

## LA HOMOTECIA: ANÁLISIS CONCEPTUAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO

## THE HOMOTHECY: CONCEPTUAL ANALYSIS AND CONTENT ANALYSIS

**Yosenith González Flores, Ignacio Arias Gómez, Miguel Picado Alfaro**  
Universidad Nacional, Universidad de Costa Rica, Universidad Nacional (Costa Rica)  
yflowers3@gmail.com, arias.i.30@gmail.com, miguel.picado.alfaro@una.cr

### Resumen

Se presenta el proceso y los resultados de una investigación finalizada cuyo objetivo principal fue realizar un análisis conceptual y de contenido de la homotecia para su enseñanza en octavo año de la educación secundaria en Costa Rica. La investigación es de tipo cualitativa y de naturaleza descriptiva. El método empleado para la recolección y el análisis de la información fue el análisis didáctico. Se consideraron cuatro fuentes: libros de texto, diccionarios, investigaciones previas y profesores. Para la recolección de la información se usó: la revisión bibliográfica y la entrevista semiestructurada. Se determinó que el concepto de homotecia se puede englobar en dos sentidos, dependiendo del contexto en el que se ubique; y que algunos docentes no tienen un amplio conocimiento de esta noción.

**Palabras clave:** homotecia, análisis didáctico, educación secundaria.

### Abstract

This paper presents the process and results of a completed investigation which was aimed at making a conceptual and content analysis of homothecy for its teaching in the eighth year of secondary education in Costa Rica. The research is qualitative and descriptive in nature. The method used for the collection and analysis of the information was the didactic analysis. Four sources of information were considered: textbooks, dictionaries, previous research and teachers. For collecting information, the bibliographic review and the semi-structured interview were used. It was concluded that the concept of homothecy can be encompassed in two ways, depending on the context in which it is located; and on the fact that some teachers do not have extensive knowledge of this notion.

**Key words:** homothecy, didactic analysis, secondary education.

## ■ Introducción

El profesor de matemáticas tiene un papel preponderante en la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina. Al respecto Vélez de Medrano y Vaillant (2009) indican que “los docentes importan para influir en el aprendizaje de los estudiantes y para mejorar la calidad de la educación. Importan, en definitiva, como un recurso necesario e imprescindible para la sociedad del conocimiento” (p. 11). Desde esta perspectiva, los docentes tienen como parte de sus responsabilidades, brindar una formación de calidad a los estudiantes, a través de propuestas adecuadas de enseñanza.

El Consejo Nacional de Rectores de Costa Rica (CONARE, 2012) resalta que “el ejercicio profesional requiere de una constante actualización y paralelamente van surgiendo nuevas necesidades de formación que de manera conjunta complementen y perfeccionen los conocimientos adquiridos en la carrera” (p. 38).

En Costa Rica, el Consejo Superior de Educación aprobó en el año 2012 un nuevo Programa de Estudio en Matemática (PEM-2012) que se caracteriza por un cambio en la metodología que utilizan los profesores en sus clases y la inserción de contenidos nuevos respecto al programa anterior. Uno de ellos es la homotecia en el área de geometría, lo que sugiere que los profesores deban incluir en su planeamiento didáctico este contenido e implementar estrategias para su enseñanza y su aprendizaje.

Para abordar la enseñanza de la homotecia, consideramos que es necesario realizar un estudio en profundidad de este contenido, que incluya el concepto, sus distintas representaciones, los fenómenos asociados y otras nociones relevantes que posibiliten el diseño de un planeamiento didáctico. Para esto, el análisis didáctico permite realizar un planeamiento fundamentado, con bases teóricas que permitan realizar un estudio reflexivo del contenido en cuestión, sobre su aprendizaje y su enseñanza (Gómez, 2005; Rico y Fernández-Cano, 2013).

El objetivo central de nuestro estudio fue realizar un análisis conceptual y de contenido de la homotecia para su enseñanza en octavo año de la educación secundaria en Costa Rica. Dichos análisis corresponden a dos de los cinco análisis parciales del análisis didáctico, propuesto por el Grupo de Investigación Pensamiento Numérico, de la Universidad de Granada en España (Gómez, 2005; Lupiáñez, 2013; Rico y Fernández-Cano, 2013).

## ■ Marco teórico

Los fundamentos teóricos de esta investigación se organizaron en dos apartados. El primero presenta los antecedentes, que corresponden a la literatura relacionada con la homotecia. El segundo, sobre el posicionamiento conceptual, que destaca las bases teóricas que guiaron el estudio.

### *Antecedentes*

La bibliografía consultada se organizó en tres grupos: (a) investigaciones en matemática formal, (b) estudios sobre matemática aplicada y, en menor cantidad, (c) investigaciones vinculadas a la enseñanza y el aprendizaje de la homotecia.

