

## LA CALCULADORA COMO RECURSO DIDÁCTICO

Maria Isabel Alves Teixeira Leite - María Teresa Navarro Moncho  
isabelleitemat@gmail.com - Teresa.Navarro-Moncho@uv.es  
Escola Secundária de Vila Verde. Grupo CASIO+. APM.Portugal - IES Veles e  
Vents. Torrent. España

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Modalidad: MC

Nivel educativo: Secundaria. Bachillerato

Palabras clave: Calculadora, Materiales, Secundaria, Bachillerato

### Resumen

*El uso de la calculadora -elemental, científica o gráfica- como recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas aporta mejoras respecto a las actitudes, puesto que favorece cualidades como la perseverancia, la creatividad, la sensatez... Su uso mejora la confianza de los estudiantes en sus capacidades y conecta las matemáticas con la realidad.*

*Favorece una mejor asimilación de los conceptos, ya que se pueden analizar más contextos y establecer relaciones entre ellos. Centra la atención en la selección de las operaciones de manera que se pueden resolver problemas con datos más reales y facilita la realización de investigaciones. Además, unifica ciertos procedimientos y favorece estrategias como ensayo y error dirigido, estudio de casos o probar o demostrar.*

*En el curso se trabajarán materiales elaborados por la Sociedad de Profesores de Portugal con la calculadora gráfica y por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas con la calculadora científica, en ambos casos con la colaboración de la División Educativa de Casio España.*

### Introducción

La ciudadanía se está viendo implicada cada vez más en multitud de tareas que incluyen conceptos cuantitativos, espaciales, probabilísticos, relaciones... Es lógico pensar que cada vez tendrán más importancia las matemáticas del entorno y de la vida cotidiana, la resolución de problemas contextualizados y la conexión entre las distintas partes de las matemáticas y entre las matemáticas y otras áreas.

El actual desarrollo de las nuevas tecnologías y el proceso de convergencia de los sistemas educativos, hacen necesario reflexionar sobre la incidencia del uso de la calculadora tanto en el currículo como en la práctica cotidiana en el aula.

Las matemáticas no consisten en hacer muchas operaciones, sino en saber qué operaciones hay que hacer en cada situación. El uso de la calculadora, favorece el desarrollo de estrategias de resolución de problemas, tales como análisis de patrones, búsqueda de patrones, búsqueda de regularidades numéricas, elaboración y comprobación de modelos, generalizar, particularizar, conjeturar y poner a prueba la conjetura... En definitiva, la calculadora es un elemento investigador y motivador, que permite anticipar contenidos o preparar el camino hacia otros contenidos posteriores, a la vez que, hace que la visión de las matemáticas y de los contenidos matemáticos cambien de forma radical.

El uso de calculadoras gráficas y/o calculadoras con cálculo simbólico suponen un cambio en la forma de enseñar-aprender. Por ejemplo, favorece un estudio diferente del Álgebra, pues se puede dedicar más tiempo en lo realmente importante, la modelización, el pensamiento, la reflexión, la generalización y la discusión de los problemas. El Álgebra no es solo el estudio de los polinomios o las fracciones algebraicas, sino el estudio de los patrones, las relaciones, las funciones, los modelos y el cambio en diversos contextos. Esta visión del Álgebra, siempre ligada al estudio de las funciones, mejora el aprendizaje y ayuda a comprender el significado de formas equivalentes de expresiones, ecuaciones, inecuaciones,...

### **Objetivos**

Los objetivos que se pretenden alcanzar con este curso son:

- Conocer y manejar de forma didáctica la calculadora.
- Fomentar el uso de la calculadora en las aulas como instrumento motivador y de investigación.
- Difundir el uso de los diferentes menús de la calculadora científica y de la calculadora gráfica a través de propuestas para el aula.

- Presentar los materiales elaboradas por la Asociación de Profesores de Matemáticas de Portugal y la Federación Española de Profesores de Matemáticas en colaboración con la División Educativa de Casio España.
- Reflexionar sobre la resolución de problemas como el método más conveniente de aprender Matemáticas.

### **Metodología**

La mayoría de los currículos oficiales reconocen, como recomiendan los expertos en didáctica de las matemáticas, la resolución de problemas como el eje vertebrador del aprendizaje de las matemáticas. Ahora bien, como afirma Puig (1992) “...no cabe plantearse la resolución de problemas como un contenido que hay que enseñar sin que su enseñanza esté organizada por la propia resolución de problemas, y todo aquello que sea propio de la resolución de problemas en general formará parte de lo que hay que tener en cuenta si se quiere organizar la enseñanza del conjunto de las componentes de las matemáticas de manera que la resolución de problemas represente en papel central.

Teniendo en cuenta las posibilidades que ofrecen las calculadoras, en el curso se resolverán una serie de problemas, con datos lo más reales posibles, que servirán a la vez como manual de las calculadoras y como guía didáctica, actividades que pueden aportar nuevas ideas y que se presentan en los ejemplos que se realizarán en el curso. Dichas actividades se han elaborado en el grupo de trabajo del Seminario de Calculadoras de la Federación Española de Profesores de Matemáticas y en la Asociación de Profesores de Matemáticas de Portugal, en ambos casos con la colaboración de la División Educativa de Casio España; y, se han diseñado teniendo en cuenta la metodología y las ideas de Fielker (1986) y National Council of Teachers of Mathematics (2000).

### **Materiales**

Durante el curso se utilizarán las siguientes calculadoras:

- CASIO CLASSWIZ fx-570/991SP X II
- CASIO fx-CG20 / fx-CG50

Entre las actividades que conforman el curso, se utilizará una de las herramientas más novedosa que incorporan las Classwiz, generar un código QR que se abre con la aplicación

CASIO EDU+, la cual permite acceder a funciones adicionales que no están disponibles en la calculadora como representación de funciones, gráficos estadísticos, compartir datos..., y favorece el pensamiento matemático y el trabajo cooperativo y colaborativo de los estudiantes.

### **Contenidos**

A través de la resolución de problemas en diferentes contextos y de los diferentes menús (hoja de cálculo, tablas, estadística, ecuaciones...) y opciones (división euclídea, factorizar, simplificar, representar gráficamente, código QR, modelizar...) de la calculadora se tratarán los siguientes contenidos:

- Educación Secundaria Obligatoria (De 12 a 16 años)
  - Estándares de aprendizaje de aritmética
  - Estándares de aprendizaje de álgebra
  - Estándares de aprendizaje de estadística
  - Estudio de funciones

### **Ejemplo de actividades:**

#### **Altura y talla de calzado (CASIO CLASSWIZ fx-570/991SP X II)**

*Para realizar un estudio sobre la altura de todos los alumnos de una clase, ¿qué datos debemos recoger? ¿Y si queremos estudiar la talla de calzado? ¿Crees que hay que hacer distinciones entre chicos y chicas?*

Esta actividad pretende que el alumnado tome decisiones tales como qué parámetros calcular, cómo interpretarlos para justificar si se trata de una población o dos poblaciones distintas y todo ello con la ayuda de los gráficos estadísticos que permiten visualizar los datos por separado o conjuntamente.

El uso de la calculadora para realizar los cálculos y los gráficos permite centrar el interés en la interpretación de los parámetros. Además, la aplicación CASIO EDU+ favorece el trabajo, como ya se ha comentado, cooperativo y colaborativo de los estudiantes.

La siguiente tabla recoge los datos de una posible clase:

Estudiante	Sexo	Altura (cm)	Talla calzado	Estudiante	Sexo	Altura (cm)	Talla calzado
1	H	180	45	16	M	153	37
2	H	173	43	17	M	158	36
3	H	173	41	18	M	159	37
4	H	176	41	19	M	153	37
5	H	191	47	20	M	162	36
6	H	193	46	21	M	167	38
7	H	172	41	22	M	157	36
8	H	173	43	23	M	159	37
9	H	174	43	24	M	165	38
10	H	180	44	25	M	168	37
11	H	181	43	26	M	154	37
12	H	180	42	27	M	159	35
13	H	184	42	28	M	154	36
14	H	174	45	29	M	161	37
15	H	175	45	30	M	165	38

El desarrollo de esta actividad requiere que se introduzcan los datos con y sin frecuencias con el fin de explorar todas las posibilidades que nos ofrece la calculadora combinada con la aplicación CASIO EDU+. Por ello es conveniente distribuir la tarea por grupos de la siguiente forma:

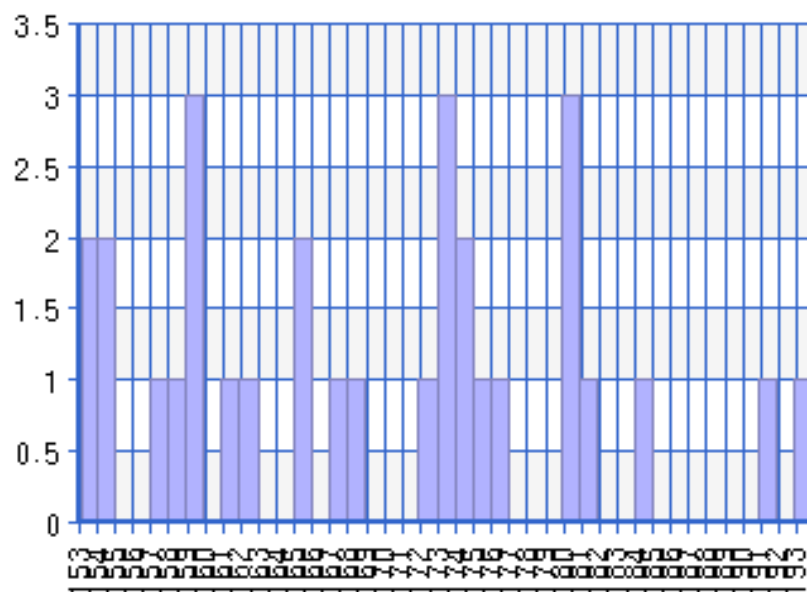
G1	Altura chicos sin frecuencias	G7	Talla calzado chicos sin frecuencias
G2	Altura chicas sin frecuencias	G8	Talla calzado chicas sin frecuencias
G3	Altura sin frecuencias	G9	Talla calzado sin frecuencias
G4	Altura chicos con frecuencias	G10	Talla calzado chicos con frecuencias
G5	Altura chicas con frecuencias	G11	Talla calzado chicas con frecuencias
G6	Altura con frecuencias	G12	Talla calzado con frecuencias

Cada grupo introduce en la calculadora (en el menú *Estadística*) los datos correspondientes, genera un código QR, lo escanea con la aplicación CASIO EDU+ y lo comparte con el grupo a través de una clase (CIBEM 2017) que se ha creado previamente con la aplicación.

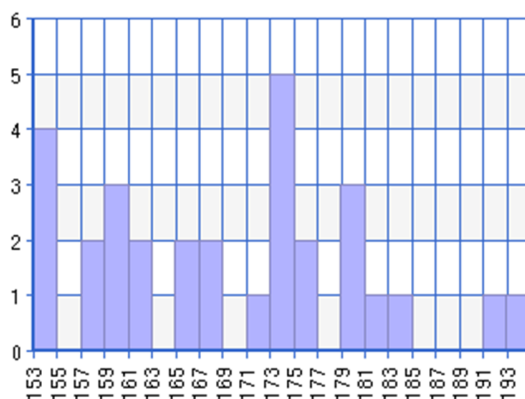
Del cálculo de los parámetros de la variable altura se observa que la media es 169,1 cm, la desviación típica 11,046, la mediana 170 cm y es multimodal (159, 173, 180).

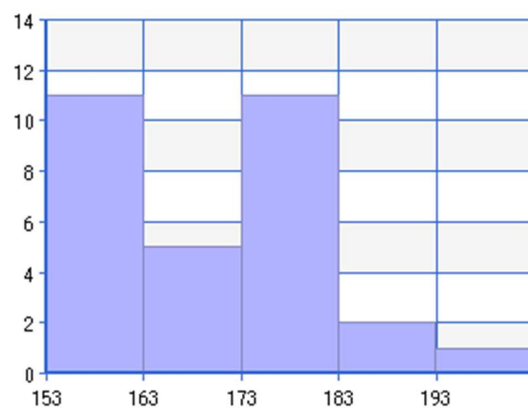
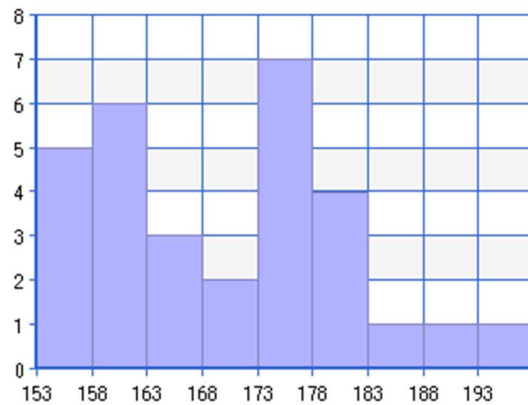
El 50% de la clase está entre 159 y 176 cm.


$\bar{x} = 169.1$	$n = 30$	
$\Sigma x = 5073$	$\min(x) = 153$	
$\Sigma x^2 = 861505$	$Q_1 = 159$	que
$\sigma^2 x = 122.0233333$	$\text{Med} = 170$	
$\sigma x = 11.04641722$	$Q_3 = 176$	
$s^2 x = 126.2310345$	$\max(x) = 193$	
$s x = 11.23525854$		

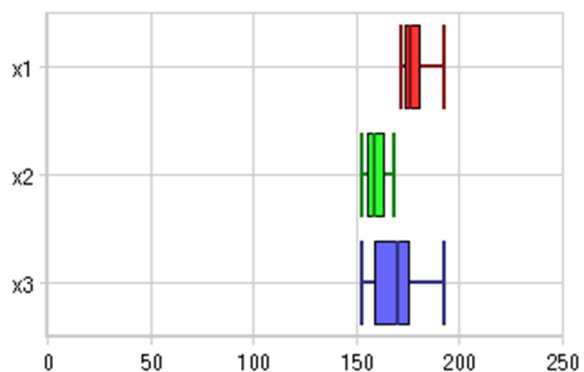
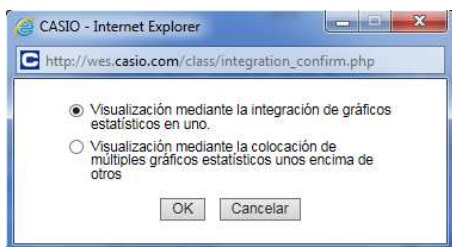


Si se representan los datos en un histograma de 2, 5 y 10 cm, se observa que aunque los tres se parecen el segundo ofrece mayor información, porque aunque se observan dos grandes bloques de alturas, hay un intervalo sensiblemente superior al resto. Ahora bien, como hay dos bloques claramente diferenciados, cabe preguntarse si realmente los datos sobre la altura pertenecen a una sola población, es decir, no influye el sexo. O por el contrario son dos poblaciones y el sexo influye en la altura.





Para buscar respuesta se puede utilizar la representación de cajas. Dado que la aplicación permite combinar gráficos siempre que estén introducidos de la misma forma. Para comparar las alturas se pueden combinar los gráficos de diagrama de caja: se selecciona altura chico sin, altura chica sin y altura sin, y a continuación se elige combinar tocando el icono . En la actualidad, existen dos posibilidades de combinar, en este caso hay que elegir la segunda y se pulsa *OK*.





Como se observa, los gráficos de chicos y chicas son diferentes, lo que lleva a pensar que efectivamente, respecto de la altura, los chicos y las chicas son poblaciones distintas.

Si se analizan los parámetros de las dos subpoblaciones, que se han recogido en la siguiente tabla,

	Media	Desviación típica	Moda
Altura	169,1	11,046	159, 173, 180
Altura Chicas	159,6	4,841	159
Altura Chicos	178,6	6,333	173, 180

se observa que las medias son sensiblemente diferentes y las desviaciones típicas correspondientes son casi la mitad de la de toda la clase. Lo que refuerza la suposición de que son dos poblaciones distintas.

Con los datos de este problema se puede hacer más estudios, por ejemplo, analizar la relación entre la talla de calzado y la altura tanto en chicas como en chicos.

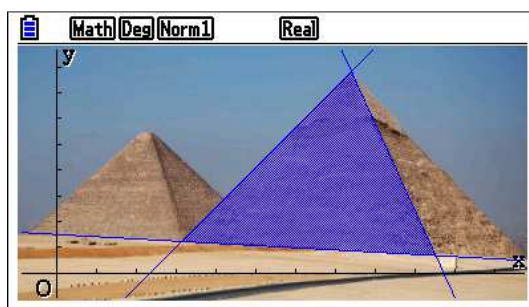
### **Pirámide de Kéfren (CASIO fx-CG20 / fx-CG50)**

*¿Cómo colorear un dibujo?*

Esta actividad está diseñada para trabajar directamente en el plano las ecuaciones y sus dominios. Comenzamos observando la imagen de la pirámide de Kéfren de la calculadora.



A continuación, en el menú Plot Imagen, anotamos los puntos y encontramos las rectas que limitan la cara elegida. En el Menú de los Gráficos se definen las desigualdades eligiendo los dominios adecuados.



Aquí nuestro homenaje a los refugiados que el 22 de septiembre perdieron la vida en los mares de Egipto. Tiene esta tarea también una función humanista.

### Referencias bibliográficas

Fielker, D.S. (1986). *Usando las calculadoras con niños de 10 años*. Valencia: Generalitat Valenciana, Conselleria de Cultura, Educació i Ciència.

Kissane, B. (2016). *Introducción a las matemáticas con ClassWiz. Support Classroom with Technology*. CASIO Worldwide Education Website. Recuperado de <http://www.edu-casio.es/publicaciones>

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Puig, L. (1992). Aprender a resolver problemas, aprender resolviendo problemas. *Aula de innovación educativa*, 6, pp.10-12.

SAEM Thales (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: SAEM Thales.