

Enseñanza De Las Matemáticas Discretas Utilizando Software Libre

José Francisco Villalpando Becerra, Rafael Pantoja Rangel
Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de
Guadalajara. México

jose.villalpando@red.cucei.udg.mx, rpantoja@prodigy.net.mx

Resumen

En la Universidad de Guadalajara se ha sugerido la utilización de software libre para que sea incluido en la materia Matemáticas Discretas. La misma se imparte en las ingenierías en informática y en computación en algunos de los Centros Universitarios de la Universidad de Guadalajara. Para cumplir los objetivos y competencias del contenido temático de dicha materia se elaboraron dieciséis actividades didácticas enfocadas en problemas cotidianos, cada uno debe ser resuelto apoyado en el manejo de diversas herramientas computacionales y de software libre.

Introducción

Desde hace más de 30 años se ha acostumbrado que quien vende un programa de matemáticas imponga las condiciones bajo las que puedo usarlo, prohibiendo, por ejemplo, que se le pase a un amigo. Dicho software, no siempre puede adaptar a nuestras necesidades, ni siquiera podemos corregir sus errores, debiendo esperar a que el fabricante los arregle. Esto no tiene por qué ser así, y es precisamente el software libre el que concede las libertades que el software comercial niega.

Así pues el término software libre se refiere a libertad, tal como fue concebido por Richard Stallman, programador estadounidense y figura relevante del movimiento por el software libre en el mundo, si el usuario tiene las siguientes libertades o derechos:

- Libertad para ejecutar el programa en cualquier sitio, con cualquier propósito y para siempre.
- Libertad para estudiarlo y adaptarlo a nuestras necesidades.

- Libertad de redistribución, de modo que se nos permita colaborar con vecinos y amigos.
- Libertad para mejorar el programa y publicar las mejoras.

Estas libertades exigen el código fuente del programa. Las mismas se pueden garantizar, de acuerdo con la legalidad vigente, por medio de una licencia. En ella se plasman las libertades, pero también restricciones compatibles con ellas, como dar crédito a los autores originales si se redistribuye. Incluso puede obligar a que los programas ajenos mejorados por nosotros también sean libres, promoviendo así la creación de más software libre (De Nápoli, 2012).

El término original en inglés para software libre es free software. Sin embargo en inglés el término free, además de libre significa gratis, lo que genera gran confusión. Así pues no estamos hablando de software gratuito, el software libre se puede vender si se desea. Pero debido a la tercera libertad, cualquiera puede redistribuirlo sin pedir dinero a cambio ni permiso a nadie, lo que hace prácticamente imposible obtener dinero por distribuirlo, salvo la pequeña cantidad que se pueda cargar por grabarlo en un soporte físico y enviarlo, algo raramente demandado excepto para grandes volúmenes, como es el caso de las distribuciones.

Entonces:

- Software libre **es diferente** a software gratuito.
- El software libre es una cuestión de libertad, no de precio.
- El software libre es una cuestión de derechos, no una cuestión de tecnología.
- Lo que decide si un programa es o no libre, es la licencia bajo la cual el programa se distribuye. Una licencia de software es un contrato entre el titular del copyright (derecho de copia) sobre un software, y el usuario, que establece que cosas el usuario puede hacer con el programa (y cuáles no).

Una ventaja de usar software libre en la docencia, en particular en la enseñanza de las matemáticas, es que se pueden distribuir copias del programa legalmente a los alumnos. Esto permite que puedan utilizar el programa en sus casas. La licencia del programa nos autoriza a hacerlo (Villalpando Becerra, 2011).

La utilización de software libre en la enseñanza de las Matemáticas Discretas se da de manera natural, ya que estas son consideradas como una de las áreas de las matemáticas modernas que ha experimentado mayor crecimiento en los últimos años, debido principalmente a su estrecha relación con el desarrollo y evolución de las computadoras (Villalpando Becerra y García Sandoval, 2014).

Las Matemáticas Discretas estudian los conceptos que tienen un ámbito finito y surge como una disciplina que unifica diversas áreas, en apariencia tan dispersas, como lo son: lógica y cálculo proposicional, teoría de conjuntos, teoría de grafos, teoría de árboles, combinatoria, álgebra booleana, relaciones, inducción matemática, análisis y diseño de algoritmos, relaciones binarias, relaciones de recurrencia, etc.