Entre las *investigaciones centradas en la matemática formal*, se reconocen los trabajos de Barreto (2010), quien demuestra la relación pitagórica utilizando el concepto de homotecia. Usa la noción de homotecia en las figuras que están sobre los lados del triángulo, debido a que son homotéticas. En este caso, el autor no puntualiza sobre el concepto de homotecia, sino que lo usa para demostrar la relación que existe con las áreas de las figuras que están sobre los lados del triángulo rectángulo. Por su parte, Julio (2014) indaga sobre transformaciones en el plano (isomórficas e isométricas) y la noción de semejanza. Puntualiza en la definición de homotecia, en varios teoremas vinculados con ella y propone actividades para su enseñanza.

En cuanto a *los estudios sobre matemática aplicada*, se pueden englobar en áreas como la medicina, la astronomía y la industria. En este sentido, Raković, Kouvaritakis, Findeisen y Cannon (2012) utilizaron el concepto de homotecia en sistemas discretos lineales; Bokov, Mauroy, Mahut, Delclaux y Flaud (2014) hicieron un estudio a través de un modelo computacional, sobre el vínculo de la homotecia de los diámetros de las vías respiratorias y el sitio de la resistencia de las mismas, considerando personas sanas y las que tienen la enfermedad pulmonar obstructiva crónica.

Finalmente, en *las investigaciones vinculadas a la enseñanza y el aprendizaje de la homotecia*, solo se reconoció el estudio Ortiz y Angulo (2010), estos autores resaltan una serie de actividades orientadas a alumnos de séptimo año de Educación Secundaria en Colombia. Como resultado de la investigación, se precisa que a medida que se desarrolla la enseñanza de la homotecia, se identifican dificultades asociadas a otros conceptos matemáticos.

### *Posicionamiento conceptual*

En este apartado se muestra el soporte teórico-conceptual del estudio. Se definen los conceptos relevantes de la investigación. La descripción del concepto de homotecia se muestra en el capítulo de resultados, ya que su estudio forma parte de los análisis parciales de la metodología considerada para la fase de análisis.

### *El análisis didáctico*

El análisis didáctico “es un procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del contenido matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (Gómez, 2005, p. 3). Este procedimiento ha permitido realizar un estudio detallado, oportuno y ordenado del concepto de homotecia, contemplando aspectos conceptuales y pedagógicos de esta noción (Rico y Fernández-Cano, 2013).

### *Análisis conceptual*

Según Rico (2001) y Rico y Fernández-Cano (2013) este análisis se caracteriza por trabajar con enunciados textuales que involucran descripciones, definiciones, listas extensivas, ejemplos, la contraposición de textos con significados alternos y formulaciones que incluyan símbolos. Puntualmente, estudia en profundidad para cada campo conceptual, la diversidad de significados, las posibles conexiones entre los términos y los niveles intersubjetivos (concepciones), subjetivos (creencias) y objetivos (conceptos). Revisa con detalle el concepto matemático en estudio, puntualizando en sus fundamentos, historia y génesis, para realizar una reflexión que posibilita caracterizar las ideas o nociones del mismo.

### *Análisis de contenido*

Este análisis pretende describir la estructura matemática desde una óptica de enseñanza y aprendizaje, a través del procedimiento, el diseño, el desarrollo y la evaluación de los significados de los conceptos y procedimientos relevantes a su planeamiento (Ruiz-Hidalgo y Fernández-Plaza, 2013). Considera tres organizadores curriculares: *la estructura conceptual*, que comprende el establecimiento de los descriptores y componentes particulares de los conceptos, los procedimientos y las actitudes (Cañadas y Gómez, 2013; Fernández-Plaza, 2016), estas últimas no se consideraron en este trabajo; *los sistemas de representación*, que se emplean para representar diferentes nociones del concepto, sus propiedades y cualidades (Cañadas y Gómez, 2013; Lupiáñez, 2013; Valverde, 2012); *el análisis fenomenológico*, que pone en evidencia las situaciones donde se usan los conceptos matemáticos y los ámbitos en que se utilizan (Lupiáñez, 2013).

## ■ Metodología

En este apartado se presenta el tipo de estudio, las fuentes de información, además de la técnica de análisis de la información y las categorías para dicho análisis.

### *Tipo de estudio*

El estudio es cualitativo de carácter exploratorio y descriptivo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Es exploratorio pues no se conocen antecedentes de estudios similares en Costa Rica para el tema de homotecia, basado en la metodología del análisis didáctico, y descriptivo debido a que se analizó, clasificó, interpretó y comparó la información obtenida de las diferentes fuentes.

