

Razonamiento covariacional en estudiantes de quinto grado

*María Elena Henao Ceballos**

*Wilson Bosco Marín Franco**

*Daniel Fernando Montoya Escobar****

*Johan Sebastián Restrepo Tangarife*****

*Jhony Alexander Villa-Ochoa******

RESUMEN

Se presenta un avance de una investigación de tipo cualitativo en la cual se busca identificar las características de razonamiento presentadas en estudiantes de grado quinto al momento de enfrentarse a situaciones de tipo variacional; dichas características se discuten a la luz del marco conceptual para la covariación propuesto por Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, y Hsu (2003). Desde las situaciones, se desprenden algunas implicaciones y recomendaciones para su implemen-

tación en el aula de clase, específicamente para un acercamiento a nociones como: función y tasa de variación, las cuales se encuentran en las bases propias del razonamiento covariacional y pueden abordarse desde los primeros grados de escolaridad como una manera de crear cimientos en la comprensión de los conceptos más relevantes del cálculo.

Palabras clave: razonamiento covariacional, tasa de variación, función, correlación.

* Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: mariahenaomf@hotmail.com

** Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: wilsonmarin77@hotmail.com

*** Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: daniel_bass@hotmail.com

**** Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: sebasrestrepo@hotmail.es

***** Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: javo@une.net.co

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

De acuerdo con lo observado en el aula de clases y algunas producciones teóricas formuladas en los ámbitos nacional e internacional, en las que se destacan las orientaciones del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (Colombia, 1998, 2006) y el marco conceptual planteado por Carlson y sus colaboradores, se viene desarrollando un estudio encaminado a brindar elementos que aporten al desarrollo del pensamiento variacional a partir de los razonamientos de los niños; en ese sentido, se planteó la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son algunas características del razonamiento covariacional en niños de quinto grado de la I. E. República de Uruguay? En coherencia con esta pregunta, el estudio se propuso identificar los comportamientos que caracterizan dicho razonamiento en niños del grado escolar en mención.

MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

Carlson et al. (2003), basados en los estudios de Thompson (1994b), Confrey y (1995), Saldanha y Thompson (1998), Piaget (1970), entre otros, describen la noción de razonamiento covariacional como: “las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra” (p. 124). Asimismo, presentan un marco conceptual compuesto por cinco acciones mentales y cinco niveles de razonamiento que describen y proporcionan un medio para clasificar la habilidad de razonamiento covariacional que un individuo exhibe en el contexto de una situación o tarea específica.

Si bien es cierto que los niveles de razonamiento y las acciones mentales están en términos de variables, aún no abordadas conceptualmente hasta el grado quinto, desde la misma definición de razonamiento covariacional, se habla de la coordinación de cantidades y, por tanto, se considera pertinente el pensar estrategias, situaciones, experiencias, etc., con el ánimo de resaltar, fortalecer y desarrollar estos modos de razonar que son fundamentales en la posterior comprensión de los conceptos más relevantes del cálculo.


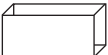

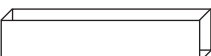

METODOLOGÍA

La investigación está orientada bajo el enfoque metodológico cualitativo, ya que se concibió desde una perspectiva abierta, libre y flexible a todo aquello que pudiera emerger -del contacto entre estudiantes, maestro cooperador e investigadores frente a situaciones que involucraran razonamiento covariacio-

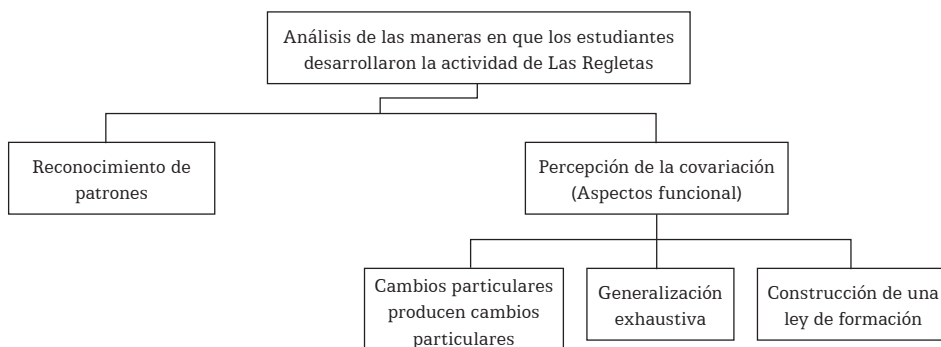
nal y que permitieran identificar las características de dicho razonamiento- a medida que se iba nutriendo de las observaciones, los datos obtenidos de las experiencias con los estudiantes, así como de la interpretación que se hizo de estos. Como método de investigación se optó por el estudio de casos, el cual se fundamentó bajo la perspectiva de Stake (2007, p.11). La información fue recolectada a través de audio y vídeo, documentos elaborados por los estudiantes y diarios de campos, para después organizarla y analizarla mediante el establecimiento de categorías emergentes las cuales están en coherencia con los comportamientos que se propone describir esta investigación.

LOS PRIMEROS RESULTADOS

En este documento, se analiza un episodio de la investigación en el cual se les entregaron a los estudiantes las regletas de Coussinaire y se les pidió que hallaran el área superficial de cada regleta, cada vez que su volumen aumentaba. Para esto, se les entregó la siguiente tabla:

Regleta	Volumen (Unidades cúbicas)	Área superficial (Unidades cuadradas)
	1	6
	2	10
	3	
		
		
.....		