Matemáticas Discretas y software libre en la Universidad de Guadalajara

En los Centros Universitarios de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), de los Altos (CUAltos), de la Ciénega (CUCiénega), de los Lagos (CULagos) y de la Costa (CUCosta) de la Universidad de Guadalajara (UdeG) se imparten las carreras de ingeniería en computación e ingeniería informática, cuyos planes de estudio han sido modificados recientemente. En los dictámenes del H. Consejo General Universitario (2012a y 2012b) se aclara que dichos planes deben ser de forma modular y por competencias.

Una de las principales modificaciones a dichos planes de estudio consistió en incluir la materia I5892 Matemática Discreta en ambas ingenierías en el primer semestre como materia obligatoria, la cual corresponde al área de formación básica común y al módulo 1 denominado arquitectura y programación de sistemas.

En el contenido temático de la misma se incluye como objetivo el manejo de herramientas computacionales en la resolución de problemas y como competencia a desarrollar el manejo de la matemática como lenguaje para los sistemas inteligentes y utilización de software libre para la solución de problemas.

Marco Teórico

Arratia, Jáñez, Martín, y Pérez (2002) muestran la relación entre la matemática y las TIC, afirmando los grandes avances en la informática y la comunicación de los últimos años hacen prever una revolución que está sólo en sus inicios. Las nuevas tecnologías se utilizan para comunicarse, como herramienta de trabajo y también como instrumento de ocio. Aparecen en todas las parcelas de la vida actual, desde la investigación científica hasta el mundo de la empresa, pasando por la enseñanza. En esta última, se puede considerar que el uso de estos avances favorece el desarrollo de capacidades intelectuales y la adquisición de destrezas por parte del alumno, mediante una nueva forma de organizar, distribuir, representar y codificar la realidad.

La utilización de software libre en la enseñanza de las matemáticas permite que los alumnos puedan utilizarlo en sus casas pues la licencia del programa autoriza a hacerlo. Otra ventaja es que permite acceder al conocimiento que hay detrás del software. Utilizando software libre, tanto alumnos como docentes pueden, por ejemplo, consultar el algoritmo que utiliza el programa para realizar determinado cálculo, incluso pueden tomar el código fuente en sus manos y mejorarlo, o adaptarlo para hacer algo diferente (Villalpando Becerra, et al., 2013).

Según Agudelo y Flores (2000) en el campo de la didáctica, cuando se habla de actividades, se hace referencia a las ejercitaciones que diseñadas y planificadas, tienen la finalidad que mediante un conjunto de prácticas continuas centradas en los educandos, se logren los objetivos propuestos.

Gómez (2008) manifiesta que las actividades son el medio para movilizar el entramado de comunicaciones que se pueden establecer en clase; las relaciones que allí se crean definen los diferentes papeles del profesorado y el estudiantado. De este modo, las actividades, y las secuencias que forman, tendrán unos y otros efectos educativos en función de las características específicas de las relaciones que posibilitan.

La misma autora afirma que desde este punto de vista, las actividades didácticas abarcan tanto las actuaciones del docente y del educando como las interacciones que de ellas se derivan. La manera de relacionarse en clase y el grado de participación de docentes y estudiantes estará en función de la concepción del aprendizaje que se maneje. Las actividades que están inmersas en los procesos didácticos, contribuyen al logro de las competencias, a la construcción de los aprendizajes por parte de los discípulos y favorece la función mediadora del docente.

Entonces se puede decir que las actividades didácticas son un instrumento que organiza y coordina intencionalmente las acciones de docentes y alumnos, en función del sentido del aprendizaje que se desea promover.

Para la materia I5892 Matemáticas Discretas la planificación de las mismas se centró en la interacción entre el contenido temático, el docente y el alumno.

Metodología

Para cumplir los objetivos y competencias del contenido temático de la materia I5892 Matemáticas Discretas se elaboraron para el curso dieciséis actividades didácticas, que coinciden con la cantidad de semanas efectivas de clases, las cuales se diseñaron de tal forma que se debe entregarán la primera al final de la primera semana de clases, la segunda al final de la segunda semana y así sucesivamente hasta completar todas las actividades.