## ■ Fuentes de información

Para realizar el análisis conceptual y de contenido de la homotecia, consideramos fuentes documentales como libros de texto e investigaciones previas que aportaron elementos teóricos, además, se contó con la participación de profesionales en matemática y en la enseñanza de la matemática quienes brindaron información sobre su enseñanza.

Los libros de texto empleados fueron los que incluían el concepto de homotecia. En el caso de los dirigidos a la educación secundaria, consideramos además que fueran editados a partir de 2013 y que su población meta fuese octavo año de la Educación General Básica en Costa Rica. Por otra parte, consideramos estudios que emplearan el análisis didáctico como metodología de investigación y estudios relacionadas con la homotecia. Los profesores de matemática de educación secundaria participantes impartían octavo año desde el 2013 y trabajaran en colegios del circuito de educación central de Heredia y Alajuela. Finalmente, los docentes de matemática universitarios considerados, residían en Costa Rica, habían impartido el curso de Geometría en la Universidad y manifestaron conocimientos sobre el concepto de homotecia y su enseñanza.

La recolección de la información en los libros de texto y documentos electrónicos se realizó mediante la revisión bibliográfica y la elaboración de una ficha para cada documento que contempla seis apartados, tres elaborados con base en las categorías del análisis conceptual y tres realizados con base en las categorías del análisis de contenido. En el caso de los docentes, se realizó una entrevista semiestructurada con una guía de 11 preguntas, tres sobre información académica del entrevistado, tres elaboradas con base en las categorías del análisis conceptual y cinco realizadas con base en las categorías del análisis de contenido. Dichas categorías se mencionan más adelante (ver tabla 1).

## ■ Análisis de la información

La información se analizó con base en el análisis didáctico, ya que permite estudiar en profundidad el significado de un contenido matemático escolar. Para esto se establece un conglomerado de procedimientos, técnicas y métodos para recopilar, organizar y analizar la información (Gómez, 2002; Gómez, 2005; Rico y Fernández-Cano, 2013). En este estudio se adoptaron las categorías de Rico y Fernández-Cano (2013) para el análisis conceptual y el análisis de contenido en el marco del análisis didáctico, estas se detallan en la tabla 1.

**Tabla 1.** Categorías para el análisis del concepto de homotecia.

Tipo de análisis	Categorías
Análisis conceptual	Conceptos y términos básicos Aproximación histórico-crítica Génesis epistemológica
Análisis de contenido	Estructura y análisis formal Sistemas de representación Análisis fenomenológico

Nota: Elaboración propia.

Según McMillan & Schumacher (2005), las categorías *etic* hacen referencia a nociones externas a una situación, es decir, refieren a lo que el fenómeno en estudio significa para el investigador. Las categorías *emic* refieren a aspectos desde el interior de una situación, es decir, a lo que el fenómeno en cuestión significa para los sujetos de investigación.

Con base en lo anterior, en nuestro estudio las seis categorías planteadas para realizar el análisis conceptual y el análisis de contenido, son las categorías *etic*. Asimismo, las categorías *emic* estuvieron presentes en las respuestas de los docentes a la entrevista en la que se les preguntaba como empleaban las categorías del análisis conceptual y de contenido en su desempeño profesional, debido a que en algunas ocasiones las respuestas de los docentes no necesariamente eran estructuradas en función de las categorías ya establecidas, por lo tanto, tuvimos que hacer una reinterpretación y un análisis de sus respuestas para ubicarlas en la categoría correspondiente. Asimismo, en la revisión bibliográfica también se evidencian las categorías *emic* debido a que cuando se analiza un texto, este tiene una organización y perspectiva de interior del autor, quien no necesariamente escribe desde una postura teórica del análisis conceptual y de contenido, y fue nuestra labor identificar los elementos que aludían a cada una de las seis categorías preestablecidas.

## ■ Resultados

Se presentan los resultados de dos de los análisis parciales del análisis didáctico, a saber: el análisis conceptual y el análisis de contenido.

### *Análisis conceptual*

El análisis conceptual ha posibilitado un acercamiento a los significados que se otorgan al concepto de homotecia. Se acentúan algunas particularidades del concepto en textos de matemáticas y las concepciones de este.

### *Sobre la historia de la homotecia*

A través de la historia, la homotecia sobresale en la evolución de las transformaciones geométricas. Diferentes matemáticos estudiaron las transformaciones en el siglo XIX. Debido al avance de la geometría, por parte de los trabajos de Monge y Klein, se consideraba la semejanza y la homotecia como objetos matemáticos (Escudero, 2005; Julio 2014; Moriena, 2006; Zurita, 2011).

Los programas de las matemáticas modernas de la década del 70 presentan la homotecia como una aplicación lineal, relacionada con isomorfismos de espacios vectoriales y como una aplicación afín en vinculación estrecha con las estructuras del plano. En la década de los años 90, el interés radicaba no solo en la estructura de la homotecia, sino en presentarla desde dos contextos matemáticos: el vectorial y el analítico (Lemonides, 1991).

La tabla 2 muestra una síntesis de las definiciones de algunos diccionarios de matemática consultados en las bibliotecas universitarias públicas. En estos, se puede reconocer una misma definición, basada en la similitud de los significados propuestos.

**Tabla 2.** *Concepto de homotecia presente en diccionarios de matemática, en las décadas del 70 y del 90.*

Warusfel (1972)	Jackson (1973)	James (1976)	Schwartzman (1994)
Transformación que hace corresponder a todo punto $P$ otro punto $P'$ situado sobre la recta $OP$ , de tal modo que sea $\frac{OP'}{OP} = h$ , donde $O$ es punto fijo.	Relación entre dos sistemas de puntos con un centro común y que sus distancias a este sean una constante.	Figuras que relacionan las líneas que unen puntos correspondientes con un punto fijo y que al dividirlos tiene razón constante.	Las figuras homotéticas están en la misma posición relativa, además, cumplen que las rectas que contienen a los vértices correspondientes concurren en un mismo punto y al dividir los segmentos correspondientes generan una constante.

*Nota:* Elaboración propia.

Las definiciones en la tabla 2 resaltan que tres los diccionarios de matemáticas consultados, editados en la década de los años 70, exponen la homotecia con base en una transformación o relación entre puntos, de modo que se obtenga una razón constante. En el diccionario editado en 1994, se destacan caracterizaciones sobre la homotecia, es decir, no se aprecia una definición explícita de esta, sino que describen las características que tienen las figuras homotéticas.

### *Sobre las concepciones de homotecia*

Desde una óptica etimológica, la palabra homotecia tiene su origen en los términos “homo” que alude a igualdad y “tithénai” que refiere a colocar (Grupo Norma, 1992; Jackson, 1973; Casares, 1984; Schwartzman, 1994), es así como etimológicamente la homotecia se puede entender como colocar igualdades.

La literatura examinada muestra diferentes definiciones para el concepto de homotecia. En libros de texto de matemática, las definiciones usan representaciones simbólicas y puntualizan en la homotecia como una aplicación afín que involucra vectores. Por ejemplo, De Burgos (1977) define la homotecia como: “en un espacio vectorial  $V$  sobre un cuerpo  $K$ , se llama homotecia afín de centro  $\mathbf{a} \in V$  y razón  $k \in K$  a la aplicación  $h_{\mathbf{a},k}: V \rightarrow V$  definida,  $\forall \mathbf{v} \in V$ , mediante:  $h_{\mathbf{a},k}(\mathbf{v}) = \mathbf{a} + k(\mathbf{v} - \mathbf{a})$ ” (p. 162).

En diccionarios de matemáticas, algunos fundamentan o mantienen la tendencia reconocida en los textos de matemática, como Espinosa de los Monteros (2004) y Chambadal (1972), mientras que otros textos se inclinan más por una definición a través de una representación verbal, destacando relaciones entre distancia; tal es el caso de Sierra (2012) quien define esta noción como una “transformación geométrica que, a partir de un punto fijo, multiplica todas las distancias por un mismo factor (...) donde una recta y su homóloga son paralelas” (p. 62). En diccionarios de la lengua, a pesar de no ser especializados en matemática, conservan el estilo de estos últimos diccionarios de matemáticas, como Alemany (1957) que indica que una homotecia es una “relación existente entre dos sistemas de puntos de tal modo dispuestos que cada dos de una serie estén en línea recta, tengan un centro común y sus distancias al centro estén en una razón constante” (p. 722).

Por otra parte, en los libros de texto de educación secundaria se da un abordaje más intuitivo de la noción de homotecia, prevalece la representación verbal o la mezcla de la verbal y la simbólica. Estas características las muestra F prima Grupo Editorial (2014), que define la homotecia como “una transformación que, a partir de un punto fijo, multiplica todas las distancias por un mismo factor. En general una homotecia de razón  $k$  diferente de 1 deja un único punto fijo, llamado centro” (p. 36). Estos libros especializados evidencian una concordancia de la noción intuitiva del concepto, con la definición propuesta por el Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012): la homotecia es “una transformación mediante la cual se obtiene una figura semejante a la figura que se le aplica. Esta semejanza preserva ángulos, aunque puede cambiar la longitud de los segmentos” (p. 352).

Los estudios previos enfocan la definición de homotecia, atendiendo el propósito de la investigación. En matemática la definición es más formal y rigurosa, mientras que los trabajos enmarcados en la didáctica de la matemática, exponen una definición más descriptiva e intuitiva del concepto.

Finalmente, los docentes entrevistados se refieren a la homotecia como aquella transformación que amplía o disminuye una figura; su noción de homotecia deja sin destacar elementos como el centro de homotecia, a excepción de cuatro profesores que sí lo refieren.

