

CB-1.229

EL ESTUDIO DE FUNCIONES EN UN CONTEXTO REAL: EL HUERTO ECODIDÁCTICO

Conejo, Laura²; Merino, Luisa¹; Andaluz, Sagrario¹ y Eugenio, Marcia²
lconejo@am.uva.es – mlmerino@educa.jcyl.es – mandaluz@educa.jcyl.es –
m.eugenio@agro.uva.es

Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León¹, Universidad de Valladolid²,
España

Núcleo temático: VII. Investigación en Educación Matemática

Modalidad: CB

Nivel educativo: Medio o Secundario (12 a 15 años)

Palabras clave: Funciones, Huerto EcoDidáctico, Aprendizaje por Indagación, Educación Secundaria Obligatoria.

Resumen

Se describe una propuesta de aula que se está implementando con alumnos de 4º de ESO, enmarcada en el Proyecto de Investigación Educativa “Cultivate a better world” de la Dirección General de Innovación y Equidad Educativa de la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León. Su objetivo es profundizar en el concepto de función, que permite modelizar las relaciones entre diversos aspectos de un fenómeno (variables), enmarcándola en un contexto real, el Huerto EcoDidáctico del centro. En la asignatura de Biología se planteó al alumnado la necesidad de identificar las variables susceptibles de ser estudiadas y relacionadas, mediante una estrategia de aprendizaje por indagación; y posteriormente, en la de Matemáticas, se abordará la utilización de los conocimientos adquiridos sobre funciones para estudiar y representar las posibles relaciones existentes. Además, se hará una evaluación antes y después de la propuesta para averiguar si el aprendizaje de los alumnos ha sido adecuado, y si ha resultado útil para afianzar sus conocimientos sobre el tema.

Introducción

Uno de los seis principios en los que se basa la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991) es el *principio realista*, según el cual las matemáticas se aprenden en contextos reales, entendiendo como tales tanto las situaciones problemáticas de la vida como situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos (Alsina, 2009). Atendiendo a este principio, hemos diseñado una actividad de aula para alumnos de 4º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) en torno al concepto de función, utilizando el contexto real de un Huerto EcoDidáctico (Eugenio y Aragón, 2016a) en torno al cual trabajan en su centro. Los huertos

ecológicos se vienen usando como recursos didácticos y contextos de aprendizaje desde los que implementar metodologías más activas y participativas, que permitan abordar el currículum de manera más innovadora e integradora, motivar a los estudiantes y fomentar en ellos el compromiso ético y la responsabilidad con respecto al medio ambiente (Eugenio y Aragón, 2016b).

A lo largo del curso académico anterior, 2015/16, se desarrolló el proyecto *Los bancales del Espino* en el marco de la asignatura Ciencias Naturales, en el programa bilingüe del IES Virgen del Espino (Soria). Estos bancales integran ahora un recurso educativo de este centro que se está mejorando a nivel material y de manejo (adoptándose técnicas de cultivo propias de la permacultura), y constituye el eje de un proyecto de investigación educativa concedido por la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León, “Cultivate a better world”, en torno al que se trabaja desde distintas asignaturas de ESO y Bachillerato. En este caso concreto, se ha planteado a los estudiantes una indagación en relación al crecimiento de dos tipos de bulbos: los de cebolla (*Allium sp*) y los de *Liatris*, una planta ornamental con flores en espiga de la familia de las Compuestas (*Liatris spicata*), todos situados en las mismas condiciones ambientales (luz, temperatura, humedad) pero en medios líquidos con distinto grado de enriquecimiento en materia orgánica: la mitad en agua y la otra mitad en agua con vermicompost.

El objetivo matemático de esta propuesta es que los alumnos apliquen los conocimientos que han adquirido sobre funciones durante el curso escolar a los datos numéricos extraídos de la experiencia práctica en torno a los bulbos en un proyecto matemático que se les propondrá en el mes de mayo; dicha aplicación nos servirá para contrastar si el aprendizaje sobre funciones ha sido adecuado y si la actividad ha resultado útil para afianzar sus conocimientos. La propuesta se ha diseñado de manera coordinada con las profesoras de Biología, asignatura en el marco de la cual se planteó una actividad de aprendizaje por indagación para que los alumnos identificaran las variables susceptibles de ser estudiadas (variables para una posible función) y las potenciales relaciones entre ellas (con el objetivo de establecer dicha posible función). Tras la realización de la actividad, se analizarán las producciones de los alumnos en el proyecto matemático para averiguar si su aprendizaje ha sido adecuado, y si la actividad ha resultado útil para afianzar sus conocimientos. Dado que estamos en el proceso de

implementación de la propuesta, en este trabajo nos limitamos a mostrar su planteamiento y los análisis previos realizados hasta el momento.