En cada una se eligió un problema, preferentemente cotidiano, enfocado en alguna área específica de las Matemáticas Discretas, además de que el mismo pueda ser resuelto utilizando software libre.

En la dirección

<http://hypatia.cucei.udg.mx/reforma/cursos/mat-discreta/actividades.php>
(figura 1)

se alojaron en línea todas las actividades didácticas en formato Word. Cada alumno debe descargarlas y contestarlas directamente en el archivo descargado. En el mismo se deben incluir todos los cálculos realizados o la captura de pantalla correspondiente, según sea el caso, posteriormente debe ser impreso y entregado al profesor en el tiempo señalado.

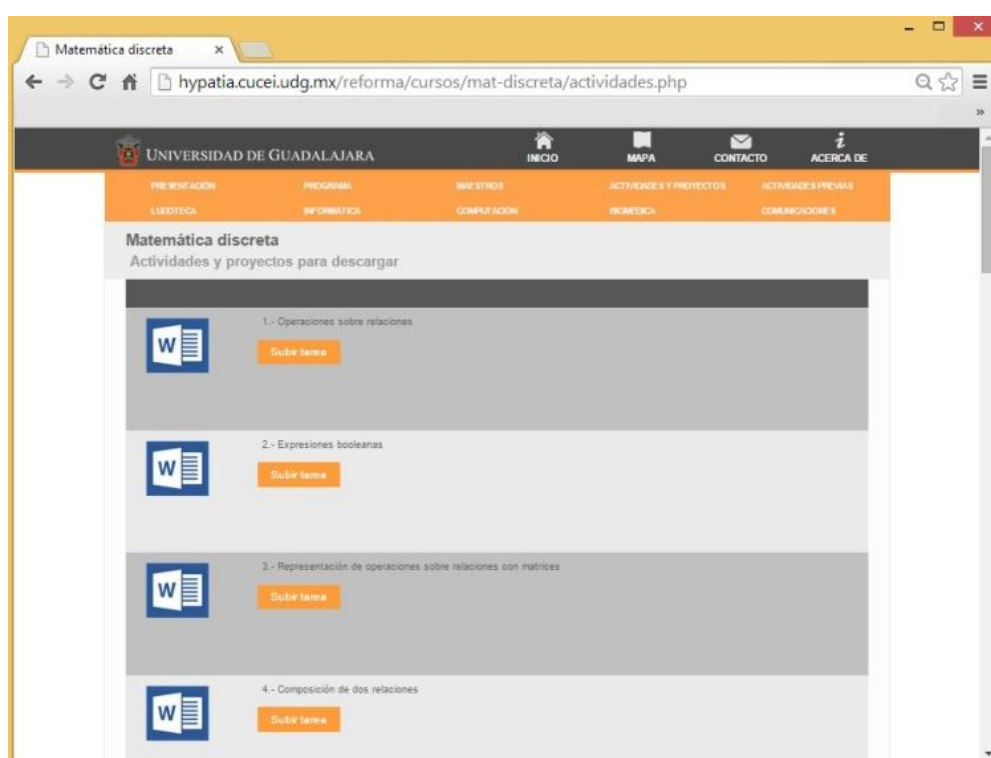


Figura 1. Ubicación de las actividades didácticas

Como se mencionó, las Matemáticas Discretas unifican diversas áreas de las matemáticas, por lo que los criterios mínimos que el software libre debía cumplir para ser considerado como un producto viable para resolver los problemas de las actividades didácticas fueron los siguientes:

- Ser un software libre se aplique a un área específica de la Matemática Discreta y que resuelva problemas propios de esa área.

- Contar con documentación de instalación y manual de usuario, en caso de no contar directamente, que exista información en internet de cómo hacerlo.
- Contar con un asistente de instalación, en caso de con contar con uno, que su instalación sea sencilla.
- Poder ser instalado en diferentes sistemas operativos.

Resultados

Después de un análisis exhaustivo, por parte de los autores, del software libre para resolver los problemas de las actividades didácticas se eligieron los programas: *Magrada* para grafos y árboles, *Wiris* para relaciones y combinatoria, *Dia* para expresiones booleanas y bases de datos, *Windis* también para grafos y árboles y *Maxima* para relaciones y combinatoria. A continuación se describe brevemente cada uno los programas mencionados.

MaGraDa

Es un applet gratuito programado en Java y diseñado específicamente para trabajar con grafos y árboles. Trabaja con grafos tanto dirigidos como no dirigidos (figura 2) y ponderados como no ponderados. Es sencillo y cómodo de manejar, está basado en menús sobre pantalla y consta de dos pantallas de visualización. La dirección donde se puede descargar es <http://www.dccia.ua.es/~jpenades/MaGraDa/MaGraDa.html>.

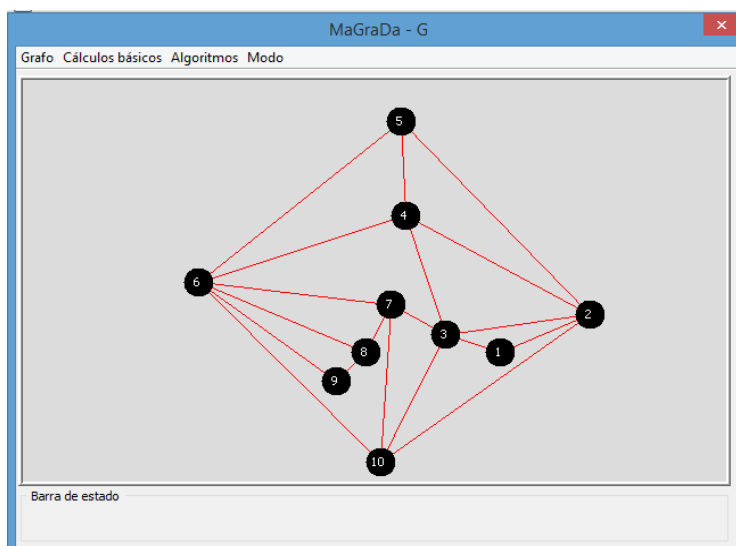


Figura 2. Grafo no dirigido en MaGraDa.

Wiris (on line)

Es una plataforma de cálculo matemático que funciona "on line" a través de cualquier navegador de Internet utilizando un applet de Java, el mismo puede ser ejecutado directamente en la dirección <http://www.wiris.net/melilla.es/wiris/es/index.html>. Existe una versión "off line" denominada Wiris Little que puede descargarse de la dirección <http://www.wiris.com/download/bruno/windows/setup.exe>.

Con Wiris se pueden realizar operaciones con números enteros, racionales, radicales, decimales, reales y complejos. Funciones trascendentes de variable reales (trigonométricas, exponenciales y logarítmicas). Progresiones aritméticas y geométricas. Permutaciones y combinaciones. Listas y conjuntos. Unión, intersección y complementario de listas y conjuntos. Factorial y coeficientes binomiales. Algunos cálculos con Wiris se muestran en la figura 3.

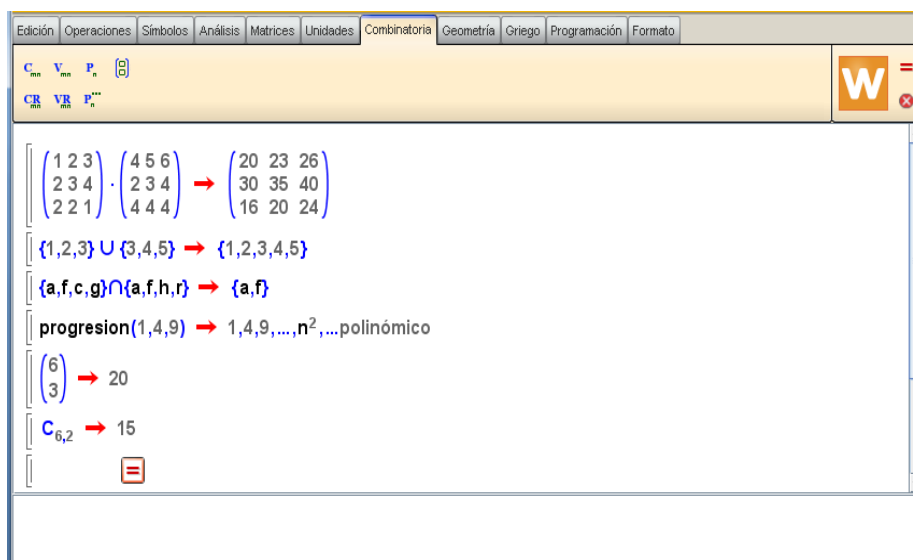


Figura 3. Cálculos realizados en Wiris.

Dia

Es un editor de diagramas que soporta más de 30 tipos de diagramas diferentes, tales como diagramas de flujo, diagramas de red, modelos de bases de datos (figura 4), expresiones booleanas, circuitos lógicos, etc. Además tiene una gran cantidad de objetos previamente diseñados que ayudan a dibujar diagramas profesionales. El mismo se puede descargar de la dirección <http://dia-installer.de/download/index.html>.

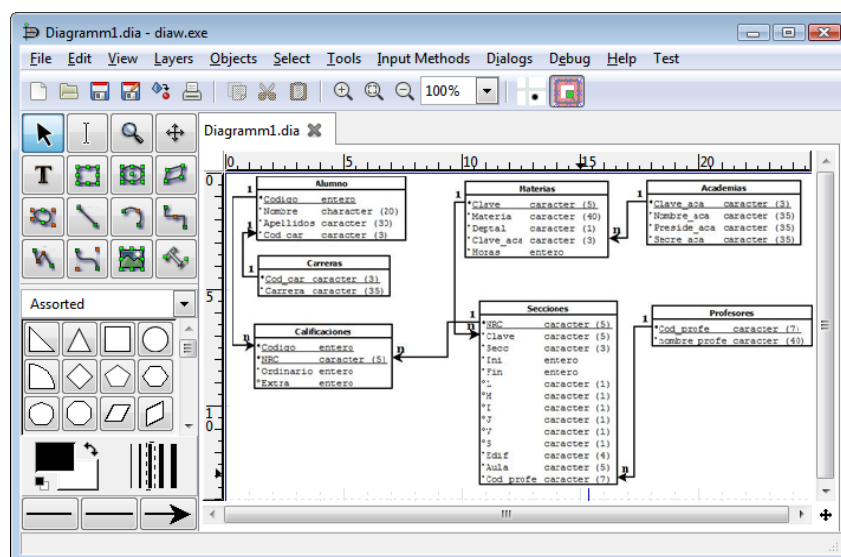


Figura 4. Diagrama realizado en Dia.

Windisc

Es un conjunto de subprogramas gratuitos, que se ocupan de temas de Matemáticas Discretas, tales como el problema del viajante, árboles, grafos, coloreado de mapas, circuitos de Euler y de Hamilton, etc. También se puede trabajar con grafos tanto dirigidos como no dirigidos (figura 5) y ponderados como no ponderados. Se puede descargar de la dirección <http://math.exeter.edu/rparris/windisc.html>.

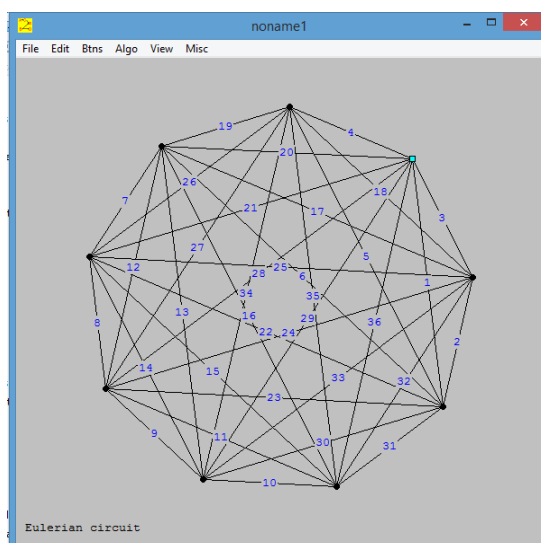


Figura 5. Grafo no dirigido en MaGraDa.

Maxima

Es un sistema de álgebra computacional (CAS, por sus siglas en inglés), para la manipulación de expresiones simbólicas y numéricas, incluyendo diferenciación, integración, expansión en series de Taylor, transformadas de Laplace, ecuaciones diferenciales ordinarias, sistemas de ecuaciones lineales, vectores, matrices, combinatoria (figura 6), operaciones con conjuntos y tensores.