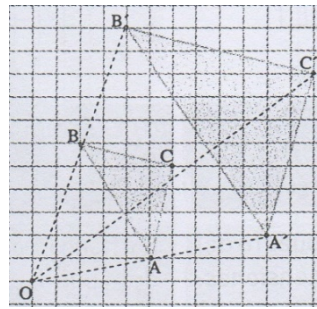
## ■ Análisis de contenido

Una vez que fueron reconocidas las *representaciones*, en las fuentes documentales, estas se han clasificado en cinco tipos: simbólicas, verbales, gráficas, icónicas y ejecutables.

Las representaciones *simbólicas* se muestran como parte de la definición, las propiedades o particularidades del concepto de homotecia. Por ejemplo, cuando se indica que para representar un punto homólogo de una homotecia en el plano cartesiano, se debe considerar un punto  $P = (x, y)$  y  $O = (a, b)$ , como centro de la homotecia, con razón  $k$ ,  $P' = (kx - ka + a, ky - kb + b)$  (Chavarría, 2014; Cubillo, Garita, Mena, Morera, Rodríguez y Vargas, 2014).

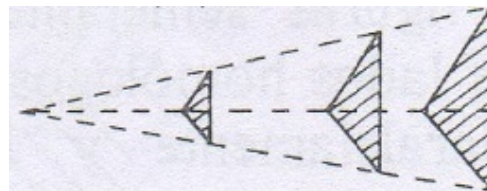
Las representaciones *verbales* se identifican en la presentación en prosa de la información sobre el concepto. Por ejemplo, al destacar que la homotecia es una “transformación en la que la imagen de un punto se halla sobre la recta que une a un punto fijo, y en la que la distancia disminuye o aumenta en una relación constante” (El pequeño diccionario Larousse ilustrado, 1996, p. 528).

Las representaciones *gráficas*, son aquellas que se identifican en una cuadrícula o un plano cartesiano. La figura 1 muestra un ejemplo.



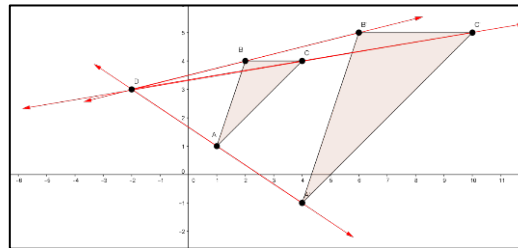
**Figura 1.** Representación de una homotecia directa  
Fuente: Publicaciones Porras y Gamboa (2013), p. 82.

Las representaciones de tipo *icónicas* se reconocen en aquellas figuras mostradas sin especificar un plano cartesiano o cuadrícula (figura 2).



**Figura 2.** Homotecias directas.  
Fuente: Rodríguez y Rodríguez (1984), p. 228.

Las representaciones denominadas *ejecutables* se presentan a través de un software, como las producidas en el software GeoGebra (figura 3).



**Figura 3.** Representación de una homotecia usando GeoGebra.

En la categoría correspondiente a la *estructura conceptual*, específicamente en el campo del conocimiento conceptual, se identificaron en los *hechos* términos como razón, producto, ampliación; como parte de *resultados* se hallaron indicaciones que destacan que en una figura homotética el perímetro es  $k$  veces el perímetro de la figura original, y que el volumen de esta □ la figura homotética □ es  $k^3$  veces el volumen de la figura original, donde  $k$  es la razón de homotecia. Algunos de los *conceptos* relacionados con la homotecia son: función, relación y espacio afín. La estructura conceptual que se identificó corresponde a *las transformaciones geométricas*, que se según Julio (2014) se clasifican de acuerdo con el aspecto de la figura homóloga. Se determinaron como transformaciones geométricas, las isométricas, las isomórficas y las anamórficas.

En el campo procedimental, algunas de las *destrezas* identificadas se dirigen a reconocer ángulos homólogos de un polígono, obtenido al aplicar una homotecia, y reconocer una homotecia a partir de una figura en el plano cartesiano.



Se evidenciaron *razonamientos* de tipo deductivo e inductivo y *la estrategia* identificada orientaba a la resolución de problemas de la vida cotidiana mediante la aplicación de la homotecia. En la figura 4 se identifican tres destrezas y en la figura 5 se muestra un razonamiento deductivo.

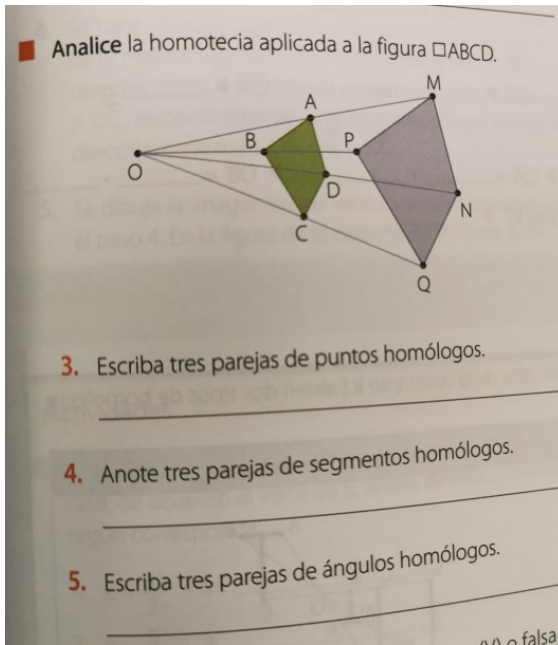


Figura 4. Destrezas

Fuente: Santillana (2017), p. 75

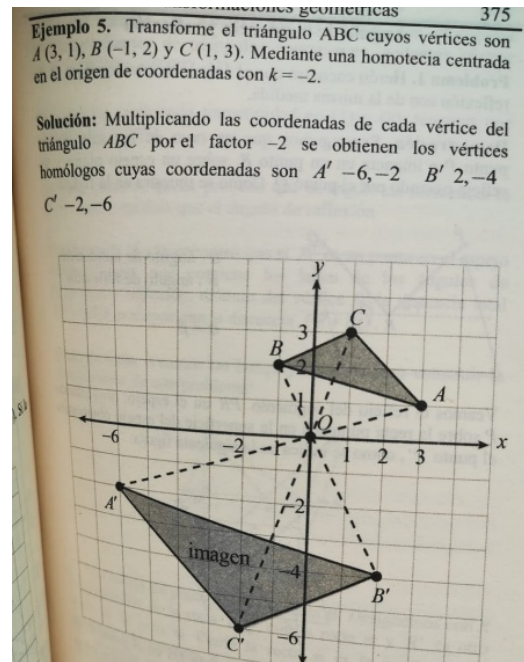


Figura 5. Razonamiento deductivo

Fuente: Jiménez (2014), p. 375

El estudio de la *fenomenología* condujo a la identificación de tres contextos: (1) *determinar la razón de homotecia*, en el campo de la Medicina se evidencia la necesidad de determinar la razón de homotecia para realizar comparaciones, que permitan conocer la resistencia respiratoria que puede tener una persona a una enfermedad pulmonar (Bokov et al., 2014); (2) *trazar figuras homotéticas*, en la astronomía se aplica la homotecia a un haz de luz a través de simulaciones que facilitan la detección de exoplanetas (Habib, Azagrouze, El Azhari, Benkhaldoun, y Lazrek, 2010); también, en Anatomía, específicamente en el estudio del ojo humano, la visualización de imágenes produce una homotecia inversa, debido a que el ojo humano percibe las imágenes invertidas en la retina, de acuerdo con su orientación real; también, se evidencia una homotecia directa, en la dilatación y contracción de la pupila del ojo al exponerse a la luz, donde el centro del ojo sería el centro de homotecia (Aracena, 2014; Puell, 2006); (3) *medir distancias*, la homotecia es aplicable en Astronomía, para aproximar el diámetro solar mediante un experimento casero, que consiste en tomar un tubo de papel (puede ser el interior del papel de cocina) y en extremo se tapa con papel aluminio y en el otro se tapa con papel cebolla, se hace un pequeño hueco en el extremo del papel aluminio y se dirige al sol, de esta manera se observa un círculo que aparece en la parte del papel cebolla (figura homotética del sol), aquí se genera un homotecia inversa (Gil, 2013); en Ingeniería se usa la homotecia para calcular la profundidad de un pozo, la distancia de un túnel, entre otras.

Las indicaciones de los docentes entrevistados mostraron ciertas inconsistencias en cuanto a las aplicaciones de la homotecia, algunos destacaban el uso de la homotecia para el establecimiento de la semejanza entre figuras, sin destacar el centro de homotecia, un elemento fundamental de este concepto.

## ■ Conclusiones

La investigación llevada a cabo ha permitido el estudio de la homotecia desde los principios del análisis conceptual y de contenido, particularmente para organizar su enseñanza en octavo año de la educación secundaria en Costa Rica.

El análisis conceptual conduce a un acercamiento—inicial—a la noción de homotecia; desde la historia se ha puesto de manifiesto su evolución con el paso del tiempo en un periodo de tiempo particular.

El concepto de homotecia muestra una caracterización distinta a partir del campo conceptual y las fuentes consideradas. En el marco de la matemática, a través de los libros y diccionarios de matemática, se reconocen definiciones más rigurosas y formales. Desde la Didáctica de la matemática, con fundamento en investigaciones y libros de matemática para Educación Secundaria, se muestran definiciones descriptivas e intuitivas, es decir, se apela más a caracterizaciones de las figuras homotéticas, que involucran su forma y su tamaño.

