

COMPREENSÃO E PLANIFICAÇÃO DE PROPOSIÇÕES SOBRE QUADRILÁTEROS POR LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA

José Roberto da Silva; Maria Aparecida da Silva Rufino
Universidade de Pernambuco (UPE). Campus Mata Norte.
Secretaria de Educação de Pernambuco SEE/PE. UPE. Campus Mata Norte.
jrobertosilva@bol.com.br, aparecidarufino@hotmail.com

Resumen

El estudio intenta ayudar estudiantes universitarios que están licenciándose en Matemáticas y/o Pedagogía con relación a la comprensión del desarrollo/planificación de actividades didácticas con vistas a una adquisición matemática más consistente para los estudiantes de la escuela primaria. Los aspectos teóricos de la preparación de propuestas tienen la intención de dar prioridad a la calidad de las afirmaciones universales sobre cuadrado, rectángulo y rombo con el simbólico, abstracto y generalización según tres de los cinco problemas internos de las matemáticas. Metodológicamente, se busca la planificación de actividades y la formulación de declaraciones universales a través de análisis y de intervención condiciones pedagógicas en el aula, en particular, los efectos de acondicionamiento de la organización del conocimiento y la práctica científica matemática. Después de llevar a cabo las actividades de esta propuesta los estudiantes deben formular declaraciones universales basándose en proposiciones de observación explorando claramente las características conceptuales de estos cuadriláteros.

Palabras clave: Formación del profesorado; La geometría euclidiana; Actividades educativas; Comprensión/Desarrollo de proposiciones.

Abstract:

The study aims to help college students who are graduating in Mathematics and/or Pedagogy in relation to understanding the development/planning educational activities with a view to a more consistent acquisition mathematics for elementary school students. The theoretical aspects of the preparation of proposals intend to give priority to the quality of universal statements about square, rectangle and rhombus with the symbolic, abstract and generalization as three of the five internal problems of mathematics. Methodologically, it aims planning activities and the formulation of universal statements through analysis and intervention in the classroom teaching conditions, in particular the effects of conditioning the organization of mathematical knowledge and scientific practice. After carrying out the activities of this proposal students must formulate universal statements based on observation propositions clearly exploring the conceptual characteristics of these quadrangles.

Keywords: Teacher training; Euclidean geometry; educational activities; Comprehension/ Development of propositions.

1. Introdução

O caráter prático atribuído à matemática, em especial, o da geometria clássica, tem registrado ao longo da sua história contribuições que aos poucos estabeleceram aspectos

demasiadamente próprios do conhecimento matemático. Os gregos, embora recorressem a tal caráter prático, estavam convencidos que a matemática deveria libertar-se dessa forma empírica de aquisição de conhecimentos, mas ela tanto serviu para embasar Euclides na estruturação dos *Elementos* (2009) como também de modelo científico.

De certo modo pode-se dizer que a matemática conseguiu liberta-se do mundo material a partir do emprego de *axiomas*, *proposições* e *definições*. Ao longo do tempo essa libertação gerou sofisticções como as observadas através dos *problemas internos da matemática* de Davis & Hersh (1985) e se exploradas deliberadamente, mesmo naqueles que gostam da matemática, ocasiona alguns tipos de dificuldades. Por exemplo, quanto a compreensão de conceitos, Silva e Silva (2004) destacam que o caráter geométrico meramente empírico, gera dificuldades na aquisição de aspectos básicos formais em termos de rigor e abstração.

No entanto, o uso adequado de recursos didáticos tanto pode auxiliar aprendizes e docentes em suas tarefas pedagógicas como também a vislumbrarem propriedades geométricas pouco evidentes, aprendendo mais a identificar, relacionar e classificar figuras geométricas. Assim, acredita-se que a exploração das características quanto às diferenças e similitudes que envolvem os conceitos de *quadrado*, *retângulo* e *losango* com o uso dos materiais didático (*tangran* e *geoplano*) viabiliza a reestruturação conceitual e/ou proposicional. Porém, deve-se esclarecer o que se pensa sobre o papel dos recursos, segundo Silva (2009):

[...] as investigações centradas na Didática das Ciências, e, em particular, na Didática das Matemáticas, não devem restringir-se as contextualizações e ao uso de recursos em si, [...]. Para que isso ocorra, se deduz a necessidade de que o professor possua um amplo domínio das atividades propostas. (p. 20).