Maxima produce resultados de alta precisión usando fracciones exactas, números enteros de precisión arbitraria y números de coma flotante con precisión variable (Villalpando Becerra, 2011). Adicionalmente puede graficar funciones y datos en dos y tres dimensiones. Se puede descargar de la dirección <http://maxima.sourceforge.net>.

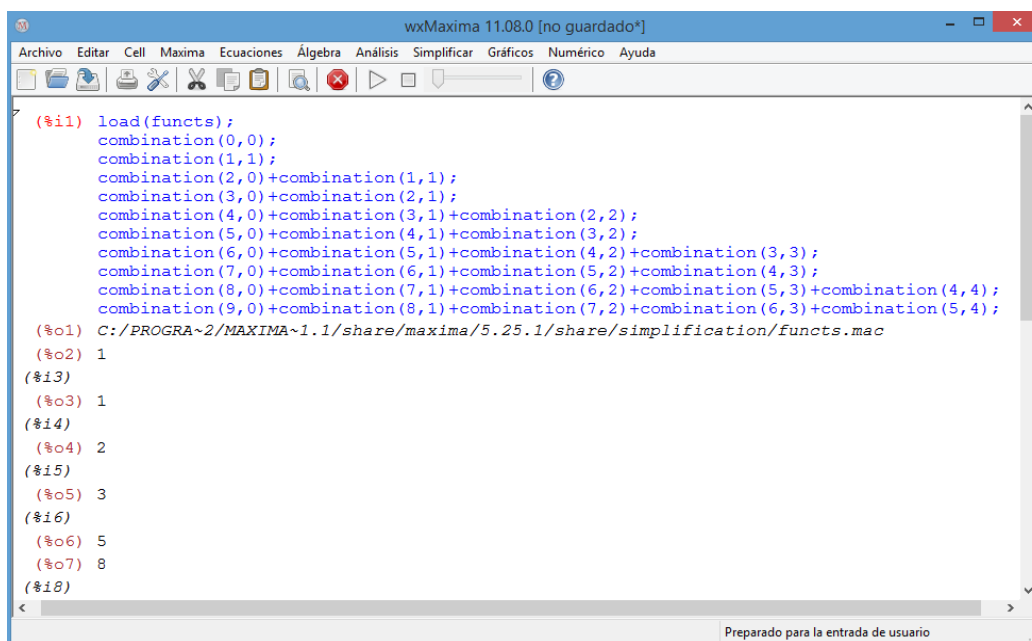


Figura 6. Cálculos de combinatoria realizados en Maxima.

En la tabla 1 se muestran las dieciséis actividades didácticas diseñadas para el curso, así como el software libre con el que se deben de resolver los problemas incluidos en las mismas.

Tabla1

Actividades didácticas y software libre utilizado.

Actividad Didáctica	Software libre utilizado
1.- Operaciones sobre relaciones	Maxima
2.- Expresiones booleanas	Dia
3.- Representación de operaciones sobre relaciones con matrices	Maxima Wiris
4.- Composición de dos relaciones	Dia
5.- Bases de datos y relaciones	Maxima
6.- Clases de equivalencia	Maxima
7.- Permutaciones y combinaciones	Maxima
8.- Rompecabezas 15 (más permutaciones y	

combinaciones)	Maxima
9.- Identidades combinatorias	Maxima
10.- Propiedades del Triángulo de Pascal	MaGraDa
11.- Problema del camino más corto	MaGraDa
12.- Grafos isomorfos	MaGraDa
13.- Paseos y circuitos de Euler	Windisc
14.- Paseos y circuitos de Hamilton	Wiris y Windisc
15.- Coloreado de grafos y número cromático	MaGraDa y Windisc
16.- Grafos en general	

Alcances y limites

El contenido temático de la materia I5892 Matemáticas Discretas es el mismo para las carreras de ingeniería en computación e ingeniería informática que se imparte en los centros universitarios CUCEI, CUAItos, CUCiénega, CULagos y CUCosta, siendo la primera ocasión que se utiliza software libre para la enseñanza de la materia.