A partir del análisis de contenido, se reconocen diversas representaciones para la homotecia. En particular, el concepto se hace presente desde lo gráfico, lo icónico y lo ejecutable, sin descartar el uso de símbolos que complementan estas representaciones o que forman parte esencial de la definición que se muestra. Conceptualmente, se señalan diversos conceptos vinculados a la homotecia—o a los que esta se asocia—; los procedimientos sobre homotecia destacan habilidades de visualización, a partir de figuras geométricas, promueven el razonamiento inductivo y deductivo y la aplicación de a homotecia en la resolución de problemas matemáticos.

Los fenómenos utilizados para mostrar el uso de la homotecia se organizan en acciones de cálculo aritmético, trazo de figuras y medición. Su utilidad se presenta en situaciones diversas que trascienden las matemáticas pero que muestran el uso de estas en otros campos, como la medicina, astronomía y anatomía.

En cuanto los docentes participantes, se reconoce la falta de un conocimiento amplio sobre el concepto de homotecia que, de alguna manera, puede tener fundamento en la ausencia de su abordaje en los planes de formación profesional de estos profesores. Esto toma fuerza con la discordancia reconocida entre elementos conceptuales y cognitivos sobre el concepto de homotecia, particularmente en las definiciones y ejemplos sugeridos. Por otra parte, el conocimiento histórico manifestado por los profesores es escaso; se refiere a la historia de conceptos afines a la semejanza, con el concepto de homotecia.

## ■ Referencias bibliográficas

- Alemany, J. (1957). *Diccionario enciclopédico ilustrado de la lengua española*. Barcelona, España: Sopena.
- Aracena, C. (2014). *Estudio de la relación entre neurodatos, dilatación pupilar y emocionalidad basado en técnicas de minería de datos*. Tesis de pregrado. Chile: Universidad de Chile. Recuperado de: <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/115629>
- Barreto, L. (2010). Homotecias y su aplicación en la extensión del Teorema de Pitágoras en Didáctica del Análisis Matemático. *Unión*, 23, 71-91.
- Bokov, P., Mauroy, B., Bruno Mahut, B., Delclaux, C. y PatriceFlaud, P. (2014). Homothety ratio of airway diameters and site of airway resistance in healthy and COPD subjects. *Respiratory Physiology & Neurobiology*, 191, 38-43.
- Cañadas, M. y Gómez, P. (2013). *Apuntes sobre análisis de contenido. Módulo 2 de MAD*. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Casares, J. (1984). *Diccionario ideológico de la lengua española: desde la idea a la palabra; desde la palabra a la idea* (2ª ed.). Barcelona, España: G. Gill.

