

# Alumnos como profesores: una experiencia sobre papiroflexia y lenguaje en matemáticas

por

PABLO BELTRÁN-PELLICER

(CPEPA Margen Izquierda, Zaragoza; Universidad de Zaragoza)

La oportunidad de utilizar la papiroflexia como recurso educativo en matemáticas no ha pasado desapercibida. Hull (2013), por ejemplo, es un claro exponente de esta corriente, y ofrece en su libro una multitud de propuestas de aprendizaje basadas en el descubrimiento guiado para ser utilizadas por profesores de educación secundaria. Por otro lado, autores como Boakes (2008) se han hecho eco de las recomendaciones del NCTM, que sugieren que los niños deben explorar y desarrollar su comprensión de las formas y estructuras geométricas mediante el uso de materiales concretos y manipulativos, postulando la papiroflexia como un medio adecuado y con gran potencial. Si a todo esto le añadimos la tradición que tiene la papiroflexia en nuestra tierra (Iranzo & Goñi, 2017), no podíamos desperdiciar la ocasión de poner en práctica una propuesta al respecto.

La experiencia que describimos aquí tuvo lugar en el marco del grupo de trabajo *Ciencia 1516* en el IES Cabañas de La Almunia de Doña Godina, en el curso 2015-2016. Los estudiantes de 3.º de ESO (14-15 años) debían preparar una sesión en la que explicaban cómo plegar un modelo básico a alumnos de 1.º de Educación Primaria (6-7 años). De esta manera, los estudiantes de secundaria, habiendo practicado previamente los pliegues, asumieron el papel del maestro, teniendo que usar varios recursos lingüísticos, tanto verbales como no verbales.

## El toque lingüístico

La papiroflexia tiene su propio lenguaje. Aunque hoy en día uno puede aprender a doblar muchos modelos a través de sitios web con vídeos, como Youtube, o con fotos paso a paso del proceso, como en <http://www.origami-instructions.com>, los diagramas estándar usan una serie de símbolos internacionalmente aceptados. Este lenguaje simbólico va acompañado de un lenguaje verbal muy específico, con expresiones como *pliegue en montaña*, *pliegue en valle*, *pliegue oreja de conejo*, etc. Estos símbolos y expresiones tienen una correspondencia casi unívoca con el lenguaje formal de la geometría. Sin embargo, para conseguir un objetivo didáctico y que el aprendizaje sea significativo, el diseño de la actividad debe contemplar tareas en las que se destaque esta relación (Cipoletti y Wilson, 2004).

## El contexto

La experiencia se llevó a cabo en el marco de un proyecto de colaboración entre el Instituto de Educación Secundaria y el Colegio de Primaria en la misma ciudad, muy cerca el uno del otro. Durante dos días, los estudiantes de secundaria se encargan de preparar sesiones de ciencias y matemáticas para los estudiantes de primaria. Es una actividad que ilusiona a todos, muy motivadora, un aspecto que se demuestra en la participación de los estudiantes cuando preparan los materiales y el guion de la sesión. Típicamente, como el grupo de trabajo surge del Departamento de Ciencias, son experimentos de física o química. En esta ocasión, para el caso de la asignatura de Matemáticas, apostamos por introducir la papiroflexia a los niños de 6 años.

Los estudiantes de 3.º de ESO a los que se dirigió la actividad apenas habían visto geometría en cursos anteriores. Además, la geometría que habían estudiado hasta ese momento se había reducido prácticamente a las fórmulas de áreas y volúmenes simples. Esta fue una de las causas por las que estos estudiantes presentaban dificultades en cuestiones tales como la de seguir un razonamiento deductivo, como calcular el área de la superficie de un cono. En tales argumentos, términos tales como *eje de simetría*, *sección*, *ángulo*, *perpendicular*, se utilizan comúnmente. Por ejemplo:

PROFESOR. ¿Qué forma tiene la superficie lateral de un cono?