Las actividades didácticas, se diseñaron por petición del Director de la División de Electrónica y Computación (DIVEC) del CUCEI, desconociendo si las mismas han sido utilizadas en los demás centros universitarios, ya que los únicos profesores que recibieron capacitación sobre el uso del software libre y la filosofía de las mismas fueron precisamente los de CUCEI.

Al ser la primera ocasión en la que se utiliza software libre para la enseñanza de las Matemáticas Discretas algunos de los estudiantes reconocieron posibles fallas, que deben ser superadas, en relación al manejo de las actividades didácticas y de las actitudes que se asumen al trabajar con este tipo de actividades.

La materia no se imparte en ningún laboratorio de cómputo, ya que la totalidad de los estudiantes cuentan con computadora ya sea personal o de escritorio.

Ejemplo de actividad didáctica

En cada actividad didáctica se inicia con una introducción del tema a tratar, en algunos casos también presenta algún ejemplo sencillo, posteriormente se indica en qué consiste el problema a resolver así como diversas preguntas relacionadas con el mismo, y finalmente con qué software debe ser resuelto.

En la figura 7 se muestra la actividad didáctica 7, denominada “permutaciones y combinaciones”. En la misma se presenta la introducción al tema a tratar, además de un pequeño ejemplo.

Matemática Discreta – Actividad Didáctica 7 – Permutaciones y combinaciones

Actividad Didáctica 7
Permutaciones y combinaciones

Introducción

Las permutaciones de un conjunto $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ son todas las ordenaciones de los elementos del conjunto. Todos los elementos deben ser distintos. Por ejemplo, las permutaciones del conjunto $\{1, 2, 3\}$ son:

1, 2, 3 1, 3, 2 2, 1, 3 3, 2, 1 2, 3, 1 3, 1, 2

El número de permutaciones de un conjunto de n elementos es

$${}_n P_n = n!$$

Las permutaciones r de un conjunto de n elementos distintos son todas las ordenaciones de tamaño r de elementos del conjunto, sin que existan repeticiones, para calcularlas es

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Algunos autores le llaman *variaciones* ${}_n P_r$ sin repetición a este tipo de permutaciones.

Un caso especial de las permutaciones es cuando los n elementos son distintos pero pueden repetirse al momento de ordenarlos o seleccionarlos. Algunos autores le llaman *variaciones con repetición* y está dado por n^r , o para dichos autores

$${}_n P_r = n^r$$

Las permutaciones con repetición son las disposiciones ordenadas de n elementos de modo que del primer tipo hay n_1 , del segundo tipo n_2 , ..., y, del k -ésimo tipo hay n_k . Por tanto, $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$. Para calcular dichas permutaciones es

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

Las *combinación- r* de un conjunto de n elementos distintos son en realidad subconjuntos de tamaño r elementos del conjunto. Para calcularlas es

$${}_n C_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Finalmente las combinaciones con repetición es esencialmente una lista de tamaño r de elementos del conjunto que pueden repetirse al acomodarse o seleccionarse. Para calcular dichas combinaciones es

$${}_n C_r = \binom{r+n-1}{r} = \binom{r+n-1}{r-1}$$

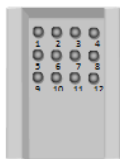
- 1 -

Figura 7. Actividad didáctica 7: introducción


En tanto que en la figura 8 se observa una variante del juego de las canicas que hay en la ferias, el cual será el problema a tratar. Posteriormente se indica con qué software libre se resolverán las preguntas relacionadas con el problema, que en este caso son siete.

Matemática Discreta – Actividad Didáctica 7 – Permutaciones y combinaciones

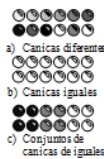
Actividad: Llegamos a una feria y nos dirigimos al juego de las canicas. Hay dos tipos de juegos con 12 agujeros, el que cada agujero puede contener sólo una canica y el que cada agujero puede contener la cantidad de canicas que sea. Además se tienen tres tipos de canicas, todas diferentes, todas iguales y conjuntos de canicas iguales, cada uno con 12 canicas.