A utilização desses materiais, certamente, não se reporta a uma exploração simplista de aspectos concretos, pois isso reforçaria o empirismo exacerbado que já foi criticado. De fato, almeja-se oportunizar professores em formação a planificar atividades que viabilizem uma *aprendizagem significativa* (AUSUBEL, 2002) sobre a formulação de proposições de observações consistentes envolvendo o conceito dos quadriláteros já citado.

2. Elaboração de Afirmções Universais: Símbolo, Abstração e Generalização

Os alunos por não perceberem certas peculiaridades acerca das propriedades das formas geométricas não conseguem compreender adequadamente seus conceitos. Isso ocasiona dificuldades no fazer docente e na aprendizagem dos alunos do ensino básico, portanto, tem despertado o interesse de pesquisadores como Gálvez (2009) na Argentina e Bicudo (2000) no Brasil, dentre outros. Essa preocupação pode ser contornada, pois se trata de algo menos complexo que a compreensão de uma *demonstração matemática*, que Dieudonné (1990) a contornou recorrendo a *Sócrates* no diálogo do *Ménon*.

Nesse estudo, como já elencado, além da aquisição de conceitos, pretende-se ao longo do processo explorar aspectos relevantes e inerentes ao conhecimento matemático que propicie a compreensão de Leis e Teorias com a formulação de *proposições*. Essa intencionalidade decorre de dificuldades didático-pedagógicas que centra sua atenção no caráter informativo acerca dos objetos geométricos como destacam Silva e Silva (2004, p. 3):

[...] as diagonais de um quadrado se cruzam formando quatro ângulos de noventa graus e quatro segmentos de mesmo comprimento. [...]. Portanto, é preciso suprir as deficiências que corroborem com esta não percepção e outras possíveis, que terminam conduzindo os alunos a uma forma fragmentada de compreensão, [...].

Chalmers (2003) apresenta as *proposições de observação* como bases para a formulação das leis e teorias e as que não estimulam esta elaboração chamou de *afirmações singulares*, mesmo que todas as proposições de observação sejam afirmações singulares há as “... informações gerais que afirmam coisas sobre as propriedades ou comportamento de algum aspecto do universo.” Em acréscimo, informa que as leis e teorias que constituem o conhecimento científico, todas em essência correspondem as *afirmações universais*.

A elaboração de proposições no marco da geometria de Euclides com foco nas afirmações universais acerca dos quadriláteros (quadrado, retângulo e losango), pressupõem os três seguintes aspectos, dentre os chamados *problemas internos da matemática* de Davis & Hersh (1985): “As funções principais de um símbolo em matemática são de designar com precisão e clareza e de abreviar. [...] em verdade, sem o processo de abreviatura, o discurso matemático é impossível.” (p. 154-155).

No caso da abstração: “[...] Os objetos da matemática são todos abstratos e o mundo platônico é o mundo do círculo verdadeiro, do quadrado verdadeiro.” (*op. cit.*, p. 160).

Um benefício da generalização é uma consolidação das informações. Vários fatos estreitamente relacionados são embalados elegante e economicamente num único pacote.

- *Afirmativas*: Se um número termina em 0 ele é divisível por 2.

Se um número termina em 2 ele é divisível por 2.

- *Consolidação*: Se um número termina em algarismo par, é divisível por 2. (*op. cit.*, p. 166).

3. Atividade Didática: Planificação de Proposições de Observação sobre Quadriláteros

Baldino (1999) questiona o atributo da pesquisa em educação matemática como base de mudança, alegando dificuldades de acesso e uso desses materiais. Ao apreciar dissertações teses, artigos, etc. concebe como linha convergente o que chamou de *análise e intervenção sobre os condicionantes pedagógicos da sala de aula*, dentre os treze aspectos elencados, este trabalho aproxima-se dos: “efeitos condicionantes da organização do conhecimento e da prática científica matemática” (p. 224). Os procedimentos didático-pedagógicos a serem vivenciado com graduandos de matemática/pedagogia, estão dispostos em três etapas.