ESTUDIANTES. ¿Triángulo?

En aquella intervención, solamente un alumno acertó a decir que no era un triángulo, sino una especie de *abanico*.

PROFESOR. Intentaremos calcular el área, ya que es una fracción de un círculo más grande, de radio igual a la generatriz del cono.

ESTUDIANTE. ¿La generatriz? ¿Pero para esto no hay fórmula?

PROFESOR. Un cono puede verse como un triángulo rectángulo que gira alrededor del eje que forma uno de sus catetos. Los catetos son los lados adyacentes al ángulo recto del triángulo, y son perpendiculares. El otro lado es la hipotenusa, que es la que cuando gira, construye la superficie lateral, por lo que se llama generatriz.

ESTUDIANTE. ¿Pero seguro que no hay una fórmula para esto?

Este ejemplo muestra que los estudiantes no se sienten cómodos con este tipo de lenguaje. Por esta razón, aunque la papiroflexia ya se había utilizado en algunas de las sesiones habituales (construcción de un dado a partir de un cubo modular para fines de aprendizaje de la probabilidad), el proyecto de colaboración con la escuela primaria constituyó una oportunidad para poner en juego las habilidades lingüísticas de los estudiantes.

Se eligió un modelo fácil de plegar, que permitiera ajustar la duración de la actividad, ya que hay niños que terminan antes que otros, gracias a una psicomotricidad bien trabajada. Por esta razón, seleccionamos la peonza *Yami's Origami Spinning Top*, disponible en <<http://www.spitenet.com/origami//pdf/SpinningTop.pdf>> Además, una vez que está terminada, en la parte superior se puede dibujar un motivo y jugar con ilusiones ópticas. Por otro lado, aunque inicialmente se trabajó en el aula de secundaria con el diagrama simbólico, hay un vídeo de YouTube <<https://www.youtube.com/watch?v=NMflzNNwfjo>> donde se puede revisar el proceso de plegado.

## La actividad

Se estructuró de la siguiente manera:

*Fase 1.* La semana antes de ir al colegio de Educación Primaria, los estudiantes de secundaria dedican una sesión con su profesor para trabajar el plegado de la peonza a partir del diagrama. Aquí es donde se relaciona de forma explícita el lenguaje utilizado en la papiroflexia con el vocabulario formal de la geometría, empleando términos como *punto*, *bisectriz*, *perpendicular*, etc. A modo de ejemplo:

PROFESOR. Hagamos un cuadrado a partir de una hoja de papel rectangular.

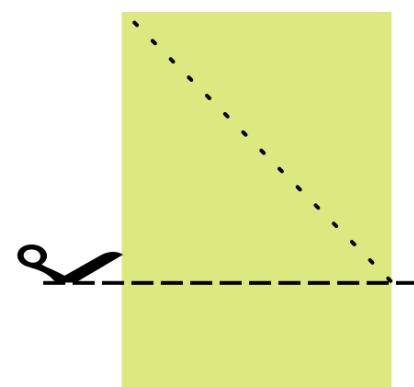
Algunos estudiantes comienzan a sacar la regla para medir distancias y hacer el cuadrado.

PROFESOR. Mejor que usar la regla, construyamos el cuadrado plegando. Comenzamos doblando a lo largo de la bisectriz de una de las esquinas. De esta manera, estamos trasladando la longitud que mide un lado del cuadrado en el lado perpendicular.

Este tipo de pliegue para trasladar distancias equivale a la realización de un arco con el compás, por lo que también establece un vínculo entre estas dos formas de hacer geometría.

PROFESOR. Ahora tenemos el cuadrado, realizado a partir de una de sus diagonales. Siguiendo el diagrama, ¿qué toca?

La sesión prosigue tratando de avanzar en el diagrama realizando preguntas a los alumnos. Por ejemplo, se necesita doblar por las mediatrices, es decir, los pliegues que se forman al unir los



puntos medios de los lados opuestos. Una vez que la peonza está terminada, se sugiere que dibujen diferentes motivos de inspiración geométrica, como espirales, para ver el efecto que se produce al girar la peonza.

*Fase 2.* Los estudiantes de secundaria practican en casa y tienen algunos días para preguntar al profesor. Preparan el material para la actividad: hojas de colores de las dimensiones apropiadas y herramientas de dibujo.

*Fase 3.* La experiencia en sí fue una sesión de 30 minutos en el colegio de Educación Primaria. Los estudiantes de secundaria (hasta 15) fueron acompañados todo el tiempo por su profesor. Del mismo modo, el maestro de primaria también estuvo presente. Cada alumno de secundaria era responsable de uno o dos niños (había 24 niños), asistiéndolos alrededor de una mesa en grupo pequeño. La premisa de la actividad era simple: enseñar a los niños cómo doblar una peonza, sin el diagrama. El trabajo de los dos docentes fue simplemente colaborar distribuyendo el material y organizando los grupos y la única consigna adicional para los estudiantes de secundaria fue que, antes de mostrar físicamente cómo eran los pliegues, deberían describir lo que iban a hacer a los niños.

Los estudiantes de secundaria tuvieron que expresarse en términos similares a los empleados en la sesión de preparación, pero adaptando el vocabulario para los niños de primaria. Por ejemplo, una estudiante explicó los pasos necesarios para formar el cuadrado y sus bisectrices:

ESTUDIANTE. Ahora tomamos la hoja y queremos hacer un cuadrado. Doblamos esta esquina a la mitad, en dos partes iguales. Doblamos la parte sobrante y la cortamos. Por lo tanto, tenemos un cuadrado, todos los lados iguales, ¿ves? Luego lo doblamos por la mitad, de dos maneras, verticalmente (haciendo el gesto con la mano) y horizontalmente...

Los grupos que terminaron pronto la peonza hicieron otra, dibujando diferentes motivos (espiral, rueda de colores, disco de Benham, etc.), tratando así la diversidad característica del aula.



## Consideraciones finales

Los estudiantes se implicaron en la realización de la actividad, lo que aumentó su motivación hacia la asignatura. En definitiva, este tipo de tareas sigue la pauta marcada por los currículos y las recomendaciones internacionales, como las del NCTM (2000), entre otras:

- Comunicar su pensamiento matemático de forma coherente y clara a sus compañeros, profesores y otras personas.
- Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión.
- Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos fuera de las matemáticas.

En este caso, la experiencia descrita fue una actividad voluntaria, ya que los estudiantes de secundaria podían elegir entre preparar una sesión de matemáticas o una sesión de ciencias, por lo que el rendimiento de los estudiantes no influía directamente en la calificación del curso. Sin embargo, los estudiantes participantes tuvieron la oportunidad de profundizar el uso del lenguaje para describir rotaciones, simetrías, figuras, etc., un aspecto que se evaluó en diferentes pruebas y actividades de clase, abordando algunas de las dificultades que tenían a este respecto.

## Referencias bibliográficas

- BOAKES, N. (2008), «Origami-mathematics lessons: Paper folding as a teaching tool», *Mathitudes*, 1(1), 1-9.
- CAÑADAS, M. C., MOLINA, M., GALLARDO, S., MARTÍNEZ-SANTAOLALLA, M. J., y PEÑAS, M. (2010), «Let's teach geometry», *Mathematics Teaching*, 218, 32-37.
- CIPOLETTI, B., y WILSON, N. (2004), «Turning Origami into the Language of Mathematics», *Mathematics Teaching in the Middle School*, 10(1), 26-31.
- HULL, T. (2013), *Project Origami: Activities for Exploring Mathematics, Second Edition*. CRC Press.
- IRANZO, J. A., y GOÑI, M. (2017), «Zaragoza-Papiroflexia-Matemáticas», *Entorno Abierto*, 14, 15-18.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM) (2000), *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: Author.