- Chambadal, L. (1972). *Diccionario de las matemáticas modernas*. Francia, Paris: Larousse.
- Chavarría, G. (2014). *Afrontando retos: matemática octavo*. Heredia, Costa Rica: Ediciones Educativas Andrómeda, S. A.
- CONARE. (2012). Seguimiento de la Condición Laboral de las Personas Graduadas 2000-2007 de las Universidad es Costarricenses. *Consejo Nacional de Rectores*. 978-9977-77-044-4
- Cubillo, A., Garita, T., Mena, M., Morera, J., Rodríguez, G. y Vargas, M. (2014). *Unidad didáctica para abordar el tema de transformaciones geométricas en el plano en educación secundaria desde el enfoque de resolución de problemas* (Tesis de licenciatura). Universidad de Costa Rica, Costa Rica.
- De Burgos, J. (1977). *Curso de álgebra y geometría*. Madrid, España: Editorial Alhambra, S. A.
- Larousse (Ed.) (1996). *El pequeño diccionario Larousse ilustrado*. México: Autor.
- Escudero, I. (2005). Un análisis del tratamiento de la semejanza en los documentos oficiales y textos escolares de matemáticas en la segunda mitad del siglo XX. *Enseñanza de las ciencias*, 23(3), 379-392.
- Espinosa de los Monteros, J. (2004). *Diccionario de matemáticas*. Madrid, España: Cultura, S. A.
- F prima Grupo Editorial. (2014). *Matemática 8: Hacia la resolución de problemas (1ª edición)*. Alajuela, Costa Rica: F prima.
- Fernández-Plaza, J. (2016). Análisis del contenido. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 103–118). Madrid, España: Ediciones Pirámide.
- Gil, F. (27 de abril del 2013). Medir el diámetro del sol [Mensaje en un blog]. Recuperado de <http://elterrero.blogspot.com/2013/04/medir-el-diametro-del-sol.html>
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *EMA*, 7(3), 251-292.
- Gómez, P. (2005). *El Análisis Didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/394/1/GomezP05-2797.PDF>
- Grupo Norma. (1992). *Diccionario enciclopédico ilustrado práctico*. Colombia: Editorial Norma, S. A.
- Habib, A., Azagrouze, O., El Azhari, Y., Benkhaldoun, Z. y Lazrek, M. (2010). Circular aperture interferometric apodization using homothety. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, (406), 2743-2748. doi: 10.1111/j.1365-2966.2010.16873.x
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ª edición). D. F., México: McGraw Hill.
- Jackson, W. (Ed.). (1973). *Diccionario léxico hispano Enciclopedia ilustrada en la lengua española*. D. F., México: W. M. Jackson, Inc.
- Jiménez, R. (2014). *Álgebra y geometría y estadística 8º*. (2º ed.). San José, Costa Rica: Academia de Matemática AMP.
- Julio, L. (2014). *Las transformaciones en el plano y la noción de semejanza*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
- Lemonides, C. (1991). Analyse et réalisation d'une expérience d'enseignement de l'homothétie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(23), 295-324.
- Lupiañez, J. (2013). Análisis Didáctico: la planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico., J. L. Lupiañez. y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp.81-101). Granada, España: Comares, S.L
- McMillan, J. & Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa* (5ªed.). Madrid: Pearson.
- Ministerio de Educación Pública (2012). *Programas de estudio de matemáticas I, II y III ciclos de la educación general básica y ciclo diversificado*. Costa Rica, San José: autor Recuperado de <https://mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Moriena, S. (2006). *Reseña histórica y aplicaciones de las transformaciones geométricas en el plano*. Recuperado de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/31%20Moriena.pdf>
- Ortiz, J. y Angulo, J. (2010). *La Homotecia, Un Tema Casi Olvidado en la Enseñanza de la Educación Matemática en Buenaventura: Una Propuesta desde el Punto de Vista Algebraico*. Recuperado de: [http://funes.uniandes.edu.co/1176/1/692\\_La\\_Homotecia\\_Asocolme2010.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1176/1/692_La_Homotecia_Asocolme2010.pdf)
- Publicaciones Porras y Gamboa. (2013). *Matemática 8*. San José, Costa Rica: Compas ERV.

- Puell, M. (2006). *Óptica fisiológica: el sistema óptico del ojo y la visión binocular*. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid. Recuperado de: [http://eprints.sim.ucm.es/14823/1/Puell\\_%C3%93ptica\\_Fisio%C3%B3gica.pdf](http://eprints.sim.ucm.es/14823/1/Puell_%C3%93ptica_Fisio%C3%B3gica.pdf)
- Raković, S., Kouvaritakis, B., Findeisen, R. y Cannon, M. (2012). Homothetic tubemodelpredictive control. *Automatica* 48, 1631-1638. doi:10.1016/j.automatica.2012.05.003
- Rico, L. (2001). *Análisis conceptual e investigación en Didáctica de la Matemática*. Granada, España: Universidad de Granada. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/523/1/RicoL01-2593.PDF>
- Rico y Fernández-Cano. (2013). Análisis Didáctico y metodología de investigación. En L. Rico., J. L. Lupiañez. y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp.1-22). Granada: Comares, S.L.
- Rodríguez, L. y Rodríguez, M. (1984). *Diccionario de dificultades matemáticas resueltas*. Barcelona, España: Oikos-tau, S. A.
- Ruiz-Hidalgo, J. F. y Fernández-Plaza, J. A. (2013). Planificación de unidades didácticas en enseñanza secundaria mediante el uso del Análisis Didáctico. En L. Rico., J. L. Lupiañez. y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. (pp.231-253). Granada, España: Comares, S.L.
- Santillana. (2017). *Matemática 8*. San José, Costa Rica: Santillana.
- Schwartzman, S. (1994). *The words of mathematics. An etymological dictionary of mathematical terms used in english*. Washington, DC.: Mathematical Association of America.
- Sierra, J. (2012). *Diccionario JAS matemática. ¡Para entender las matemáticas!* (3ª ed.). D.F., México: Direct Libros, S. A.
- Vélaz de Medrano, C. y Vaillant, D. (2009). Introducción. En OEI – Fundación Santillana (Ed.), *Aprendizaje y desarrollo profesional docente* (pp. 11-14). Recuperado de [http://www.oei.es/publicaciones/detalle\\_publicacion.php?id=2](http://www.oei.es/publicaciones/detalle_publicacion.php?id=2)
- Valverde, G. (2012). *Competencias matemáticas promovidas desde la razón y la proporcionalidad en la formación inicial de maestros de educación primaria*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, España.
- Zurita, F. (2011). *Semejanza de figuras*. (Tesis de maestría). Universidad de Granada, España.