

## LA SIMULACIÓN COMO MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROBABILIDAD Y SU ENSEÑANZA EN LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE PRIMARIA

Edna González Quiza – M. Luisa Martínez Romero  
egonzalez@florida-uni.es – marisam@florida-uni.es  
Florida Universitaria-Unidad de Educación. España

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas

Modalidad: P

Nivel educativo: Magisterio. Formación inicial de Maestros de Educación Primaria

Palabras clave: Formación de maestros, Educación Primaria, Probabilidad y estadística, Didáctica

### Resumen

*En este trabajo se describe una metodología para la resolución de problemas realistas en situaciones de incertidumbre mediante la simulación y su adecuación a los niveles escolares básicos. El foco de atención se pone en la revisión y actualización de las competencias de futuros maestros. Se trabaja una parte del contenido escolar de los planes de estudio para los títulos de Maestro en Educación Primaria de la asignatura Didáctica de la geometría, la medida, la probabilidad y la estadística. La experiencia se ha llevado a cabo con estudiantes del 4º curso de Magisterio de Florida Universitaria, centro adscrito a la Universitat de València (UV), durante el primer cuatrimestre del ciclo 2016-2017. Dicha experiencia forma parte de un proyecto de renovación de metodologías docentes de la UV<sup>1</sup> en el que se propone un enfoque basado en el análisis de datos como contrapunto al enfoque basado en modelos teóricos. Este enfoque se completa considerando el llamado conocimiento computacional, necesario para un uso eficiente de las TIC como recurso para la simulación de los problemas en contextos educativos. El proceso de enseñanza/aprendizaje de esta metodología se basa en la indagación, la investigación y el tratamiento de datos que siempre están sujetos a incertidumbre.*

### Introducción

La enseñanza de la probabilidad y la estadística se empieza a generalizar en los países de la OCDE a finales de la década de los 90 del siglo pasado. Anteriormente, la inclusión de estos contenidos en el currículum escolar se había restringido casi exclusivamente al bachillerato, posiblemente como fruto de los estudios de Piaget y porque su presencia era constante en muchas titulaciones universitarias. Asociado a ello, la formación de maestros no contemplaba una didáctica sobre un contenido escolar inexistente.

---

<sup>1</sup> Proyecto sobre nuevas metodologías docentes: La simulació de problemes realistes per a l'ensenyament de la probabilitat i l'estadístics en l'escola infantil i primària. Universitat de València. UV-SFPIE\_RMD16-417471

En el currículo actual de la LOMCE<sup>2</sup> aparece la probabilidad y la estadística como forma de tratamiento de la información sujeta a incertidumbre, apostándose en dicha ley por introducirla ya desde la educación primaria, así, la enseñanza de dichos contenidos ya no es competencia exclusiva del profesorado de secundaria sino que lo es también de los maestros y maestras de la enseñanza primaria. Es así que, como parte del proyecto de renovación de metodologías docentes titulado: *La simulación de problemas realistas para la enseñanza de la probabilidad y la estadística en la escuela infantil y primaria* de la Universitat de València (UV), en este trabajo se presentan las ideas básicas de dicho proyecto y se describe el fundamento de una metodología en la formación de maestros para la resolución de problemas realistas en situaciones de incertidumbre mediante la simulación y su adecuación a los niveles escolares. Dicha metodología tiene como base la indagación, la investigación y el tratamiento de datos sujetos a incertidumbre (Huerta, 2015b).

En la formación de los maestros, Freudenthal (1973, citado en Huerta, 2015a), manifestaba hace muchos años: *To explain to people what mathematics really means, one finds the most convincing examples in probability (Mathematics as an Educational Task, p. 583)*. Sirva esta frase para dar cuenta de lo que se pretende con este proyecto y cuyos objetivos generales son los siguientes:

1. Mejorar la formación en matemáticas y su didáctica de las/os maestras/os: Cultura estadística y probabilística y su enseñanza en la escuela infantil y primaria.
2. Construir un marco para la mirada profesional<sup>3</sup> del maestro en la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística en la educación infantil y primaria.
3. Introducir la necesidad del conocimiento computacional<sup>4</sup> y su potencial para la enseñanza de la resolución de problemas de probabilidad por simulación en la educación primaria.

Como parte de los objetivos 1 y 2, durante el primer semestre del ciclo escolar 2016-2017, se ha trabajado la simulación como método de resolución de problemas de probabilidad con estudiantes

---

<sup>2</sup> La Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa

<sup>3</sup> Esto es, siguiendo las ideas de Mason, 2002; Shering, Jacobs y Philipps, 2010 (citados en Callejo, Ma. L., Sánchez-Matamoros, G. y Fernández, C. (2014)), desarrollar la capacidad de identificar aquello que es realmente importante en los procesos involucrados en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, es decir, identificar los elementos matemáticos importantes y relacionarlos con las características de la comprensión matemática de los estudiantes. Esta competencia docente permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza/aprendizaje de una manera profesional, permitiéndole interpretar situaciones complejas en el contexto del aula.

<sup>4</sup> Conocimiento que permita el desarrollo de materiales o herramientas dentro del entorno curricular pero utilizando los lenguajes de programación propuestos en distintos recursos ya previamente creados con la intención de resolver problemas de probabilidad.

de 4º curso del grado de maestro/a de educación primaria de Florida Universitaria y, en paralelo, con estudiantes del mismo nivel formativo de la Facultat de Magisteri de la Universidad de Valencia, como parte de la asignatura de Didáctica de la geometría, la medida, la probabilidad y la estadística. Este póster describe el método de resolución de problemas de probabilidad con intención didáctica (Huerta, 2015a, 2015b) proyectado en 8 tiempos de trabajo para dicha resolución por simulación.

### **Antecedentes**

Múltiples autores están de acuerdo en que los maestros deberían estar mejor formados en didáctica de la probabilidad y la estadística (por ejemplo, en Gómez, Batanero y Contreras, 2014; Vázquez y Alsina, 2015), pero no existe un consenso real sobre el qué y en cómo hacerlo. La particularidad de los contenidos, de los problemas y de la tipología del razonamiento que se requieren para su tratamiento, hace que en los libros de texto escolar, junto con maestros en activo, sigan apostando por el enfoque tradicional con el que se ha enseñado las matemáticas, enfoque basado en la enseñanza de modelos teóricos y sus aplicaciones, es decir, un enfoque mecanicista basado en la enseñanza de la regla de Laplace y su posterior utilización en situaciones equiprobables. Pero este enfoque no es el único, también está el enfoque frecuencial o empírico, el cual resulta más complejo y más difícil de gestionar en el aula y es menos “exacto”. Éste requiere de maestros bien preparados en el diseño y gestión del proceso de enseñanza.

En trabajos recientes Huerta (2015a, 2015b) hace la propuesta de introducir la simulación en la resolución de problemas de probabilidad y menciona que este tipo de propuesta ya aparece en recomendaciones de organismos internacionales como la NCTM<sup>5</sup> y sus estándares curriculares (NCTM, 2000) como perspectiva de futuro. En esos trabajos se basa la propuesta metodológica de los 8 tiempos para la resolución del problema de probabilidad. Además, con la generalización en el uso de las nuevas tecnologías y su incorporación a la enseñanza, va a pareciendo en el mercado software, tanto especializado como educativo, con el cuál es posible tratar la probabilidad y la estadística alejada de los cálculos de lápiz y papel con la que se abordaba en el pasado. Es decir, centrándose en el enfoque frecuencial, se puede considerar a las nuevas tecnologías como una herramienta para la resolución de problemas de probabilidad que implicará el desarrollo de un conocimiento básico sobre ellas que permita programar una simulación que lleve a obtener datos estadísticos que permitan la aproximación a la solución del problema, incluso para aquellos que pueden resultar complejos desde el punto de vista teórico.

Lo anterior concuerda con varios marcos teóricos sobre la formación de maestros para la enseñanza de las matemáticas en los cuales se considera que los futuros profesores deben poseer tanto conocimiento del y sobre el contenido que deben enseñar como conocimiento didáctico

---

<sup>5</sup> National Council of Teachers of Mathematics (USA).

sobre el contenido. A este conjunto de conocimientos se les conoce como *conocimiento del contenido para la enseñanza* (Ball, Thames & Phelps, 2008). Otros autores se refieren a él como *conocimiento profesional* (Sosa, 2011). Aunado a este tipo de conocimiento está la introducción de las nuevas tecnología en el ámbito de la enseñanza y se hace necesario que en la formación inicial de los maestros se incorpore al cajón de los conocimientos disponibles por el futuro maestro la tecnología (Niess, 2005). En particular, lo que aquí nos interesa, es su uso para la enseñanza de la resolución de problemas por simulación, lo que requiere de cierto *conocimiento computacional*.

Los futuros maestros del siglo XXI no sólo han de ser competentes con el uso de las TIC, como cualquier otro ciudadano, incluidos sus futuros alumnos, sino que la intención también es completar su formación con conocimientos sobre lenguajes de programación elementales existentes hoy en día y que forman parte ya en proyectos de innovación en la formación de maestros (como puede verse en [www.amesames.cat](http://www.amesames.cat) con Scratch <https://scratch.mit.edu> ).

### **La simulación como método en la resolución de problemas de probabilidad. Los 8 tiempos**

En este apartado se retoma el trabajo expuesto en Huerta (2015a, 2015b), donde se presenta la simulación o experimentación como método de resolución de problemas sujetos a incertidumbre en un contexto realista.

Durante el proceso de simulación se utilizan los diferentes significados con los que se puede considerar la probabilidad, *objetiva* (clásica o empírica) o *subjetiva* (bayesiana), para responder a la pregunta planteada en el problema de probabilidad.

Para este trabajo se ha heredado la idea de problema de probabilidad resuelto por simulación:

“...diremos que un problema de probabilidad se ha resuelto por simulación si, durante el proceso de resolución el problema formulado, al que llamaremos *problema original*, se ha transformado en otro, al que llamaremos *problema simulado*, mediante algún generador de azar, de tal forma que, desde un punto de vista probabilístico, el problema simulado es equivalente al original, problema éste que se es capaz de abordar y del que se puede proporcionar alguna respuesta a lo que en él se pregunta, y de cuya respuesta (la del problema simulado) se puede inferir una respuesta posible para el problema original (Figura 1). Si la solución del problema simulado depende de un número dado de ensayos o pruebas entonces su fiabilidad o credibilidad dependerá de la manera en la que se considere ley de los grandes o pequeños números. Así pues, en este trabajo usamos la palabra simulación en un doble sentido: como proceso o manera de resolver problemas de probabilidad y como experimentación en el seno del problema simulado.” (Huerta, 2015a, p. 57)

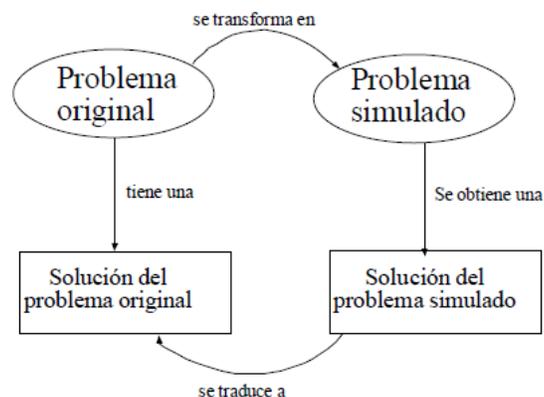


Figura 1. Esquema básico del proceso de resolución de un problema de probabilidad por simulación.

Resolver un problema por simulación implica, por un lado considerar herramientas que transformen el problema original en otro, esto es, buscar la herramienta de simulación tal que el problema original y el problema simulado sean, probabilísticamente equivalentes. El resolutor ha de saber encontrar y formular una respuesta a lo preguntado en el problema original, lo cual exige considerar los instrumentos y métodos estadísticos necesarios para tratar con la información disponible. Por otro lado, la respuesta dada al problema simulado, mediante la solución del problema estadístico, se ha de “devolver” con posterioridad al problema original, lo que necesariamente implica considerar la naturaleza empírica de la probabilidad y su “estabilidad” ante un número elevado de ensayos (Huerta, 2015a).

Este método se centra en la resolución de problemas en cuatro etapas, que se corresponden con lo expuesto en la Figura 1 y un plan de resolución con contenido heurístico en ocho tiempos que se describen a continuación:

**Primer tiempo:** Exploración de la situación real, identificación de lo que está sujeto a incertidumbre y no lo está, de lo que es conocido y desconocido en la situación real.

**Segundo tiempo:** Juicios subjetivos a priori derivados del análisis de la situación real.

**Tercer tiempo:** Fiabilidad o credibilidad de la conjetura.

**Cuarto tiempo:** Simulación, necesidad y uso de herramientas heurísticas. El problema simulado.

**Lenguaje computacional: Scratch.** Es en este tiempo donde el resolutor requiere de la formulación de pequeños o grandes problemas estadísticos auxiliares que permitan dar respuesta a las preguntas planteadas. Trasladarlos al lenguaje computacional que se piensa utilizar para programar el simulador de manera que arroje datos que puedan ser interpretados en términos del problema original. Así, el proceso implica el entendimiento del problema original, la identificación de hipótesis y la generación de las preguntas adecuadas para utilizar el lenguaje de

programación correspondiente. Como resultado se produce una herramienta para la simulación del problema original utilizando números aleatorios, la recopilación y análisis de datos para poder dar una respuesta aproximada al problema original bajo la idea de la ley de los grandes números. El diseño de la simulación, ha permitido desarrollar en el alumnado el conocimiento profesional y el conocimiento computacional. Esto porque ha sido necesario, por un lado reconocer y entender los contenidos específicos de probabilidad y estadística que se involucran en la resolución del problema propuesto y, por otro, analizar y utilizar el programa Scratch para producir nuevas herramientas que permitan trabajar dentro del aula una situación similar a la planteada por medio de la simulación.

**Quinto tiempo:** Simulación productora de la información dependiente de la herramienta usada. Tratamiento de la información, el problema estadístico asociado dependiente del número de simulaciones realizadas.

**Sexto tiempo:** Equivalencia de problemas simulados dependientes de las herramientas consideradas.

**Séptimo tiempo:** De la solución del problema simulado a la solución del problema original.

**Octavo tiempo:** Devolución de la solución al problema original: utilidad y fiabilidad.

El trabajo con el alumnado empieza cuando se enuncia el problema, junto con la tarea del análisis del problema descompuesta en 8 tiempos y un conjunto de cuestiones asociadas a cada tiempo a modo de sugerencias heurísticas. El número de sugerencias es variable y puede ser modificado dependiendo del problema y del nivel de los resolutores.

### **Reflexión final**

En la línea de los trabajos previos, nuestra experiencia con la aplicación del método ha permitido hacer reflexionar a los futuros maestros/as sobre la dificultad que existe en separar una “realidad”, representada por el problema original, del modelo creado para simular. Separación que resulta dura y complicada cuando el resolutor ha de formular dicho problema simulado en función de la herramienta o generador de azar considerado (Tiempo 4). Pero además, al fomentar la mirada profesional con la que los futuros maestros/as aprenden a usar el método de resolución, no sólo les permite apreciar las dificultades en el proceso de resolución, como la relación realidad-modelo, sino que les proporciona una metodología posible de enseñanza de la probabilidad y la estadística en la educación primaria. En el poster se muestra la programación realizada por un estudiante utilizando la herramienta tecnológica Scratch, programación diseñada para obtener un simulador del problema original. El estudiante resolutor ha pasado por la tarea de indagar y explorar nuevas informaciones de las que no disponía con anterioridad y que han sido útiles para la resolución del problema original, de ahí el carácter heurístico.

## Referencias bibliográficas

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.

Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2014). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España. *Epsilon*, 31(2), 25-42.

Callejo, Ma. L., Sánchez-Matamoros, G. y Fernández, C. (2014) Cómo desarrollar una mirada profesional en futuros profesores de matemáticas. En Tortosa, Ma. T., Álvarez J. y Pellín, N. (coords.) *XII Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria [Recurso electrónico]: El reconocimiento docente: innovar e investigar con criterios de calidad* (pp. 561-570). Universidad de Alicante. Disponible en: <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/40144>. Visitada en marzo 2017.

Huerta, M. P. (2015a). *La manera de resolver problemas de probabilidad por simulación*. 2ª Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria. Disponible en <http://jvdiesproyco.es/index.php/actas-de-las-segundas-jornadas>. Visitada en noviembre 2016.

Huerta, M. P. (2015b). La resolución de problemas de probabilidad *con intención didáctica* en la formación de maestros y profesores de matemáticas. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 105-119). Alicante: SEIEM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 21(5), 509–523.

Sosa, L. (2011) *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Huelva.

Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). Evaluación del conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad en profesores de Educación Primaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 511-520). Alicante: SEIEM.

## La simulación como método de resolución de problemas de probabilidad y su enseñanza en la formación inicial de maestros de primaria

Ma. Luisa Martínez y Edna González  
Florida, Universitaria, Unidad de Educación

### Introducción

Este trabajo forma parte del proyecto de renovación de metodologías docentes de la Universitat de València: *La simulación de problemas realistas para la enseñanza de la probabilidad y la estadística en la escuela infantil y primaria*. Se implementa una metodología para la resolución de problemas realistas en situaciones de incertidumbre mediante la simulación y su adecuación a los niveles escolares básicos. El foco de atención se pone en la revisión y actualización de las competencias de futuros maestros de educación básica de 4º curso en la asignatura de Didáctica de la Geometría, la medida, la probabilidad y la estadística. Se retoman los campos de investigación sobre la resolución de problemas de matemáticas y el de la educación probabilística.

La resolución de problemas de probabilidad se hace con intención didáctica, es decir, enfocada al análisis global del proceso y a las potencialidades del problema y de su resolución en otros niveles educativos. Este enfoque se completa considerando el conocimiento computacional para un uso eficiente de las TIC como recurso para la simulación de los problemas.

### Descripción del método de resolución de problemas realistas de probabilidad en un plan de formación inicial de maestros de primaria

**El problema:** Una conocida firma de pastelería regala con cada uno de sus pasteles una figurita que incluye en el interior del envoltorio con el que los vende. La colección completa está formada por 6 figuritas. ¿Cuántos pasteles crees que, por término medio, tendrás que comprar para tener la colección completa?

La experimentación o la simulación como método ayuda al resolutor a obtener información, que puede usarse para dar respuesta a la pregunta que se formula.

Se utilizan las diferentes naturalezas con las que se puede considerar la probabilidad, *objetiva* (clásica o empírica) o *subjetiva* (bayesiana), para responder a la pregunta.

La metodología planteada se centra en la resolución de problemas en cuatro etapas y un plan de resolución con contenido heurístico en ocho tiempos.

**Primer tiempo:** Exploración de la situación real, identificación de lo que está sujeto a incertidumbre y no lo está, de lo que es conocido y desconocido en la situación real.

**Segundo tiempo:** Juicios subjetivos a priori derivados del análisis de la situación real.

**Tercer tiempo:** Fiabilidad o credibilidad de la conjetura.

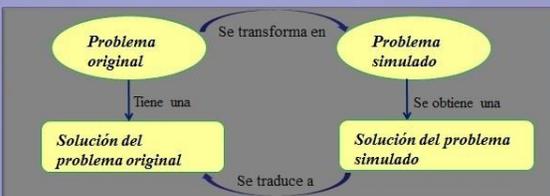
**Cuarto tiempo:** Simulación, necesidad y uso de herramientas heurísticas. El problema simulado.  
**Lenguaje computacional:** Scratch.

**Quinto tiempo:** Simulación productora de la información dependiente de la herramienta usada. Tratamiento de la información, el problema estadístico asociado dependiente del número de simulaciones realizadas.

**Sexto tiempo:** Equivalencia de problemas simulados dependientes de las herramientas consideradas.

**Séptimo tiempo:** De la solución del problema simulado a la solución del problema original.

**Octavo tiempo:** Evolución de la solución al problema original: utilidad y fiabilidad.



Un resultado de la experiencia. Cuarto tiempo en la resolución del problema y uso de TIC. Lenguaje computacional: Scratch.



### Referencias

- Huerta, M. P. (2015a). *La manera de resolver problemas de probabilidad por simulación*. 2ª Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria. Disponible en <http://jvdiessproyco.es/index.php/actas-de-las-segundas-jornadas>
- Huerta, M. P. (2015b). La resolución de problemas de probabilidad con intención didáctica en la formación de maestros y profesores de matemáticas. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 105-119). Alicante: SEIEM.
- Baeza, V. M. (2016) Programación- problema de los pasteles. Lenguaje de programación Scratch