Marco teórico

Tal y cómo describen Arnon et al. (2014), “una descomposición genética es un modelo hipotético que describe las estructuras y mecanismos mentales que un estudiante podría necesitar construir para aprender un concepto matemático específico” (p. 27). Partiendo de esta idea, vamos a describir una posible descomposición genética del concepto de función, que nos servirá para analizar las producciones de los alumnos tanto antes como después de la realización del proyecto matemático en torno al crecimiento de los bulbos. Además, utilizaremos los referentes curriculares para ubicar el conocimiento previsto para los alumnos de 4º de ESO, de la asignatura de Matemáticas. Para este curso, los criterios de evaluación considerados indican que el alumno debe “identificar relaciones cuantitativas en una situación, determinar el tipo de función que puede representarlas” y “analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales” (Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León, 2015, pp. 32223 y 32224). Por tanto, el objetivo es que el alumno identifique en la situación real del crecimiento de los bulbos de cebolla (*Allium sp*) y de *Liatris (Liatris spicata)* variables susceptibles de ser estudiadas y relacionadas (por ejemplo, el diámetro del bulbo y el tiempo), representar dicha relación (función) mediante una tabla, con una gráfica, analizar las propiedades globales de dicha función y, por último, determinar el tipo de función (expresada de forma analítica) que puede representar dicha relación. Para ello, es necesario que el alumno conozca los siguientes conceptos que compondrían la descomposición genética de función aquí considerada.

- La representación de puntos en sistemas de coordenadas cartesianas.
- \mathbb{R} y sus subconjuntos numéricos que conformarán el dominio y el recorrido de las posibles funciones consideradas, así como los intervalos en \mathbb{R} y sus formas de representación.
- La pertenencia de la variable independiente al dominio y de la variable dependiente al recorrido de la función.

- La idea de covariación de las variables independientes y dependiente.
- Las funciones como aplicaciones en las que a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.
- Las propiedades globales de funciones: crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y tendencias.
- Los sistemas de representación para funciones: tabular, gráfico y algebraico.
- Familias elementales de funciones: polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.

A partir de estos elementos, elaboramos una serie de ítems para clasificar las respuestas de los alumnos en función de si se adecuan a dicha clasificación o no. Dichos ítems se muestran en las Tablas 1 y 2 del Anexo a esta comunicación.

Metodología

La investigación se está llevando a cabo de manera cooperativa y coordinada entre cinco profesoras: tres de ellas, del IES Virgen del Espino de la ciudad de Soria, son las profesoras que llevan a cabo las actividades en el aula, dos en Biología, y la otra en Matemáticas. Las otras dos son investigadoras de la Facultad de Educación de Soria y se encargan del asesoramiento en relación al diseño de las actividades y del análisis de datos. Dado el carácter interdisciplinar de la propuesta, se han combinado varias metodologías para su implementación y análisis. En primer lugar, la primera parte, de la asignatura de Biología, se lleva a cabo mediante la metodología de aprendizaje por indagación (Caamaño, 2012). En ella se pueden distinguir cinco etapas, a saber: planteamiento de la investigación, planificación inicial, planificación del método de resolución, realización, evaluación de resultados y comunicación. El planteamiento de la investigación se ha llevado a cabo proponiéndoles a los alumnos una actividad titulada *Crecimiento de bulbos en medios líquidos con distinto grado de enriquecimiento en materia orgánica*. Se ha planteado en dos clases de 4º de ESO, 4º A (no bilingüe, 28 alumnos) y 4º BC (bilingüe, 29 alumnos) de 15 a 16 años de edad, aunque del grupo 4º BC sólo están participando en la actividad matemática 26 alumnos (los otros 3 sólo están junto al resto en la clase de Biología por ser del itinerario bilingüe y cursan las matemáticas con otra profesora).

