

## CONCEPTOS MATEMÁTICOS EN LIBROS DE TEXTO PARA NIÑOS

Gustavo R. Cañadas – Pedro Arteaga – Rebeca Guirado – Inmaculada de la Fuente  
[grcanadas@ugr.es](mailto:grcanadas@ugr.es) – [parteaga@ugr.es](mailto:parteaga@ugr.es) – [rebequive@hotmail.com](mailto:rebequive@hotmail.com) – [edfuente@ugr.es](mailto:edfuente@ugr.es)  
Universidad de Granada, España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: Póster (P)

Nivel educativo: Primario (6 a 11 años)

Palabras clave: Educación Primaria, libros de texto, Medidas de posición central.

### Resumen

*En este trabajo presentamos un estudio sobre los conceptos que aparecen en el tema de medidas de posición central en tres libros de texto de 5º de Educación Primaria pertenecientes de editoriales de prestigio. En este trabajo se utilizan algunas nociones teóricas relacionadas con el Enfoque Ontosemiótico (EOS) desarrollado por Godino y sus colaboradores. El EOS distingue distintos elementos matemáticos en la práctica, que denomina primarios: situación-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos, y argumentos; y advierte de la posibilidad de que el significado de alguno de ellos sea tratado de modo limitado o impreciso, en cuyo caso se puede presentar una disparidad o discordancia en su significado. En este trabajo nos vamos a centrar en uno de los elementos matemáticos mencionados, los conceptos. Entre las conclusiones podemos decir que hay un libro que destaca por encima del resto y que por lo tanto sería el libro más adecuado (en lo que respecta a los conceptos), ya que hemos observado que es el más completo. Finalmente, comentar que el objetivo de este trabajo es el análisis crítico del contenido de las medidas de posición central en algunos libros de texto mediante el cual podremos comprobar cuál de ellos es más adecuado.*

### INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la estadística ha influido en el avance de la ciencia y la sociedad, al proporcionar herramientas que han servido metodológicamente en todos los campos y áreas. Como consecuencia de esto, la enseñanza de la estadística se ha incorporado en todos los niveles educativos, incluida la educación primaria en la que realizaremos nuestra investigación. Además, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en nuestra sociedad (Batanero, 2002).

Las medidas de posición central, en las que centramos nuestra investigación, son elementos básicos de la estadística presentes en nuestro día cotidiano, y en cualquier lugar donde se realice

cualquier estadística. Se utilizan, para representar conjuntos de datos estos estadísticos, por ejemplo la media está presente en temas de inferencia y la mediana como estadístico de orden. En este trabajo investigamos en la presencia de estos estadísticos en un material muy presente en las aulas de educación primaria, es decir los libros de texto. Finalmente, comentar que el objetivo de este trabajo es el análisis crítico del contenido de las medidas de posición central en algunos libros de texto mediante el cual podremos comprobar cuál de ellos es más adecuado para alumnos de 5° de Primaria y por qué.

#### ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

En este trabajo nos centramos en el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico (ver anexo I). En relación a las medidas de posición central nos encontramos la investigación de Russel y Mokros (1995), estudiaron las nociones sobre los valores de tendencia central a través de un grupo de 21 alumnos de 10 a 14 años. Otra investigación realizada con 250 alumnos de 6° curso (11-12 años) en Estados Unidos, comprueba que el 88% de los estudiantes conocen el algoritmo de media aritmética pero sólo un 50% sabría utilizarlo en la resolución de problemas abiertos (Cai, 1995). Entre los trabajos realizados sobre la capacidad de argumentación de los estudiantes podemos destacar los de Reading y Pegg (1996), en el que los alumnos presentaban dificultades a la hora de argumentar la respuesta de por qué se escogía una determinada medida central. Respecto a investigaciones realizadas a profesores encontramos la de Jacobbe (2008), en el que analiza la comprensión que tienen sobre la media y la mediana algunos profesores estadounidenses, encontrando que muchos profesores no saben los conocimientos que deben enseñar a sus alumnos sobre temas de estadística.

La investigación realizada por Mayén, Merino, Bernabeu y Balderas (2007) encontraron dificultades relacionadas con otra investigación anterior realizada a alumnos españoles de cursos inferiores. Por ello, estos autores proponen que es necesario aproximar estos contenidos a la vida cotidiana para un mejor aprendizaje por parte de los alumnos. Estrella (2008) describe las transformaciones que sufre el conocimiento de nivel universitario sobre las medidas de tendencia central para adaptarlo a nivel de séptimo grado y así poder ser enseñado.

En el trabajo realizado por Callejas-Delgado (2014) se analiza el abordaje de la media aritmética en un libro específico de 6° de Primaria. En él se llega a la conclusión de que este libro de texto contiene unas actividades muy repetitivas y que no permiten la producción de un conflicto cognitivo en los estudiantes, que sería necesario para adquirir un conocimiento completo de este.

Finalmente, Sánchez y Vicente (2015), analizan los procedimientos de resolución de problemas aritméticos de tres editoriales diferentes: Anaya, SM y Santillán.

## METODOLOGÍA

El análisis de estos libros se llevará a cabo mediante la metodología adaptada de Cobo (2003) (ver Figura 1). A continuación presentamos los libros de texto escogidos para el análisis, todos ellos pertenecientes al tercer ciclo de Educación Primaria, concretamente al 5º curso, donde se incluye el tema de medidas de tendencia central: (1) Banal, M., Garrido, A., et al. (2015). Editorial Edebé. Matemáticas 5. EdebéOn: Proyecto Global Interactivo; (2) Garín, M., Medina, G., et al. (2015). Editorial SM. Matemáticas 5. Proyecto “Savia”; (3) Alzu, J. L., García, Pilar, et al. (2002). Editorial Santillana. Matemáticas 5. Proyecto “Entre Amigos”.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las prácticas realizadas para resolver un problema se usan implícita o explícitamente objetos matemáticos, para esto, el estudiante ha de recordar la definición. A nivel de Educación Primaria el aprendizaje de los conceptos no se centra en lo formal. El aprendizaje de los conceptos es algo que se desarrolla a lo largo de los años. En los libros los conceptos pueden aparecer mediante definiciones o ejemplos. Los conceptos con sus respectivos ejemplos en cada uno de los libros son:

C1. Media. Edebé: Aparece mediante la definición seguida de un ejemplo: *“El valor que tendría la variable si todos los miembros del conjunto fueran iguales”*. SM: Aparece la definición seguida de un ejemplo: *“La media de un conjunto de datos se calcula sumando todos los datos y dividiendo el resultado entre el número total de ellos”*. Santillana: Primero aparece el ejemplo y debajo la definición de media: *“Media aritmética. Para calcular la media aritmética de varios datos numéricos, se divide su suma por el número de datos.”*

C2. Moda. Edebé: Aparece mediante la definición seguida de un ejemplo: *“El valor de la variable que más se repite”*. SM: Aparece el ejemplo y debajo la definición: *“La moda es el dato que tiene mayor frecuencia. En este caso, la moda es 12°C de temperatura máxima, ya que se repite 4 días de la quincena”*. Santillana: Aparece un ejemplo y a continuación la explicación de la moda a partir de este: *“Fíjate en que hay más vestidos de 18€ que del resto de los precios. Por eso decimos que la moda de los precios de estos vestidos es 18€.”*

C3. Variable. Edebé: No aparece su definición, pero viene introducida en el siguiente enunciado: *“Vemos cómo es cada uno de los miembros del conjunto respecto a las características o variables*

que nos interesan. Por ejemplo:” y a continuación una tabla con las variables y sus valores correspondientes.

C4. Datos. Edebé: El concepto aparece incluido en el ejemplo que se da para explicar algunos conceptos, así como en el enunciado de ciertos ejercicios: “*Análisis estadísticos de datos. La moda y la media.*” “*¿Qué dato tiene más interés para el vendedor de zapatos: la moda o la media?*”. SM: El concepto aparece en la definición tanto de media como de moda como en el enunciado de algún ejercicio, como por ejemplo: “*Lee el artículo y analiza los datos del polígono de frecuencias*”. Santillana: El concepto se incluye en la definición de media aritmética anteriormente mencionada.

C5. Conjunto. Edebé: Aparece en la explicación de la media y la moda: “*Este es el equipo de baloncesto de colegio, y queremos determinar las características del equipo, del conjunto de todos sus miembros.*” “*La moda y la media caracterizan a un conjunto de forma simplificada. No reflejan la diversidad de sus miembros*”. SM: Aparece en la definición de media mencionada anteriormente.

C6. Frecuencia absoluta. Edebé: Aparece mediante la definición seguida de un ejemplo: “*La frecuencia absoluta es el número de veces que se da un resultado determinado. La suma de todas las frecuencias absolutas es el total de datos*”. SM: Aparece la definición seguida de un ejemplo, pero no la especifican como frecuencia absoluta: “*La frecuencia es el número de veces que se repite un dato*”.

C7. Gráfico. SM: Aparece tanto en ejemplos de explicación de la media aritmética como en ejercicios: “*El gráfico muestra las temperaturas máximas alcanzadas la primera quincena del mes de diciembre en una ciudad*”.

C8. Gráfico de barras. SM: Aparece en un ejercicio relacionado con la media aritmética y la moda: “*a) Representa los datos en un gráfico de barras*”.

C9. Polígono de frecuencias. Edebé: Aparece en una de las actividades finales del tema: “*a. Elabora el polígono de frecuencias correspondiente a estos datos*”. SM: Aparece en un ejercicio relacionado con la media y la moda: “*Lee el artículo y analiza los datos del polígono de frecuencias*”.

C10. Longitud. Santillana: Aparece en un ejercicio sobre la media aritmética: “*Observa y calcula en cada caso la media que se indica: La longitud media*”.

C11. Peso (utilizado como concepto de masa). Santillana: Aparece en la misma actividad que el concepto anterior: “*Observa y calcula en cada caso la media que se indica: El peso medio*”.

C12. Capacidad. Santillana: Aparece en el mismo ejercicio que los dos conceptos anteriores: “Calcula en cada caso la media que se indica: La capacidad media”.

C13. Número natural. Edebé: No aparece como definición, sino que está representado con su simbología en la mayoría de los ejercicios relacionados con la media y la moda, así como en los ejemplos: “1° Sumamos la altura de todos los jugadores:  $145 + 142 + 156 + 131 + 145 + 138 + 141 + 150 = 1.148$ ”. SM: También aparece mediante su simbología en las diferentes actividades y en los ejemplos: “ $\frac{12+10+12+9+7+12+10+8+6+6+7+12+9+15+15}{15} = 10$ ”. Santillana:

Igual que en los libros anteriores, aparece en los ejemplos y los ejercicios: “1° Suma las edades de todas las personas:  $45 + 21 + 37 + 53 + 19 = 175$ .”

C14. Número decimal. Edebé: Como en el concepto anterior, el número decimal aparece representado mediante su simbología en uno de los ejemplos de la media aritmética: “Dividimos la altura total entre el número de jugadores:  $1.148:8=143,5$ ”.

C15. Tabla. Edebé: Este concepto aparece tanto en ejemplos como actividades: “Esta tabla muestra la presión atmosférica en una ciudad, medida a las 12:00”. SM: Aparece en varios ejercicios: “Observa la tabla con las notas de Matemáticas de los alumnos de 5°”. Santillana: Aparece tanto en ejemplos como en ejercicios: “Observa y completa la tabla. Después calcula la moda de las capacidades.”

C16. Tabla de frecuencias. Edebé: Aparece en algunas actividades: “Registra los datos en una tabla de frecuencias y calcula la media y la moda”. SM: Aparece en ejercicios después de la explicación de la media y la moda: “Observa esta tabla de frecuencias de las mascotas favoritas de los alumnos de un colegio.”

Como podemos observar en la Tabla 1, hay gran cantidad de conceptos matemáticos que podemos incluir de manera transversal en el estudio de las medidas de posición central. No todos ellos aparecen en cada uno de los libros, por lo que hay claras diferencias entre los libros en lo que se refiere a los conceptos.

Tabla 1. Resumen de conceptos en los libros de Texto

	Libro 1 (Edebé)	Libro 2 (SM)	Libro 3 (Santillana)
Media	X	X	X
Moda	X	X	X
Variable	X		
Datos	X	X	X
Conjunto	X	X	
Frecuencia absoluta	X	X	
Gráfico		X	

Gráfico de barras		X	
Polígono de frecuencias	X	X	
Longitud			X
Peso			X
Capacidad			X
Número natural	X	X	X
Número decimal	X		
Tabla	X	X	X
Tabla de frecuencias	X	X	

## CONCLUSIONES

Una vez analizadas todas las editoriales, llegamos a las siguientes conclusiones generales de cada una de ellas:

El libro 1, perteneciente a la editorial Edebé, no contiene tantos conceptos como el libro 2, pero sí aparecen los más característicos del apartado analizado, así como algunos complementarios. Con respecto a las actividades, es el que mayor número contiene (15, ver anexo II).

El libro de la editorial SM. Es el más completo con respecto a conceptos, además de incluir en estos apartados nociones complementarias al tema de las medidas de posición central. Esto ayuda a los alumnos a relacionar diferentes conceptos matemáticos. Como objeción podemos destacar que no es el libro que contiene más actividades relacionadas con este apartado (11, ver anexo II). El libro de Santillana, contiene la mitad de los conceptos encontrados entre todas las editoriales. Al igual que en los libros anteriores, aparecen los más significativos para el estudio del apartado analizado, pero no otros complementarios que serían convenientes para los alumnos.

Como conclusión final podemos decir que hay un libro que destaca por encima del resto y que por lo tanto sería el libro más adecuado para alumnos de 5º de Primaria: el de la editorial SM (libro 2), ya que hemos observado que es el más completo en lo que se refiere a los conceptos. El libro 3, sin embargo, sería el menos adecuado, ya que es el menos completo con respecto a los rasgos estudiados, y presencia únicamente 7 actividades de la temática (ver anexo II). Es el más antiguo de los 3 analizados, lo que puede ser la causa de la ausencia de conceptos de gran importancia en el tema de las medidas de posición central.

**Agradecimientos:** Grupo FQM-126 (Junta de Andalucía).

Figura 1. Póster del congreso



## Conceptos matemáticos en libros de texto para niños

Cañadas, G. R., Arteaga, P., Guirado, R. y de la Fuente, I.  
Universidad de Granada



### INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la estadística ha influido en el avance de la ciencia y la sociedad, al proporcionar herramientas que han servido metodológicamente en todos los campos y áreas. Como consecuencia de esto, la enseñanza de la estadística se ha incorporado en todos los niveles educativos, incluida la educación primaria en la que realizaremos nuestra investigación. Además, se reconoce el valor del desarrollo del razonamiento estadístico en nuestra sociedad (Bataneo, 2002).

El currículum de enseñanza de Educación Primaria se encuentra establecido en el Real Decreto 126/2014 del 28 de febrero, perteneciente a la última ley de educación instaurada en España: LOMCE. En este tema se trata, entre otros apartados: «las medidas de centralización», lo que resalta la importancia del tema.

Las medidas de posición central, en las que centramos nuestra investigación, son elementos básicos de la estadística presentes en nuestro día cotidiano, y en cualquier lugar donde se realice cualquier estadística elemental o compleja. Se utilizan, para representar conjuntos de datos, por ejemplo la media está presente en temas de inferencia y la mediana como estadístico de orden.

En este trabajo investigamos la presencia de estos estadísticos en un material muy presente en las aulas de educación primaria, es decir los libros de texto. Finalmente, comentar que el objetivo de este trabajo es el análisis crítico del contenido de conceptos de las medidas de posición central en algunos libros de texto mediante el cual podremos comprobar cuál de ellos es más adecuado para alumnos de 5º de Primaria y por qué.

### MARCO TEÓRICO

En nuestro marco teórico se utilizan algunas nociones relacionadas con el Enfoque Ontosemiótico (EOS) desarrollado por Godino y su equipo de colaboradores (Godino, 2012). El EOS distingue distintos elementos matemáticos en la práctica, que denomina primarios: situación-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos, y argumentos; y advierte de la posibilidad de que el significado de alguno de ellos sea tratado de modo limitado o impreciso (por el sujeto o por la institución), en cuyo caso se puede presentar una disparidad o discordancia en su significado. En este trabajo nos vamos a centrar en los elementos denominados conceptos.

### ANTECEDENTES

En relación a las medidas de posición central nos encontramos, entre muchas investigaciones, las investigación de Tormo (1993), realizada a alumnos de entre 11 y 16 años, se comprueba que los estudiantes no tienen en cuenta la variabilidad de las muestras. En la investigación de Russel y Mokros (1995), estudiaron las nociones sobre los valores de tendencia central a través de un grupo de 21 alumnos de 10 a 14 años. Otra investigación de Cai (1995), realizada con 250 alumnos de 6º curso (11-12 años) en Estados Unidos, comprueba que el 88% de los estudiantes conocen el algoritmo de media aritmética pero sólo un 50% sabría utilizarlo en la resolución de problemas abiertos. Entre los trabajos realizados sobre la capacidad de argumentación de los estudiantes podemos destacar los de Reading y Pegg (1996), en el que los alumnos presentaban dificultades a la hora de argumentar la respuesta de por qué se escogía una determinada medida central al plantearles un problema concreto. Respecto a investigaciones realizadas a profesores encontramos la de Jacobbe (2008), en el que analiza la comprensión que tienen sobre la media y la mediana algunos profesores estadounidenses, encontrando que muchos profesores no saben los conocimientos y procedimientos que deben enseñar a sus alumnos sobre temas de estadística. Existen otras investigaciones de estadística en libros de texto que por limitaciones de espacio no mencionamos.



### MÉTODO

Los libros de texto escogidos para el análisis, todos ellos pertenecientes al tercer ciclo de Educación Primaria, concretamente al 5º curso:

- Banal, M., Garrido, A., et al. (2015). Editorial Edebe. Matemáticas 5. EdebeOn: Proyecto Global Interactivo.
- Garin, M., Medina, G., et al. (2015). Editorial SM. Matemáticas 5. Proyecto "Savia".
- Alzu, J. L., García, Pilar, et al. (2002). Editorial Santillana. Matemáticas 5. Proyecto "Entre Amigos".

El análisis de estos libros se llevará a cabo mediante la metodología adaptada de Cobo (2003):

- Elaboración de una lista de objetos matemáticos.
- Identificación de las páginas o los capítulos de los libros de texto donde se incluyen temas de medidas de posición central.
- Establecimiento de la presencia de cada uno de los objetos matemáticos del significado curricular.
- Selección de ejemplos para ilustrar los objetos matemáticos presentes en el libro de texto.
- Elaboración de tablas que resumen los contenidos en cada libro de texto.



### RESULTADOS

Conceptos matemáticos objetos de estudio:

- C1. Media, valor que se obtiene al sumar la totalidad de los datos y dividir el resultado obtenido entre el número total de éstos.
- C2. Moda, valor que más se repite dentro de un conjunto de datos.
- C3. Variable, propiedad que puede presentar diferentes modalidades.
- C4. Datos, números que representan los diferentes tipos de variables.
- C5. Conjunto, agrupamiento de elementos que tienen una o varias propiedades en común.
- C6. Frecuencia absoluta, es el número de veces que se repite un valor concreto en un análisis estadístico.
- C7. Gráfico, representación de datos numéricos por medio de recursos gráficos.
- C8. Gráfico de barras, representan gráficamente un conjunto de datos mediante barras utilizando ejes de coordenadas.
- C9. Polígono de frecuencias, se construye uniendo los extremos de las barras de un gráfico de barras mediante segmentos.
- C10. Longitud, distancia que hay de un extremo a otro de un cuerpo.
- C11. Peso, proporción de materia que tiene un cuerpo.
- C12. Capacidad, medida del volumen de un cuerpo.
- C13. Número natural, utilizados para contar los elementos de grupo o su posición dentro de él.
- C14. Número decimal, es aquel que se puede representar a través de una fracción decimal.
- C15. Tabla, cuadro en el que se recogen distintos tipos de datos.
- C16. Tabla de frecuencias, cuadro donde se ordenan distintos datos estadísticos, a los cuales se les asigna su frecuencia correspondiente.

Resumen de conceptos en los libros de Texto

	Libro (Edebe)	1 Libro (SM)	2 Libro (Santillana)	3
C1	X	X		
C2	X	X	X	
C3	X	X		
C4	X	X	X	
C5	X	X		
C6	X	X		
C7		X		
C8		X		
C9	X	X		
C10			X	
C11			X	
C12			X	
C13	X	X	X	
C14	X			
C15	X	X	X	
C16	X	X		

### CONCLUSIONES

Después del análisis individual de cada uno de los libros presentados de las editoriales, Edebe, SM y Santillana, podemos concluir que hay un libro que destaca por encima del resto y que por lo tanto sería el libro más adecuado para alumnos de 5º de Primaria puesto que según los conceptos de estudio sería el más completo, y a la par obtenemos resultados del menos adecuado debido a la ausencia de algunos rasgos de gran importancia en el actual tema de las medidas de posición central.

### REFERENCIAS

Bataneo, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia en las *Jornadas Iberoamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires. Confederación Latinoamericana de Sociedades de Estadística.

Cai, J. (1995). Beyond the computational algorithm. Students' understanding of the arithmetic average concept. En L. Meira (Ed.), *Proceeding of the 19th PME Conference* (v.3, pp. 144-151). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.

Carvalho, C. (1998). Tareas estadísticas e estrategias de resposta. Trabajo presentado en el *VI Encuentro en Educación Matemática de la Sociedad Portuguesa de Ciencias de la Educación*. Castelo de Vide, Portugal.

Español, E. (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 52, 19349-19420.

Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordoñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.

Jacobbe, T. (2008). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. En C. Bataneo, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE.

Reading, C. y Pegg, J. (1996). Exploring understanding of data reduction. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.4, pp. 187-194). Universidad de Valencia.

Russell, S. J. y Mokros, J. R. (1995). Children's concepts of averages and representativeness *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39.

Tormo, C. (1993). *Estudio sobre cuatro propiedades de la media aritmética en alumnos de 12 a 15 años*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Valencia.

## Referencias bibliográficas

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia en las *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires. Confederación Latino-americana de Sociedades de Estadística.

Cai, J. (1995). Beyond the computational algorithm. Students' understanding of the arithmetic average concept. En L. Meira (Ed.). *Proceeding of the 19th PME Conference* (v.3, pp. 144-151). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.

Callejas-Delgado, S. (2014). Propuesta didáctica emanada del análisis de la media aritmética y su relación con los elementos del currículo actual en un libro de texto de sexto curso de Educación Primaria.

Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Estrella, S. (2008). Medidas de tendencia central en la enseñanza básica en Chile: análisis de un texto de séptimo año. *Revista Chilena de Educación Matemática (RECHIEM)*, 4(1), 20-32.

Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.

Jacobbe, T. (2008). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE. On line: [www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/).

Mayén, S., Merino, B. C., Bernabeu, M. D. C. B., & Balderas, P. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de educación matemática*, (9), 187-201.

Reading, C. y Pegg, J. (1996). Exploring understanding of data reduction. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.). *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.4, pp. 187-194). Universidad de Valencia.

Russell, S. J. y Mokros, J. R. (1995). Children's concepts of averages and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39.

Sánchez, M. R., & Vicente, S. (2015). Models and processes for solving arithmetic word problems proposed by Spanish mathematics textbooks/Modelos

100

y procesos de resolución de problemas aritméticos verbales propuestos por los libros de texto de matemáticas españoles. *Cultura y Educación*, 27(4), 695-725.

## **ANEXO I. MARCO TEÓRICO**

En este trabajo se utilizan algunas nociones teóricas relacionadas con el Enfoque Ontosemiótico (EOS) desarrollado por Godino y su equipo de colaboradores (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, 2012).

El estudio realizado se basa en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007), que asume que cualquier objeto matemático emerge de las prácticas que realiza un sujeto al solucionar situaciones problemáticas. El sujeto construye de modo progresivo el significado sobre el objeto matemático, enmarcado en una institución determinada (encargada de transmitir dicho conocimiento). En la medida en que dicho significado personal se ajuste al significado pretendido por la institución decimos que el estudiante alcanza conocimiento del tema (Godino, Batanero y Font, 2007).

El EOS distingue distintos elementos matemáticos en la práctica, que denomina primarios: situación-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos, y argumentos; y advierte de la posibilidad de que el significado de alguno de ellos sea tratado de modo limitado o impreciso (por el sujeto o por la institución), en cuyo caso se puede presentar una disparidad o discordancia en su significado. En este trabajo nos vamos a centrar en el elemento denominado conceptos.

## **ANEXO II. ANÁLISIS DE LOS CONCEPTOS POR LIBRO**

El libro 1 contiene 11 de los 16 conceptos que podemos encontrar. Los más significativos a la hora de estudiar las medidas de posición central se encuentran presentes en él. Un concepto que se podría incluir tanto en la explicación de media y moda como en las actividades posteriores es el de “gráfico”. En la Tabla 2 podemos observar que no todos los conceptos aparecen tanto en la explicación como en los ejemplos y las actividades. Los únicos que encontramos en cada uno de estos apartados son “media”, “moda” y “datos”. Dos de ellos solamente aparecen en uno: “variable”, en la explicación; y “polígono de frecuencias”, en las actividades.

El libro 2 contiene 12 de los 16 totales. En él aparecen conceptos importantes que no se encuentran en los otros dos libros como pueden ser “gráfico de barras” y “polígono de frecuencias”. En la Tabla 3 podemos observar que como en el caso del libro 1, no todos los conceptos se encuentran en cada uno de los apartados. Solamente cuatro de ellos aparecen tanto

en explicación como en ejemplos y en actividades: “media”, “moda”, “datos” y “gráfico”. “Conjunto” y “frecuencia absoluta” sólo los encontramos en la explicación.

Tabla 2. Resumen de conceptos en el libro 1

	Explicación	Ejemplos	Actividades (n=15)
Media	X	X	A16, A17, A18, A19, A20, A21, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A33, A34
Moda	X	X	A16, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A34
Variable	X		
Datos	X	X	A18, A21, A23, A27, A28
Conjunto	X	X	
Frecuencia absoluta			A19, A22, A23
Polígono de frecuencias			A33
Número natural		X	A16, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A33, A34
Número decimal		X	
Tabla		X	A20, A21, A22, A27, A28, A33, A34
Tabla de frecuencias			A21, A22, A23,

Tabla 3. Resumen de conceptos en el libro 2

	Explicación	Ejemplos	Actividades (n=11)
Media	X	X	Páginas 116-117: A1, A2, A3, A4, A6, A7
Moda	X	X	Páginas 116-117: A1, A2, A6, Páginas 196-197: A1, A3, A5, A6
Datos	X	X	Páginas 116-117: A1, A2, A5, A6 Páginas 196-197: A3, A5, A6
Conjunto	X		
Frecuencia absoluta	X		
Gráfico	X	X	Páginas 116-117: A4, A6 Páginas 196-197: A3
Gráfico de barras			Páginas 116-117: A1, A7
Polígono de frecuencias			Páginas 116-117: A2
Número natural		X	Páginas 116-117: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 Páginas 196-197: A1, A3, A5, A6
Tabla		X	Páginas 116-117: A1, A2, A5
Tabla de frecuencias			Páginas 116-117: A3, A6 Páginas 196-197: A1, A6

El libro 3 contiene 8 de los 16 conceptos, por lo que es el menos completo de los tres analizados. En él no aparecen nociones importantes en el tema de medidas de posición central como son “conjunto” o “frecuencia absoluta”. Sin embargo, en él podemos encontrar los conceptos de “longitud”, “peso” y capacidad” en una de las actividades posteriores a la explicación, que sirven de repaso de temas anteriores. En la Tabla 4 podemos ver que hay conceptos que sólo aparecen en las actividades, como son “longitud”, “peso” y “capacidad”. “Media” y “moda” son los únicos que aparecen en cada uno de los apartados.

Tabla 4. Resumen de conceptos en el libro 3

	Explicación	Ejemplos	Actividades (n=7)
Media	X	X	Página 136: A1, A2; Página 141: A4, A1
Moda	X	X	Página 137: A1, A2; Página 141: A4, A1
Datos	X		Página 141: A4
Longitud			Página 136: A8
Peso			Página 136: A8
Capacidad			Página 136: A8
Número natural		X	Página 136: A1, A2; Página 137: A1, A2 Página 141: A4, A1
Tabla		X	Página 137: A1, A2; Página 141: A4