilizando recursos de linguagem adaptada ao meio que o educando está inserido para fazer uma aprendizagem por comparação ou equilíbrio, como é necessário identificar as competências e concepções que aquele estudante desenvolveu ao longo do tempo. Vergnaud (1994) enfatiza a importância de analisar o que os alunos já internalizaram do aprendizado, que são capazes de explicitar este conhecimento sem muito esforço em variadas situações, e aqueles que, ainda que saibam utilizá-los, uma pequena mudança do contexto seria suficiente para que ocorra um processo de desequilíbrio e conseqüente insegurança de aplicar o conhecimento que

tecnicamente havia aprendido. De certo, não é uma tarefa das mais simples a de detectar as origens e encontrar soluções para estes obstáculos. Astolfi (1994) afirma que para superar obstáculos não basta apenas o desejo voluntário por parte dos alunos de querer superá-los, nem tampouco de menosprezar ou supervalorizá-los. Há uma necessidade de selecionar os que podem ser superados e organizar uma estratégia didática coerente que cause efeito.

Em relação aos conceitos matemáticos, Magina (2005) afirma que a complexidade dos conceitos matemáticos é determinada pela variedade de situações e que cada uma delas não permite uma análise única, mas que requer vários desses conceitos para que se tenha maior compreensão do problema. A autora afirma também que os conceitos matemáticos são desenvolvidos em longo prazo, determinando assim que a relação entre tempo e maturação para enfrentar o novo problema pode variar de aluno para aluno, nada tendo relação com a sua idade cronológica, por exemplo.

Nesse aspecto, Brousseau em sua Teoria das Situações Didáticas, também aponta uma categoria de obstáculos classificado de *Ontogénicos*, quando a maturidade mental, não necessariamente ligada à idade cronológica, para enfrentar uma nova classe de problemas não seja suficiente; ainda que o seu conceito tenha sido aplicável em um conjunto de problemas anteriores. Basta uma nova categoria de exercícios para que ocorra novamente o processo de desequilíbrio. O sucesso para enfrentar um novo desafio, assim como nas palavras de Magina (2005), depende do tempo que o aluno se deparou, enfrentou e desenvolveu ao longo do tempo o conceito adquirido. Para Piaget, em sua teoria da Epistemologia Genética, um dos fatores que podem influenciar no aprendizado são os fatores variantes. A teoria psicogenética mostra que a inteligência é algo construído em função das interações com o meio, tanto físico como social, em um indivíduo.

Logo, a situação de acomodação em relação ao que já se conhece, cria uma condição de desequilíbrio em relação ao que é novo, principalmente quando não se tem afinidade com a nova circunstância que o aluno precisa lidar. Há uma tendência muito forte do ser humano de memorizar ou aprender apenas o que julgar necessário para o seu cotidiano. Do mesmo modo, quando o aluno se depara com uma nova linguagem da qual não se tem conhecimento, passa pela sensação de que essa habilidade é voltada apenas para os que nasceram aptos para compreender tal complexidade. Consequentemente sentem-se intimidados, criando bloqueios psicológicos, negando o aprendizado e se autrotulando, de maneira pejorativa, que nunca serão capazes de aprender as ciências exatas. Assim como Brousseau afirma, um obstáculo é um conjunto de dificuldades relacionadas a um conhecimento, que foi adaptado adequadamente, mas para um caso específico ou sob condições especiais. Ao surgir uma nova situação e, com ela, a necessidade de rupturas e novas acomodações, esse conhecimento torna-se obstáculo, pois o indivíduo resiste às novidades em defesa do conhecimento já estabelecido. O papel do professor, portanto, é criar a ponte para a compreensão da nova linguagem para gerar o aprendizado do novo conhecimento, um modo de superar o obstáculo em que o aluno se encontra. Para tal efeito, Danyluk complementa:

A Matemática, olhada como um corpo de conhecimentos organizado por uma lógica, possui uma linguagem peculiar de expressão e revela certos aspectos do mundo. Estes aspectos não são isolados de outras áreas de conhecimento, pois a Matemática possui o seu modo de ser e diz algo do mundo. E, por revelar

aspectos do mundo, o texto que fala de matemática não pode ser olhado como algo isolado. (DANYLUK, 1991, p. 40)

É importante ressaltar para o aluno que a linguagem científica é construída por um processo contínuo e constante, que com o tempo será familiarizada e incorporada como aprendizado. Tudo isso explica a própria lógica da construção da ciência cuja construção ocorreu dentro de um processo, passando por revoluções científicas, por períodos de adaptação para, finalmente, ser aceita como verdade universal. Portanto, é importante destacar que não é necessário ter uma grande preocupação quando o aluno se depara com a primeira dificuldade, pois entender a linguagem científica é um passo importante, mas não o seu todo. Como Pietrocola (2005) afirma, “*bastaria um olhar mais atento às todas as fases da publicação da pesquisa para revelar que a linguagem nominalizada não permeia todo o processo de produção do conhecimento*” (PIETROCOLA, 2005, p.2). Por outro lado, Bronowski (1983) aponta a verdadeira utilidade do uso da linguagem científica:

A existência de palavras ou símbolos para coisas ausentes, desde ‘dia bonito’ a ‘impedimento infinito’, permite que os seres humanos pensem em si mesmo em situações que não existem realmente. Este dom é a imaginação, e é simples e forte, porque não é senão a capacidade humana de criar imagens no espírito e de as utilizar para construir situações imaginárias. (BRONOWSKI, 1983, p.33)

Logo, é necessário que exista uma linguagem própria para comunicação da matemática, assim como necessitamos de vocabulários específicos para podermos nomear os objetos em nosso cotidiano, evitando usar generalizações como *aquilo* ou como *coisa*.

### **Metodologia e Resultados**

A falta de conhecimento da linguagem científica levanta questionamentos aos professores e pesquisadores da área afirmando que o motivo do fracasso dos alunos nas disciplinas de ciências é a falta de conhecimento matemático.

Lemke (1998b) afirma que se a ciência utiliza diversas linguagens para construir seus conhecimentos, então, deve-se aprender não somente as suas linguagens, mas também sobre elas (LEMKE apud CARVALHO & CARMO, 2006, p.3). Partindo dessa hipótese, traremos exemplos de investigação para discutir se o que impede o progresso dos estudantes nas disciplinas de ciências é de fato a falta de conhecimento ou habilidade matemática ou se há um problema mais profundo que permeia o entendimento ou falta de compreensão da linguagem das ciências. Brousseau (1983) considera que os erros “*são baseados em um conhecimento prévio que não foi adequadamente generalizado ou transposto para uma nova situação*” (BROUSSEAU apud CURY, 2007, p.33).

Cury (2007) afirma que as pesquisas ainda carecem de usar esses erros dos alunos como ferramentas de aprendizagem e de atividades que desafiem o aluno a tentar mudar a sua atitude perante aos erros.

Nos exemplos a seguir, as análises partiram da minha experiência docente, ou mesmo de exemplos de artigos relacionados ao assunto. Através deles, apontaremos os possíveis obstáculos envolvendo a linguagem científica.

O seguinte problema ilustra um exemplo que poderia ser apresentado em uma classe de 9º ano do Ensino Fundamental:

**Exemplo 1:** “Um prédio tem sombra, pela luz solar, projetada no solo horizontal com 70 m. Simultaneamente um poste de 8 m de altura localizado nas proximidades deste prédio tem sombra do mesmo tipo com 14 m. Calcule a altura do prédio.