A) Puede contener solo una canica



B) Puede contener la cantidad de canicas que sea



a) Canicas diferentes
b) Canicas iguales
c) Conjuntos de canicas de iguales

Con *Máxima* obtener lo que se pide a continuación, indicando que tipo es:

	Operación	Tipo	Instrucción y resultado
1.	¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas diferentes en el juego que contiene solo una canica?		
2.	¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas iguales en el juego que contiene solo una canica?		
3.	B) ¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas diferentes en el juego que contiene las canicas que sean?		
4.	b) B) ¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas iguales en el juego que contiene las canicas que sean?		
5.	c) A) ¿De cuantas formas se pueden colocar las 12 canicas con conjuntos de canicas iguales en el juego que contiene solo una canica?		
6.	¿De cuantas formas se pueden colocar 6 canicas diferentes en el juego que contiene solo una canica?		
7.	¿De cuantas formas se pueden colocar 6 canicas iguales en el juego que contiene solo una canica?		

- 2 -

Figura 8. Actividad didáctica 7: problema a resolver.

Conclusiones

Si partimos del convencimiento de que la educación no tiene por objeto exclusivamente transmitir una serie de conocimientos técnicos o prácticos, sino que busca fundamentalmente transmitir valores socialmente positivos, resulta claro que la utilización de software libre contribuyó a este propósito.

Además el mismo resultó no solo ser una excelente estrategia didáctico-pedagógica sino también económica, pues el ahorro derivado de su utilización posibilitó que los estudiantes tuvieran las herramientas de software que necesitaban, además de no tener problemas con costos por renovaciones de licencias ni por el número de usuarios.

Al utilizar software libre en el diseño de las actividades didácticas, se logró fortalecer y desarrollar las competencias propuestas en el contenido temático de la materia I5892 Matemáticas Discretas para las carreras de ingeniería informática y computación en el CUCEI de la UdeG. Además contribuyeron a la construcción de los aprendizajes por parte de los alumnos y favorecieron la función mediadora del docente.

Los alumnos al tener casi total libertad sobre cómo debían ser entregadas las actividades, lograron potenciar y diversificar su forma de trabajar, ya que no se exigió que fueran entregadas en algún formato específico, solamente que fueran contestadas en el archivo descargado e impresas para posteriormente ser entregadas en el tiempo señalado.

Referencias

- Agudelo R. y Flores F. (2000). *Actividades Didácticas*, Alfaomega, (3ra ed.), Oxford University Press. México.
- Arratia, O., Jáñez, L., Martín, M. A., y Pérez, M. T. (2002): *Matemáticas y nuevas tecnologías: educación e investigación con manipulación simbólica*. Depto. de Matemática Aplicada a la Ingeniería. E.T.S. Ingenieros Industriales. Universidad de Valladolid, España.
- De Nápoli, P. *Software Libre para enseñar o aprender Matemática, por qué y cómo*. <http://mate.dm.uba.ar/~pdenapo/charla-sl-matematica/charla-sl-matematica.pdf>. Consultado el 10 de septiembre de 2012.
- Gómez, E. (2008). *Factores socioeconómicos y pedagógicos que inciden en el rendimiento académico en estudiantes*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua. Nicaragua
- H. Consejo General Universitario (2012a). *Dictamen Núm. I/2012/381 referente a la modificación del Plan de Estudios de la Ingeniería en Computación*. Universidad de Guadalajara. Guadalajara, México.
- H. Consejo General Universitario (2012b). *Dictamen Núm. I/2012/383 referente a la modificación del Plan de Estudios de la Licenciatura en Informática*. Universidad de Guadalajara. Guadalajara, México.
- Villalpando Becerra, J. F., García Sandoval, A. y Rodríguez Castro, J. A. (2013). *Manual para la materia de Cómputo para Ciencias*. Manual no publicado. Universidad de Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, México.

Villalpando Becerra, J. F. y García Sandoval, A. (2014). *Matemáticas Discretas. Aplicaciones y Ejercicios* (1ra. ed.). Grupo Editorial Patria. México.

Villalpando Becera, J. F. (2011). *Software libre para la enseñanza de las Matemáticas: en búsqueda de alternativas*. 8° Seminario Nacional: Enseñanza de las Matemáticas con las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Ciudad Guzmán, Jalisco, México.