En la fase de planificación inicial, los alumnos han preparado los bulbos para el experimento: los 28 alumnos de 4º A se han distribuido en 14 parejas, cada una de las cuales ha preparado

4 vasos para el crecimiento, dos de ellos con agua sola y los otros dos con agua a la que se le han añadido dos cucharadas de vermicompost. Cada grupo ha colocado un bulbo de cebolla (*Allium sp*) y otro de Liatris, (*Liatris spicata*) en cada tipo de vaso. En cuanto a los 29 alumnos de 4º BC se han organizado en 10 grupos de 2 alumnos, 3 grupos de 3 alumnos y un grupo compuesto por la profesora (para tener un total de 14). En este caso, cada grupo sólo ha preparado dos vasos, donde 7 de los grupos ha plantado los bulbos sólo con agua y los otros 7 con agua con vermicompost. Antes de comenzar el experimento, se han eliminado de los bulbos todas las raíces, para que su crecimiento sólo dependa de las condiciones experimentales, y se han introducido tres palillos en cada bulbo a modo de soporte, para que estén en parte inmersos en el líquido, pero no completamente sumergidos (Figura 1). Los vasos se han colocado en una repisa del laboratorio, encima de la calefacción y los alumnos han tomado fotos de ellos en el momento inicial.



Figura 1: Bulbo de flor en un vaso con agua sin vermicompost.

Tras preparar el experimento, y también en la fase de la planificación inicial de la actividad, se ha pedido a los alumnos que identificaran distintos aspectos a estudiar en relación al crecimiento de bulbos guiados por la siguiente pregunta: “¿Qué nos hace pensar que el bulbo está creciendo?” Las variables que han identificado son las siguientes: diámetro del bulbo, número de raíces, número de tallos, longitud máxima de los tallos, longitud máxima de las raíces y peso. Para realizar las medidas, que registrarán periódicamente, los alumnos utilizarán un calibre o pie de rey, una cinta métrica y una balanza de precisión; además, registrarán la evolución de los mismos tomando fotos con sus teléfonos móviles.

En segundo lugar, en la asignatura de Matemáticas, se les propondrá un proyecto para que, a partir de los datos registrados en el experimento con los bulbos, sean capaces de identificar relaciones entre las variables estudiadas, de representarlas mediante tablas y gráficas, y de aplicar sus conocimientos sobre funciones al estudio de dichas gráficas. El proyecto se desarrollará durante el mes de mayo y su objetivo es que los alumnos apliquen y afiancen sus

conocimientos sobre funciones al tratar un problema real. Para comparar qué conocimientos sobre funciones tiene los alumnos antes y después del proyecto sobre los bulbos, llevaremos a cabo un análisis de contenido, que Cohen, Manion y Morrison (2011) definen como «un conjunto de procedimientos estricto y sistemático para el análisis riguroso, el examen y verificación de los contenidos de datos escritos» (p. 563), que busca pasar de la mera descripción de un texto a su interpretación y a la formulación de inferencias teniendo en cuenta el contexto del análisis (Bardin, 1996). Dicho análisis se llevará a cabo tanto en los exámenes realizados por los alumnos como en las producciones de la parte matemática de la propuesta.

De cada alumno tenemos, hasta el momento, dos pruebas escritas: un examen parcial en torno al concepto de función (mediados de la segunda evaluación) y un examen global sobre todo lo que han estudiado de funciones (final de la segunda evaluación). Estos exámenes nos servirán para identificar qué conocimientos tiene cada alumno antes de la realización del proyecto matemático sobre el crecimiento de los bulbos. Al finalizar la actividad (mayo), dispondremos de las producciones de los alumnos sobre el estudio de los bulbos de cebolla (*Allium sp*) y *Liatris (Liatris spicata)*, cuyo análisis nos servirá para comparar su conocimiento del concepto de función en relación a los exámenes previos a la realización del proyecto matemático.

Resultados preliminares

Se han analizado los exámenes realizados por los alumnos (parcial y global) sobre funciones utilizando una descomposición genética (Dubinsky, 1991) del concepto de función, así como los estándares de aprendizaje evaluables que marcan lo que debería saber un alumno de este nivel educativo con respecto al concepto de función.

Teniendo en cuenta los exámenes propuestos por la profesora responsable de la docencia en los dos grupos de 4º de ESO con que estamos trabajando, se han considerado una serie de ítems: 12 para el examen parcial y 10 para el examen global, y se ha analizado cada examen viendo si el alumno verificaba dicho ítem o no en base a un sistema de 3 niveles: (1) no lo hace, si no da ninguna respuesta correcta; (2) parcialmente, si muestra respuestas correctas e incorrectas; y (3) sí lo hace, si el alumno ofrece todas las respuestas correctas. Tal y cómo se mencionó anteriormente, dichos ítems se encuentran en las tablas 1 y 2 del Anexo. En las Tablas 1 y 2 se muestran los porcentajes de consecución de cada uno de los ítems.

Tabla 1: Grado de consecución de los ítems analizados en el examen parcial.

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
%(1)	16,7	22,2	7,4	22,2	20,4	24,1	27,8	70,4	18,5	11,1	33,3	55,6
%(2)	33,3	38,9	20,4	35,2	25,9	35,2	44,4	27,8	64,8	63,0	35,2	33,3
%(3)	50,0	38,9	72,2	42,6	53,7	40,7	27,8	1,9	16,7	25,9	31,5	11,1

Tabla 2: Grado de consecución de los ítems analizados en el examen global.

Ítem	3	9	10	11	13	14	15	16	17	18
%(1)	7,4	14,8	7,4	27,8	35,2	40,7	46,3	40,7	1,9	1,9
%(2)	5,6	51,9	59,3	51,9	29,6	16,7	7,4	35,2	16,7	35,2
%(3)	85,2	33,3	33,3	20,4	35,2	42,6	46,3	24,1	79,6	63,0

En el examen parcial, los ítems con peores resultados son los “describir tendencias en funciones expresadas gráficamente” y en “identificar la continuidad en funciones a partir de la función algebraica”. Los siguientes ítems con peores resultados son los ítems de “identificar el dominio de una función expresada algebraicamente” y de “identificar el tipo de función a partir de su expresión algebraica”. Este último ítem también es un ítem con bajos resultados en el examen global, junto con aquellos relacionados con la identificación de una relación y sus variables en una situación real.

De los ítems analizados, los que más interesan en relación al proyecto sobre el experimento con los bulbos son aquellos que hacen referencia a la identificación de una relación en una situación real, a identificar las variables independientes y dependientes, y a la relación de gráficas de funciones con su expresión algebraica. Cabe destacar que el grupo de 4º A ha tenido peores resultados a la hora de identificar una relación en una situación real, aunque puede deberse al enunciado del problema planteado, que es diferente para cada grupo. No obstante, todos tenían la expresión algebraica y la descripción verbal de las variables en el enunciado, lo que debería ser suficiente para realizar dicha identificación. En cuanto al ítem de “relacionar gráficas de funciones con su expresión algebraica”, la mayoría de los alumnos (63%) relaciona correctamente todos los tipos de función, y de los que lo hacen parcialmente (32%), la mayoría de ellos comenten errores al identificar las funciones exponencial y logarítmica.

Resultados esperados y reflexiones

Dado que la investigación que aquí se describe está en curso, se presentan resultados esperados y reflexiones sobre el estado actual del trabajo. En relación a la planificación, consideramos que el análisis de los exámenes realizados en la asignatura de Matemáticas ha sido muy útil para obtener información sobre los conocimientos de los alumnos, y nos servirán para plantear mejoras de cara al próximo curso. Dichas mejoras serían: diseñar los exámenes a partir de los ítems que queremos medir, e incluir alguno más relacionado con la actividad de los bulbos. En este curso no hemos querido intervenir en ese punto de la docencia por precaución y hemos preferido analizar las pruebas realizadas en el transcurso habitual de la clase.

En cuanto a los resultados, esperamos que los alumnos consigan identificar variables a relacionar en el experimento (como por ejemplo, el tiempo y cada una de las variables que ellos identificaron, o dos de estas variables entre ellas,...), lo cual les lleve a la idea de función matemática de manera más intuitiva y práctica que a través de las expresiones algebraicas. Una vez representadas dichas gráficas, podrían identificar formas parecidas a las familias de funciones que han estudiado, así como analizar tendencias y características generales de las funciones (monotonía, extremos relativos) e interpretar dichos aspectos en un fenómeno real (por qué crece la función en un determinado intervalo, o por qué tiene un máximo en un determinado punto). Para ello, podrían servirse de medios tecnológicos como GeoGebra.

Esperamos que esta actividad dote de sentido el concepto de función y les permita mejorar su comprensión del mismo, tanto a quienes consiguieron buenos resultados en los exámenes como a aquellos que presentaron errores. En el caso de que así sea, podría ser interesante plantear la actividad de los bulbos como contexto para estudiar funciones en próximos cursos académicos.

Agradecimientos

Proyecto de Investigación *Cultivate a better world*, PROY. INV. EDUJCYL2016-INV03 de la Dirección General de Innovación y Equidad Educativa de la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León.

Referencias bibliográficas

- Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*, pp. 119-127. Santander: SEIEM.
- Arnon, I., Cottril, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa, S., Trigueros, M. & Weller, K. (2014). *APOS Theory. A framework for research and curriculum development in mathematics education*. New York: Springer.
- Bardin, L. (1996). *Análisis de contenido*. Madrid: Akal.
- Caamaño, A. (2012). ¿Cómo introducir la indagación en el aula? *Alambique: Didáctica de las ciencias experimentales*, 70, 83-92.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Londres: Routledge.
- Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León, (2015). *ORDEN EDU/362/2015, de 4 de mayo, por la que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León*. Boletín Oficial de Castilla y León, 86, 32051-32480.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*, pp. 95-123. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Press.
- Eugenio, M. & Aragón, L. (Coords.) (2016a). *Huertos EcoDidácticos: compartiendo experiencias educativas en torno a huertos ecológicos*. Huesca: Jolube.
- Eugenio M. & Aragón L. (2016b). Experiencias en torno al huerto ecológico como recurso didáctico y contexto de aprendizaje en la formación inicial de maestros de Infantil. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 13 (3), 667-679.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

ANEXO

EL ESTUDIO DE FUNCIONES EN UN CONTEXTO REAL: EL HUERTO ECODIDÁCTICO

Tabla 1: Descripción de los ítems considerados para analizar los exámenes parciales de los alumnos.

Número de ítem	Descripción
1	El alumno identifica el dominio de una función expresada gráficamente.

2	El alumno identifica el recorrido de una función expresada gráficamente.
3	El alumno escribe correctamente los intervalos de la recta real.
4	El alumno identifica intervalos de crecimiento y decrecimiento en una función expresada gráficamente.
5	El alumno identifica extremos relativos en una función expresada gráficamente.
6	El alumno identifica los puntos de corte con los ejes de coordenadas en una función expresada gráficamente.
7	El alumno reconoce la continuidad en funciones expresadas gráficamente.
8	El alumno describe tendencias en funciones expresadas gráficamente.
9	El alumno identifica el dominio de una función expresada algebraicamente.
10	El alumno representa gráficamente una función a partir de su expresión algebraica.
11	El alumno identifica el tipo de función a partir de su expresión algebraica.
12	El alumno identifica la continuidad en funciones a partir de la función algebraica.

Tabla 2: Descripción de los ítems considerados para analizar los exámenes globales de los alumnos (los ítems 3, 9, 10 y 11 fueron también considerados en el examen parcial).

Número de ítem	Descripción
3	El alumno escribe correctamente los intervalos de la recta real.
9	El alumno identifica el dominio de una función expresada algebraicamente.
10	El alumno representa gráficamente una función a partir de su expresión algebraica.
11	El alumno identifica el tipo de función a partir de su expresión algebraica.
13	El alumno identifica una relación (función) en una situación real descrita verbalmente.
14	El alumno identifica la variable dependiente de una situación real.
15	
16	El alumno identifica extremos relativos en una situación real.
17	El alumno obtiene puntos de la curva de la función a partir de una de las coordenadas.
18	El alumno relaciona gráficas de funciones con su expresión algebraica.