Etapa 1: Atividades Didáticas utilizando o Tangran

Descrição da Tarefa: O conjunto de atividades da primeira etapa, em síntese, envolve o uso do tangran como recurso didático e os participantes devem ser estimulados/orientados a construí-lo a partir de uma folha de papel A₄. Os alunos devem identificar/reconhecer as formas geométricas das peças que compõem o tal recurso e, em particular, explorar os conceitos de quadriláteros do tipo: quadrado, retângulo e losango, *categorizando-os*⁶³. O docente deve está atento a percepção, representação e construção dos alunos como propõem Souza et. al. (2006).

Atividade 1: Dado o tangran abaixo, identifique nomeando cada um dos polígonos que o compõem e se necessário apresente uma classificação.

⁶³ *Categorização é o processo mediante o qual colocamos em um mesmo grupo certas entidades porque são similares entre elas em relação a algumas propriedades. Greca e Moreira (1999).*

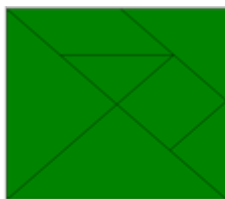


Figura 1: tangran

Atividade 2: Usando as peças do tangran pode-se compor inúmeras figuras. Dentre elas é construir o quadrado, o retângulo e o losango usando uma ou mais dessas peças? Faça a composição e apresente as soluções com um pequeno esboço (desenho) de um quadro.

Atividade 3: utilize as respostas da questão anterior, para preencher o quadro 2, apontando o que se pode observar de semelhante e diferente entre os quadriláteros construídos.

Etapa 2: Atividades Didáticas utilizando o Geoplano

Descrição da Tarefa: Nesta etapa há três atividades que diferem entre si quanto a busca de seus propósitos educativos. A primeira remete-se a familiarização com o geoplano e ocupa-se de representar polígonos no mesmo, na segunda, se explora as noções de paralelismo e perpendicularismo na intenção que os alunos consigam representar no geoplano e demarcar características das formas: quadrado, retângulo e losango. No caso da atividade 3, pretende-se caracterizar aspectos importantes desses três quadriláteros a partir de suas diagonais.

Atividade 1: Dadas as geométricas planas (figura 3), solicita-se identificar os quadriláteros e representá-los no geoplano (Figura 4) usando atilhos de cores diferentes.

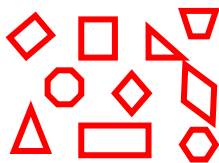


Figura 2:

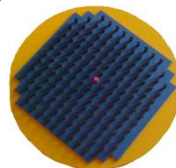


Figura 3:

Atividade 2: Represente no geoplano dois segmentos de retas paralelos e congruentes e, em seguida a partir desses segmentos, determine qual as possíveis formas de quadriláteros que você consegue obter. Posteriormente classifique essas possíveis formas.

Atividade 3: Represente no geoplano um segmento de reta no qual seja possível determinar seu ponto médio. Por este ponto médio de modo análogo, represente uma perpendicular ao segmento dado que tenha em comum seus pontos médios. Ligue as extremidades de forma a obter um polígono e classifique as possíveis soluções.

Etapa 3: Algumas Proposições de Observação sobre Quadrado, Retângulo e Losango

Descrição da Tarefa: Nesta etapa há duas atividades, na primeira espera-se que os alunos consigam elaborar e registrar *proposições de observação* envolvendo algumas propriedades dos quadrados, losangos e retângulos, e na segunda almeja-se identificar o reconhecimento dessas proposições por parte dos participantes no ato do uso dessa proposta.

Atividade 1: diante das atividades anteriores preencha o quadro abaixo tentando caracterizar aspectos relevantes desses quadriláteros quanto aos seus lados, ângulos e diagonais.

Atividade 2: Explorando os resultados do quadro 2 preencha o quadro 3 classificando as propriedades do quadrado, retângulo e losango a partir de suas similitudes e diferenças.