Después de los estudiantes diligenciaron la tabla, los entrevistadores interactuaron con cada grupo preguntándoles a los estudiantes acerca de los procedimientos realizados para completar la tabla, así como de las observaciones detectadas en el volumen y el área superficial; de acuerdo con sus respuestas emergían nuevos interrogantes que permitieron una conversación fluida, tranquila y abierta, con el ánimo de profundizar en las relaciones que pudieron establecer entre dichas magnitudes. En el siguiente diagrama, se presentan algunas de las características del razonamiento covariacional observadas en los estudiantes durante la ejecución de la actividad:



El siguiente episodio pretende ilustrar la percepción de la covariación intentando establecer algunas relaciones entre las cantidades de una manera más general:

Investigador: ¿Cómo hiciste para hallar el área superficial de cada regleta?

Estudiante: Yo primero sumé [los cuadrados que componen] las caras de cada regleta, si era la cinco, sumaba $5+5+5+5$ y más uno de este lado y uno de este otro lado [aquí el estudiante señalaba los dos lados extremos de cada regleta]. Luego me di cuenta que era multiplicando por cuatro y sumándole estos dos.

Investigador: ¿Qué es lo que multiplicas por cuatro?

Estudiante: La regleta que me piden. Si es la catorce, multiplico 14×4 más estos dos. Si es la diez, igual y la cien también.

Investigador: ¿Qué puedes concluir de lo que has observado en el área superficial cuando aumentábamos el volumen de las regletas?

Estudiante: Entre más cubos más aumenta el área si le quitan cubos disminuye el área. Para saber cuánto tiene de volumen [área superficial] se multiplican todas las caras [el número de caras laterales de la regleta] por cuatro y a lo último se le suman las caras de los lados.

En este episodio se observa que el estudiante está asignando un nombre a la regleta de acuerdo con volumen que posee; de esa manera, la regleta compuesta por 15 cubitos, la llama “regleta quince”. Si bien es cierto que al final del anterior diálogo, se observa una “confusión” entre el volumen y el área superficial, es importante aclarar que este hecho parece obedecer a una “ligereza en el lenguaje”, más que a un error conceptual o procedimental. Lo

anterior se confirma cuando el estudiante proporcionó la siguiente expresión para hallar el área superficial de la regleta treinta y cinco (compuesta de 35 cubitos unidad):

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 4 \\ \hline 140 + \\ 2 \\ \hline 142 \end{array}$$

En el razonamiento del estudiante se puede observar un reconocimiento de una correlación directa entre las cantidades volumen y área superficial (crecimiento/ decrecimiento en una cantidad, genera el mismo efecto en la otra cantidad). Asimismo, se reconoce que el estudiante determina dicha relación en forma verbal y la ejemplifica aritméticamente. Las declaraciones del estudiante permiten inferir que su razonamiento no estaba limitado al cálculo de algunos valores numéricos, sino que más allá de ello, la operación aritmética se convirtió en una manera de ejemplificar una relación más general establecida por el estudiante entre las dos cantidades que intervienen en la situación; esa generalidad se observa en la manera como el estudiante describe retóricamente el procedimiento para calcular el área dependiendo del volumen dado. En esta primera parte del estudio, no encontramos evidencias sobre la manera como el estudiante identificó la razón de cambio entre las cantidades; de esa manera la covariación, entendida en los términos de Carlson y sus colegas, se mostró más asociada en una implicación lógica en términos de causa-efecto, que a su comprensión y representación a través de una razón o cociente entre los valores entre dichas variables.

CONSIDERACIONES FINALES

En el episodio analizado anteriormente se pudo observar que los estudiantes tienen diferentes maneras de aproximarse a la noción de covariación; sin embargo, el hecho de que algunos estudiantes presentaran razonamientos con características covariacionales hace pertinente el generar ciertas experiencias y situaciones en el aula, con el objetivo de resaltar, fortalecer y desarrollar estos modos de razonar que están en las bases de la comprensión de los conceptos propios del cálculo.

En otros productos de la investigación en curso, se espera aportar mayores evidencias de las demás características del razonamiento covariacional descritas en el diagrama anterior. Asimismo, a otras maneras en la que los estudiantes reconocen algunos significados de la razón de cambio y su com-

prensión como una comparación y como una tercera cantidad que aporta al entendimiento de la manera como covarían las cantidades.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: una marco conceptual y un estudio. *EMA*, 8(2), 121-156.
- Dolores, C., y Salgado, G. (2009). Elementos para la graficación covariacional. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 72, 63-74.
- Johnson, H. (2012). Reasoning about variation in the intensity of change in covarying quantities involved in rate of change. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31 (3), 313–330.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares: Matemáticas. Santa fe de Bogotá, D.C.: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Imprenta Nacional de Colombia.
- Moore, K. C., y Carlson, M. P. (2012). Students' images of problem contexts when solving applied problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31 (1), 48-59.
- Stake, R. E. (2007). Investigación con estudio de casos (Cuarta ed.). Madrid: Morata.
- Strom, A. D. (2006). The role of covariational reasoning in learning and understanding exponential functions., *PME-NA 2006 Proceedings*. Vol. 2-624
- Villa-Ochoa, J. A. (2011). Raciocínio "covariacional": O caso da função quadrática. Comunicación presentada en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Recife-Brasil.
- Villa-Ochoa, J. A. (2012). Razonamiento covariacional en el estudio de funciones cuadráticas. *Tecné, Epistemé y Didaxis* (31). pp. 9-25