Primeiramente, o professor espera do aluno que ele seja capaz de visualizar e desenhar o problema proposto. Se o aluno não consegue decodificar as informações do enunciado, a fim de ser capaz de passá-lo para uma representação, conseqüentemente a solução para o problema se tornará bem difícil. Apesar desse problema ser típico para aplicação do conceito de semelhança entre dois triângulos, se o aluno não conseguir visualizar corretamente o modelo proposto, nada adianta saber aplicar mecanicamente os conceitos. A seguir, veja a visualização do exercício:

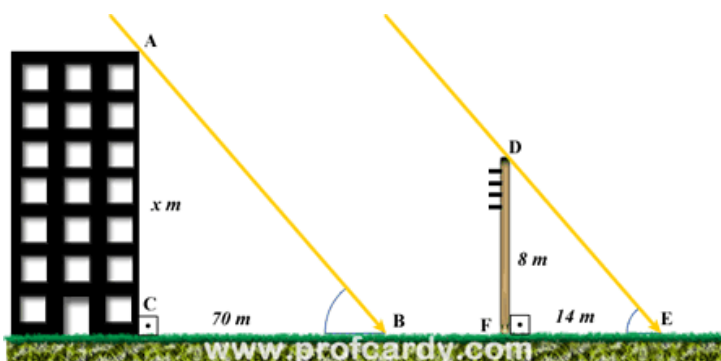


Figura 1. Desenho da projeção da sombra de um prédio sob o chão

Um possível obstáculo que impediria o aluno de esboçar o problema é levar em consideração fatores externos que normalmente ignoramos no momento da elaboração de um exercício-modelo, que é elaborado em condições ideais. Um dos exemplos desses fatores externos seria: *E se o Sol estiver a pino? Como poderia ter uma sombra? (Sol do meio-dia, desconsiderando a latitude da cidade e pensar que o Sol está em uma posição perpendicular em relação ao solo, não criando uma sombra)*. Para o professor ou aluno que já está acostumado a lidar com problemas como este, é fácil enxergar que o problema utiliza-se de uma situação em que a sombra seja de um tamanho viável o suficiente para que possa ser medida, não sendo necessário pensar na hipótese de uma condição adversa que normalmente no cotidiano enfrentaríamos. Logo, é responsabilidade do professor explicitar ao aluno que nessas circunstâncias é necessário pensar em um caso ideal e que em todo exercício que se deparar de agora em diante, deverá primeiramente pensar na situação que possibilitará a aplicação dos mecanismos aprendidos em aula.

Outro problema que podemos encontrar nesse mesmo exercício seria pós-representação: a mecanização sem o contexto. Dado que ele saiba aplicar perfeitamente os conceitos de semelhança, saiba reconhecer os elementos do triângulo como cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa, se ele não se ateu a essência do sistema que compõe esses três elementos do triângulo e que o sistema é composto por: luz solar, prédio e chão ou luz solar, poste e chão permite a aplicação dos elementos do triângulo retângulo, isto geraria outro tipo de obstáculo.

Vejam agora um exemplo que poderia ser trabalhado nos anos finais do Ensino Médio e principalmente para os cursos de graduação em Matemática:



**Exemplo 2:** Tabela-verdade das condições “e” ( $\wedge$ ), “ou” ( $\vee$ ), “ou” ( $\neg$ ), “não”

$A$	$B$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$\neg A$
$V$	$V$	$V$	$V$	$F$
$V$	$F$	$F$	$V$	$F$
$F$	$V$	$F$	$V$	$V$
$F$	$F$	$F$	$F$	$V$

Figura 2. Tabela verdade - Fonte: Notas de aula, Bianconi, 2006.

Nesse caso, a linguagem matemática se torna essencial para compreender a lógica do preenchimento correto da tabela. É necessário compreender o que representaria as letras  $A$  ou  $B$  e esses símbolos das conjunções “e”, “ou” e “não”. É claro que pelo senso comum da linguagem falada, aproximar  $A$  e  $B$  como sendo duas orações, a tabela se tornaria algo mais próximo de um contexto já conhecido. Desse modo, para que a condição “ $A$  e  $B$  verdadeiras” seja satisfeita, então as orações  $A$  e  $B$  devem ser verdadeiras, já que a conjunção “e” pressupõe adição. Logo, se qualquer uma das orações for falsa, a condição tornar-se-ia automaticamente inválida. Não seria o caso da conjunção “ou” que pressupõe alternativa. Por conseguinte, qualquer uma das orações  $A$  ou  $B$  sendo verdadeiras, satisfará a condição “ $A$  ou  $B$  verdadeiras” e obviamente a negação é sempre o oposto do que cada uma das orações pressupõe.

Uma rápida explicação de como utilizar ou interpretar corretamente a tabela acima evitaria que o aluno se deparasse com um obstáculo por conta da linguagem, pois se observarmos como na explicação acima, a lógica é bem simples. Porém, a complexidade da linguagem formal utilizada assustaria de certo um estudante que nunca se deparara antes com uma tabela desse tipo.

### Considerações finais

Dentro da Didática da Matemática, Brousseau define quatro tipos de obstáculos, correspondentes a diferentes maneiras com que podem ser tratados no plano didático. Dentre as quais se classificam em Epistemológicos, Didáticos, Psicológicos e Ontogenéticos. Entendemos que as categorias que mais estejam ligadas com as dificuldades com linguagem matemática sejam os Epistemológicos e Ontogenéticos. Pois já que na primeira categoria, estão ligados às dificuldades conceituais e decorre da falta de conhecimento aprofundado do conteúdo ou da compreensão do seu processo de desenvolvimento ao longo da História. Quando o aluno se depara com um exercício como o do primeiro exemplo do prédio com as sombras, se ele não foi colocado em um contexto em que a aplicação de uma teoria matemática permeia as aplicações dentro do cotidiano, será muito difícil fazer essa transposição por conta própria.

Já na segunda categoria, ocorre quando a maturidade não é suficiente, ou quando outras dificuldades do desenvolvimento psicogenético do sujeito o impedem de compreender um conceito novo. Ele precisa adquirir uma maturidade mental, para compreender um assunto, a qual não necessariamente precisa estar ligada à idade cronológica. Ou seja, para entender o exercício da tabela-verdade, o aluno precisa ter entendido a linguagem matemática apropriada para que a lógica da construção dela tenha significado. Não obstante, a transposição do que ele já conhece em linguagem oral para uma leitura matemática é algo essencial para que haja a compreensão e significado do aprendizado.

Acreditamos que existe uma visão distorcida de professores que assumem que o fato dos alunos não se saírem bem nas disciplinas de ciências é por não dominarem as técnicas operatórias, assim como Pietrocola (2005) faz a seguinte observação:

Professores acreditam que pelo fato dos estudantes dominarem operacionalmente alguns sistemas matemáticos, como funções, geometria, coordenadas cartesianas etc., são habilitados a tratar os fenômenos naturais através deles. Como se apenas o domínio técnico fosse necessário ao pensamento científico para apreender o mundo. (PIETROCOLA, 2005, p. 14)

O que ocorreu na realidade é a valorização da forma de organização do pensamento científico através da utilização de linguagem matemática. No processo da construção da ciência na história, observamos que não existia uma língua universal científica que permitisse a comunicação entre todos os povos do mundo. Primeiro, por que a distância não permitia que as pesquisas e as informações fossem trocadas na mesma velocidade que temos nos dias de hoje. Segundo, pelo fato das distâncias físicas fizessem com que as pesquisas ocorressem de forma isolada encorajando a utilização de uma linguagem própria que seria compreendida apenas no local de pesquisa. Tomando ciência dessa situação, houve uma necessidade de sistematizar e dar um nome comum a todos os objetos estudados dentro de cada área da ciência, e na própria matemática de forma que não fosse mais necessário referir-se aos objetos como “coisa” ou “aquilo” e até mesmo dispensar a necessidade de fazer uma descrição completa toda vez que fosse falado do objeto. Nesse caso, o papel do professor é, sobretudo, ensinar a linguagem científica apropriada para referir-se aos conteúdos que serão estudados e então fazer a construção da técnica e do desenvolvimento lógico para a compreensão das Ciências Exatas. Em Allevatto & Onuchic (2005, p.229) há uma questão que poderia ser um questionamento básico de interesse para os pesquisadores em Educação Matemática: Por que a Educação Matemática é tão importante no século XXI? Os autores apontam a hipótese de que o mundo atual está se utilizando da linguagem matemática para a tomada de decisões, mas que muitos ainda têm dificuldade de ter um bom desempenho matemático e de perceber como a matemática poderia ajudá-los a resolver problemas do dia a dia. Segundo Willoughby (2000), isso “*é uma falha tanto da Matemática que se ensina quanto do modo como ela é ensinada*” (WILLOUGHBY apud ALLEVATTO & ONUCHIC, 2005, p. 229).

Concluindo, há uma necessidade de reconstruir a linguagem científica presente nos conteúdos escolares, de uma forma que possibilite ao aluno utilizar as suas competências já construídas ao longo da sua vida escolar e que a linguagem sirva de auxílio ou apoio para prosseguir os estudos mais complexos e específicos da ciência e da matemática. Assim como Brousseau (2001) refere-se ao professor como uma espécie de ator, que recria o conteúdo que precisa lecionar de uma maneira que crie condições de aprendizagem apropriadas, não sendo necessário seguir exatamente o modelo já consumado de ensino que vem ocorrendo ao longo do tempo. Talvez seja necessário repensar quais tipos de situações didáticas e transposições didáticas serão pertinentes para conduzir a aprendizagem de matemática no século XXI, o qual é repleto de mudanças e de invenções tecnológicas a todo momento.

### Referências bibliográficas

- Allevato N. S. G, & Onuchic, L. R. (2005). Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: M. A.V. Bicudo, & M. C. Borba (Eds.), Educação Matemática: Pesquisa em movimento (pp. 213-231). São Paulo, SP: Cortez 2nd edition.
- Astolfi, J. P (1994). El trabajo didáctico de los obstáculos, en el corazón de los aprendizajes científicos. *Enseñanza de las ciencias*, 12(2), 206-216.
- Bianconi, R. (2002). A linguagem matemática. Class notes, IME-USP. Retrieved June 10th, 2010, from <http://www.ime.usp.br/~bianconi/recursos/>
- Brasil, S. E. F. (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN). Brasília, GO: MEC/SEF.
- Bronowski, J. (1983). Arte e conhecimento, ver, imaginar e criar. São Paulo, SP: Martins Fontes.
- Brousseau, G. (2001). Os diferentes papéis do professor. In: C. Parra; & I. Saiz, (Eds.), *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed.
- \_\_\_\_\_. (2000). *Didática das matemáticas* (pp. 35-113). Lisboa: Instituto Piaget.
- Carvalho, A. P.; Carmo, A. B. (2006). Iniciando os estudantes na matemática da física através de aulas experimentais investigativas. In: X Encontro de Pesquisa de Ensino de Física - EPEF, Londrina, PR.
- Cury, H. N. (2007). *Análise de erros - o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte, MG: Autêntica. 1st edition (reprinted).
- Danyluk, O. S. (1991). *Alfabetização matemática: O cotidiano da vida escolar*. Rio Grande do Sul: EDUCS, 2nd edition.
- Karam, R. A. S, & Pietrocola, M. (2009). *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 181-205.
- Lemke, J. (1998a). Qualitative research methods for science education. In: B. J. Fraser, & K. G. Tobin (Eds.), *International Handbook of Science Education*, v.2, (pp. 1175-1189), Kluwer: Academic Publishes.
- Magina, S. (2005). A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente. In: ANAIS do ERPM 2005, Conferência do XVIII ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, Campinas, SP: UNICAMP.
- Pietrocola, M. (2005). Linguagem e estruturação do pensamento na ciência e no ensino de ciências. In: M. Pietrocola (Ed.), *Filosofia, Ciência e História*, São Paulo, SP: Discurso editorial – 1st ed.
- Vergnaud, G. (1994). Epistemology and Psychology of Mathematics Education. In: Neshier & Kilpatrick *Cognition and Practice*, Cambridge: Cambridge Press.
- Willoughby, S. S. (2000). Perspectives on mathematics education. In: *Learning mathematics for a new century*, chap. 1, (pp. 1-15), Reston: NCTM.