4. Análise e Discussão dos Resultados

Essa discussão foi organizada em duas partes, na primeira são apreciadas as informações levantadas ao longo do desenvolvimento das atividades em suas três etapas e na segunda se confronta as respostas do questionário diagnóstico com o de avaliação de aprendizagem.

Apreciação do Desenvolvimento das Atividades do Tangran

Na atividade 1 da primeira etapa, todas as duplas identificam o quadrado, o paralelogramo e os triângulos como partes do tangran, mas não aludem a figura toda ser um quadrado, nem classificam os triângulos quanto a seus tamanhos conforme as resposta de A₅–A₈ abaixo:

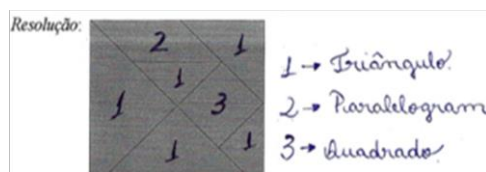


Figura 4: Identificação/nomeação e classificação dos

As duplas A₁–A₄ e A₃–A₆ na atividade 2 não obtêm representação para seis peças já A₂–A₇ e A₅–A₈ completam a tarefa, entretanto, as duplas A₃–A₆ e A₂–A₇ vislumbram que o quadrado pequeno também representa o retângulo e o losango conforme o excerto abaixo:

Nº de Peças	QUADRADO	RETÂNGULO	LOSANGO
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Figura 5: Composição de Quadrados, Retângulos e Losangos usando as Peças do Tangran

Na atividade 3, A₁–A₄ e A₃–A₆ não vislumbram semelhanças nas situações propostas entre quadrado e retângulo, quadrado e losango, retângulo e losango bem como quadrado, retângulo e losango, apesar de A₂–A₇ e A₅–A₈ responder de modo análogo a alunos do E.F.

Figuras	Semelhanças	Diferenças
Retângulo e Losango	Podem formar quatro lados, lados para lados.	Podem apresentar ângulos internos diferentes.

Figura 6: Semelhanças e Diferenças entre Quadrados, Retângulos e

Apreciação do Desenvolvimento das Atividades com o Geoplano

Na etapa 2, atividade 1, todas as duplas representam no geoplano corretamente o quadrado, paralelogramo e losango. O mesmo ocorreu com os acertos das atividades 2 e 3 acerca das representações do retângulo e quadrado bem como a do quadrado e losango.

Na atividade 1 da etapa 3, observa-se que as características elencadas pelas duplas deixam a desejar sobre a formulação de afirmações quanto aos lados, ângulos e

diagonais desses quadriláteros. Na atividade 2, reconhecem as semelhanças e diferenças desses quadriláteros conforme as afirmações sobre seus lados, ângulos e diagonais. O confronto das respostas nesta etapa 3, indicam a dificuldade desses licenciando em formular sentenças para explicitar suas considerações uma vez que diante de tais formulações a reconheceram.

Figuras	Características	Quanto aos Lados	Quanto aos ângulos	Quanto as diagonais
Retângulo		• Os lados são paralelos, podendo ter medidas diferentes.	• Os ângulos são iguais medindo 90°	• As diagonais tem medidas iguais que dividem o ângulo em tamanhos diferentes.

Figura 7: Características Relevantes dos Quadrados, Retângulos e Losangos

Confronto entre o Questionário Diagnóstico e o de Avaliação de Aprendizagem

O significado de termos/categorias no âmbito da lógica tratado no item (a) da 1^a questão foi alcançado pelos alunos A₂ e A₆, já os demais não apresentam evolução e, sobre a aquisição da definição de proposição no item (b) cinco alunos adquirem compreensão mais elaborada. Na identificação da observação como a base do conhecimento científico no item (a) da 2^a questão todos apresentam evolução, mas no item (b) que trata das afirmações singulares e universais, em especial a importância desta segunda para a formalização do conhecimento científico, apenas pelo aluno A₇ não a concebeu. O item (a) da 3^a questão que envolve a caracterização dos *problemas internos da matemática* só não foi alcançado pelo aluno A₇ e no item (b) que busca exemplos sobre três deles (*simbolismo, abstração e generalização*) só A₅ não registra evolução. Por fim, sobre a formulação de afirmações universais a partir de proposições de observações da 4^a questão os alunos A₅ e A₈ não apresentam mudanças relevantes em suas concepções ao término da intervenção. Após a intervenção os alunos A₂, A₆ e A₇ apresentam um bom desenvolvimento sobre proposições, afirmações universais e três dos problemas internos da matemática segundo Devis & Hersh, mas A₅ e A₈ não apresentam evolução na formulação de proposições de observação sobre tais quadriláteros.

5. Considerações Finais

No uso do tangran como recurso didático há o reconhecimento das formas geométricas que o compõem, mas na nomeação os alunos não aludem que o tangran representa um quadrado nem esboçam a classificação de seus triângulos quanto ao tamanho. Além disso, das quatro duplas duas não identificam que o quadrado pequeno também representa o retângulo e o losango. No caso das semelhanças e diferenças entre estes quadriláteros há duas duplas que completarem a tarefa, porém, as respostas apresentadas são simplistas. Essas considerações indicam que a formulação de características sobre esses quadriláteros são incipientes.

Na familiarização com o geoplano tanto a representação do retângulo e do quadrado como a obtenção dos quadriláteros solicitados diante das situações propostas foram bem sucedidas. As dificuldades em formular sentenças para explicitar suas considerações e, por outro lado, reconhecer devidamente tais formulações quando estas lhes foram apresentadas indica fragilidade na compreensão e na planificação de proposições de observação.

A dificuldade em reconhecer o significado de termos/categorias seguida de um desempenho considerável sobre o papel das afirmações universais na elaboração de leis e caracterização dos *problemas internos da matemática* abordados neste estudo bem como o desempenho da sistematização das idealizações anteriores alude a evolução na

formulação de proposições. Os recursos adotados apesar de favorecer o reconhecimento de proposições de observação e de elucidar características conceituais de objetos matemáticos em termos de suas diferenças e similitudes desses quadriláteros, não os levaram a vislumbrar que por não infringir as propriedades do retângulo, pode-se afirmar que "todo quadrado é também um retângulo" e de modo análogo "todo quadrado é também um losango".

4. Referências

- BALDINO, R. R. (1999). Pesquisa-Ação para Formação de Professores: Leitura Sintomal de Relatórios. In: BICUDO, M. A. V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, p. 221-245.
- BICUDO, M. A. V. (2000). *Fenomenologia Confrontos e Avanços*. São Paulo: Cortez Editora.
- CHALMERS, A. F. (1993). *O que é Ciência Afinal?* São Paulo: Brasiliense.
- DAVIS, P. e HERSH, R. (1985). *A Experiência Matemática*. Rio de Janeiro, F. Alves.
- DIEUDONNÉ, J. (1990). *A Formação da Matemática Contemporânea*. Lisboa, Dom Quixote.
- GÁLVEZ, G. (2009). A Geometria, a Psicogênese das Noções Espaciais e o Ensino da Geometria na Escola Primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, p. 242-264.
- GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. (2003). Conceptos: Naturaleza y Adquisición. In: MOREIRA, M. A.; CABALLERO, C. *Actas del PIDEDEC*. Vol. 5. Porto Alegre: UFRGS, p. 3-77.
- SILVA, J. R. (2009). *Uso de Textos de Apoyo como Organizador Previo: Matemáticas para la Enseñanza Fundamental y Media*. 2009. 390 f. Tese (Doctorado Enseñanza de las Ciencias) – Universidad de Burgos, Burgos.
- SILVA, R. C.; SILVA, J. R. (2004). Da Aquisição de Conceitos a Elaboração e Compreensão de Proposições, Leis e Teorias. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, VIII., 2004, Recife. *Anais...* Recife: UFPE, p. 1-9. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/03/MC75541815487.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2015.
- SOUZA E.R. et. al. (2006). *A Matemática das Sete Peças do Tangran*. 4. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP.