

DESARROLLO DE HABILIDADES DE MODELACIÓN Y DE CREACIÓN MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LA ORIENTACIÓN VOCACIONAL

DEVELOPING MODELING AND CREATION SKILLS IN THE CONTEXT OF VOCATIONAL GUIDANCE

Miguel A. Hernández Machado, Lucía Argüelles Cortés, Miguel A. Gutiérrez Arce
Departamento de Matemática de la UCLV (Cuba)
mihmachado@uclv.cu, largue@uclv.edu.cu, migutierrez@uclv.cu

Resumen

Entre las habilidades más difíciles de lograr por el matemático figuran las de modelación y creación. La impartición por profesores universitarios de una asignatura para la enseñanza media superior, plantea la necesidad de formalizar un conjunto de ejercicios que se corresponden con las temáticas: inferencia, ecuaciones, problemas con ecuaciones, cálculos algebraicos, geometría y técnicas matemáticas, por lo que se concibió la tipología de los ejercicios en correspondencia con los procedimientos típicos de los métodos de la matemática para desarrollar las citadas habilidades. Resultó funcional establecer la tipología, pues permite la apropiada ampliación de la ejercitación en el contexto requerido. La Orientación Vocacional en el preuniversitario debe procurar desarrollar los intereses cognoscitivos, conocimientos y habilidades relacionados con las diferentes áreas del saber, mediante una asignatura y las demás actividades que se realizan en el proceso formativo. Una de las actividades que se ha concebido desde el curso 2014-2015 es la atención a la asignatura Matemática en el currículo de los grados décimo y oncenno, destinada a despertar motivación y entrenar habilidades matemáticas, impartida por profesores universitarios.

Palabras claves: orientación vocacional, habilidades de creación

Abstract

Among the most difficult skills to be achieved by the mathematician are creation and modeling. The teaching of an upper secondary school subject by university teachers has shown the need to establish a set of exercises corresponding with the topics: inference, equations, and problems with equations, algebraic calculations, geometry and mathematical techniques. Consequently, the typology of exercises was conceived in correspondence with the typical procedures of Mathematics methods to develop the skills mentioned above. It was functional to establish the typology, since it allows the appropriate intensification of exercises in the required context. Vocational Orientation in pre-university education must make every endeavor to develop the cognitive interests, knowledge and skills related to the different areas of knowledge through a subject and other activities carried out in the educational process. One of the activities conceived from the 2014-2015 school year is the attention to Mathematics subject in tenth-and-eleventh-grade curriculum, addressed to rouse motivation and to train mathematical skills, being taught by university teachers.

Keywords: vocational guidance, creation skills

■ Introducción

La problemática de educar las motivaciones de los jóvenes desde las edades tempranas es una tarea en la que maestros y la familia juegan un decisivo papel en la educación de la vocación ofreciéndole al educando vías, métodos y procedimientos para la búsqueda entre el sistema de profesiones en correspondencia con las necesidades sociales. Por lo tanto, una de las problemáticas más acuciantes en el nivel preuniversitario consiste en el logro de una orientación vocacional (OV) efectiva de los estudiantes, lo que debe incidir en la elección correcta de las carreras universitarias.

La revisión bibliográfica acerca de la OV (González, 2002, Álvarez, 2001, Grañeras, 2009) permite definirla esencialmente como un proceso de ayuda para la elección y desarrollo profesional, que tiene como objetivo despertar intereses vocacionales, ajustar dichos intereses a las competencias del sujeto y a las necesidades del mercado de trabajo. Sin embargo, este concepto ha evolucionado desde los que se limitaban a elección de la profesión a partir de las condiciones innatas o impulsos de la persona, hasta las más actuales que la enfocan como un proceso más integral de desarrollo de la personalidad.

En Cuba (Mendoza Cedeño, Machado Ramírez, & Montes de Oca Recío, 2016), se reconocen como vías para la orientación vocacional, los círculos de interés, las charlas, talleres, conferencias, excursiones, visitas a centros especializados, etc. Las mismas, a criterio de los autores de este artículo, cumplen un importante papel, pero es necesario, encontrar nuevas vías, ajustadas a las condiciones actuales del presente siglo, desde las que el estudiante no solo tenga un papel protagónico y se involucre como un ser activo y consciente en la elección de una profesión; sino además logre con autonomía darle un sentido a su vida que no necesariamente la impliquen. Así, cobra importancia la elaboración de los proyectos personales de vida, como medio para estos fines.

Esta es una acción considerada de vital importancia para las carreras de Ciencias Básicas por la reducida matrícula y la baja calidad académica de los estudiantes que ingresan en las mismas.

Para acometer esta acción, la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas (UCLV) organiza actividades de carácter global y cada facultad desarrolla actividades adicionales en dependencia de sus características. Las carreras de Matemática y de Física son carreras de Ciencias Básicas que pertenecen a la Facultad de Matemática, Física y Computación.

En particular, la carrera de Matemática ha mantenido durante varios años un trabajo sostenido para aumentar la motivación por la carrera y desarrollar habilidades requeridas por el matemático. Entre estas habilidades, las más difíciles de lograr son las de modelación y creación, porque requieren desarrollar recursos con características integradoras.

La OV en el preuniversitario debe procurar desarrollar los intereses cognoscitivos, conocimientos y habilidades relacionados con las diferentes áreas del saber, mediante una asignatura y las demás actividades que se realizan en el proceso formativo. Se dirige a preparar al educando para la selección profesional consciente. Resulta muy importante que en ella se tengan en consideración las necesidades sociales en consonancia con las necesidades individuales. Elegir una profesión sin estar convencido, puede ser tan nocivo como seleccionar solo aquella que satisfaga solo los intereses personales, por eso se recalca en orientar por grupo de profesiones. (Columbié, 2007, Gómez, 2009, Grañeras, 2009, Quisaguano, 2017)

Una de las actividades que se ha concebido para la OV desde el curso 2014-2015 es la atención a la asignatura Matemática en el currículo de los grados décimo y oncenno, destinada a despertar motivación y entrenar habilidades matemáticas, impartida por profesores universitarios.

En este contexto, surgió la necesidad de formalizar el plan temático de los tópicos a tratar con el objetivo de conformar un conjunto de problemas destinados a desarrollar las habilidades que se persiguen.

■ Marco teórico

El fundamento teórico atiende dos perspectivas: la primera, el plan de orientación vocacional concertado entre la educación superior y la enseñanza media y la segunda el propósito específico de los procedimientos típicos de los métodos matemáticos.

Las acciones para realizar el trabajo de OV deben guardar relación con los objetivos formativos del preuniversitario y de los objetivos para cada grado, de manera que paso a paso se contribuya al desarrollo de la OV en los educandos de preuniversitario dirigida a lograr una elección consciente de su futuro profesional.

Los objetivos para cada grado deben alcanzarse en función de los núcleos básicos de conocimientos generales, los cuales reflejan el contenido de las acciones que integralmente respondan a los intereses del proceso de OV.

Entre estas acciones (Columbié, 2007) figuran:

- *Actividades de contenido instructivo-profesional*, las cuales se encaminan a ofrecer los conocimientos necesarios y suficientes sobre la caracterización general de las carreras.
- *Actividades dirigidas al establecimiento del vínculo afectivo con la profesión*, destinadas a desarrollar motivaciones, intereses profesionales y la vocación, para elegir conscientemente aquella que satisfaga las expectativas individuales y las necesidades sociales del territorio.

Las *técnicas fundamentales* son las técnicas participativas, los talleres, diálogos, debates, exposiciones, conferencias, etc.

Es precisamente en el marco de estas actividades donde deben aplicarse los procedimientos típicos de los métodos matemáticos, que son: el análisis (basado en la descomposición de las observaciones), la síntesis (obtenida por agrupación de características esenciales), la inducción (que generaliza a partir de lo particular) y la deducción, utilizada para establecer relaciones.

Los métodos y procedimientos correspondientes que se utilizan en la concepción de la ejercitación se resumen en la tabla 1.

Tabla 1. Métodos y procedimientos utilizados en la concepción de la ejercitación.

Métodos	Procedimientos
Análisis	División o fragmentación, clasificación
Síntesis	Definición, resumen, conclusión
Inducción	Observación (destinada a encontrar concordancias y diferencias), experimentación, comparación, abstracción, generalización
Deducción	Demostración, comprobación

■ Método

En primer lugar, se requiere establecer la tipología temática sobre la cual se trabaja y formular los objetivos que persigue cada tipo de tema. Este resultado se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 2. Tipología temática y sus objetivos.

Tipología temática	Objetivos
Inferencia	Valorar el pensamiento lógico del estudiante
Ecuaciones	Formar y resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales a partir de situaciones prácticas
Álgebra	Determinar la correcta aplicación de las operaciones algebraicas
Geometría y Trigonometría	Aplicar las fórmulas más importantes para resolver problemas prácticos
Funciones	Aplicar propiedades de funciones familiares al estudiante
Estadística	Calcular estadísticos usuales

En segundo lugar, asociada a la tipología temática, hay que determinar los tipos de problemas que más se prestan para la creación de las habilidades perseguidas. En el Anexo A se describen los tipos de ejercicios relacionados con la tipología temática mencionada.

La tipología de los ejercicios seleccionados y los procedimientos asociados se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Tipología de los ejercicios y los procedimientos seleccionados.

Tipología		Procedimientos
1	Determinar dominios mediante intersecciones	Síntesis
2	Analizar comportamiento de gráficos	Clasificación
3	Separar de casos de análisis	Conclusión
4	Establecer inferencias mediante analogías	Observación
5	Seleccionar alternativas descartando errores	Experimentación
6	Aplicar método de coeficientes indeterminados	Comparación
7	Trabajar con variables genéricas	Abstracción

8	Aplicar el método de inducción	Generalización
9	Probar propiedades a partir de hipótesis dadas	Demostración
10	Determinar el conjunto solución de un problema	Comprobación
11	Modelar un problema a partir de información disponible	Modelación
12	Buscar una ley para completar una sucesión	Inducción intuitiva

Los ejercicios se corresponden con las siguientes temáticas establecidas en la tabla 2. Se obtiene un conjunto mínimo de 20 ejercicios por temática que se distribuyen de la manera que indica la siguiente tabla.

Tabla 4. Distribución de ejercicios por temática.

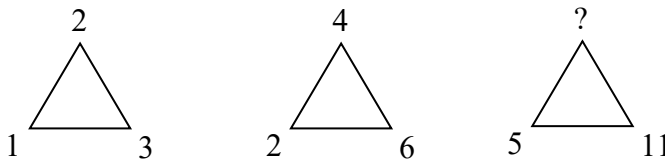
Temática	Tipología
Inferencia	8, 12
Ecuaciones	5, 10
Problemas con ecuaciones	9, 11
Cálculos algebraicos	3,7
Geometría	4
Técnicas matemáticas	1, 2 ,6

A continuación, se ejemplifican las temáticas consideradas mediante las tipologías correspondientes (Argüelles Cortes & Sosa Gómez, 2011, Cortés, 2018).

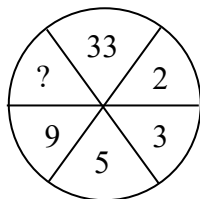
1. Inferencia.

- *Tipología:* Buscar una ley para completar una sucesión.

Ejemplo 1: ¿Cuál es el número que falta en el triángulo de la derecha?



Ejemplo 2: ¿Cuál es el número que falta?



Ejemplo 3: En la siguiente secuencia, ¿cuál de los números está errado?
60, 52, 45, 39, 35.

Ejemplo 4: Infiere la ley que permita llenar los cuadros de la última figura

1	1
1	2

5	10
2	10

9	27
3	18

Los tres primeros ejemplos, aunque con diversos enfoques y grados de dificultad, requieren una observación simple, mientras que el cuarto necesita una observación múltiple para realizar una inducción intuitiva sobre la base de relaciones detectadas.

- *Tipología:* Aplicar el método de inducción

Ejemplo 1: El promedio del peso de un grupo de 20 estudiantes es de 86kg. El promedio de 9 de ellos es de 75kg. ¿Cuál es el promedio de los 11 restantes?

Ejemplo 2: En la siguiente progresión, cada término se obtiene multiplicando el anterior por un cierto factor constante. $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = \sqrt[3]{2}$, $a_3 = \sqrt[6]{2}$. ¿A qué número es igual a_4 ?

En estos dos ejemplos existe la posibilidad de generalizar la información disponible por la utilización de fórmulas apropiadas.

Ejemplo 3:

Aplicar los siguientes procedimientos de inducción a la demostración de

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

- Observación geométrica asociada a un cuadrado
- Experimentación mediante triángulos recurrentes
- Formación de parejas de Gauss
- Comprobación por inducción completa

Este ejemplo resulta muy ilustrativo y completo.

2. Ecuaciones

- *Tipología:* seleccionar alternativas descartando errores

Ejemplo 1: Si $x > 0$ ¿Cuál es su valor en la expresión: $|2x - 3| = 39$?

Ejemplo 2: ¿Cuántos números enteros multiplicados por si mismos son iguales a la mitad del número?

En ambos ejemplos, aunque con distintas variantes, la hipótesis y la experimentación permiten llegar al resultado.

3. Problemas con ecuaciones;

- *Tipología:* Modelar un problema a partir de información disponible

Ejemplo: El cuadro Las Meninas fue pintado por Velásquez en 1656, a los 57 años de edad, después de vivir 34 años en Madrid, donde se instaló a los 4 años de casado. ¿A qué edad se casó?

En este problema, el manejo de los datos conduce a la modelación que permite calcular la incógnita.

- *Tipología:* Probar propiedades a partir de hipótesis dadas

Ejemplo: Probar que si $y + z = 10$, entonces $(10x + y)(10x + z) = 100x(x + 1) + yz$ y calcular el producto de 84 por 86 utilizando el segundo miembro de la igualdad.

Para este caso, la demostración se ha combinado con una ilustración particular para evidenciar la utilidad del resultado.

4. Cálculos algebraicos

- *Tipología:* Separar casos de análisis;

Ejemplo:

¿Cuál de los siguientes es el gráfico de una función?

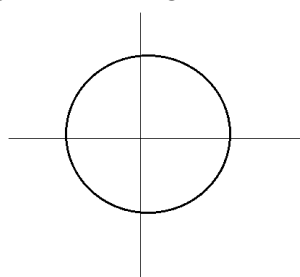


Gráfico A

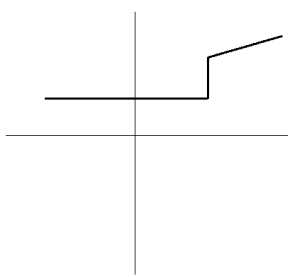


Gráfico B

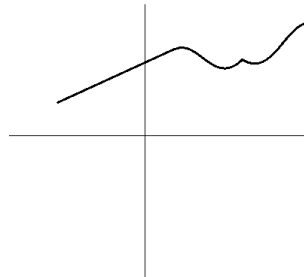


Gráfico C

La conclusión se extrae al verificar las condiciones requeridas por la definición que se maneja.

- *Tipología:* Trabajar con variables genéricas

Ejemplo: Si $\frac{a}{b} = 3$. ¿Cuál es el valor del cociente $\frac{a+3b}{a-b}$?

En este caso, se ha combinado el análisis abstracto requerido con condiciones concretas para establecer una relación entre lo general y lo particular.

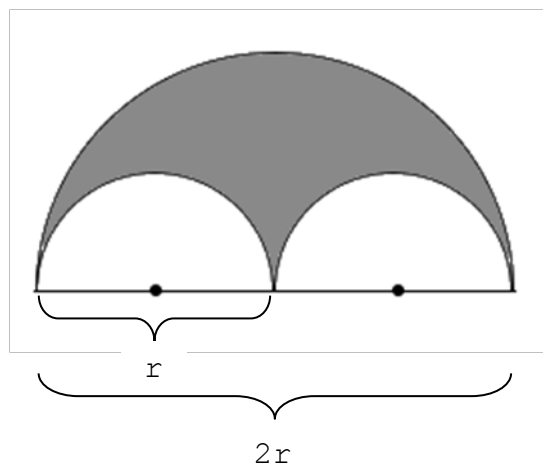
5. Geometría

- *Tipología:* Establecer inferencias mediante analogías

Ejemplo1: Dos círculos concéntricos son tales que el círculo interior y el anillo tienen igual área. Si el radio exterior r se conoce. ¿Cuál es el radio del círculo interior?

Ejemplo2: Calcular los 3 ángulos interiores de un triángulo sabiendo que están en progresión aritmética de razón igual a 20.

Ejemplo3: ¿Cuál es el perímetro de la región sombreada en la figura constituida por los semicírculos cuyos radios se indican?



En los tres ejemplos, la observación de propiedades geométricas, conjuntamente con la utilización de fórmulas apropiadas, conduce al resultado. En ellos se integra el álgebra y la Geometría.

6. Técnicas matemáticas

- *Tipología:* Aplicar método de coeficientes indeterminados

Ejemplos:

- ¿Cuánto debe valer m para que el cociente $\frac{2+3i}{2+mi}$ sea un número real?
- ¿Para qué valores de a y b $\left(\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}\right)^4$ toma la forma $a + b\sqrt{2}$?
- ¿Para qué valores de A, B, C se cumple que: $\frac{x^2-6x+2}{x^3+x^2-2x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2}$?

La comparación es utilizada en todos los casos, pero el inciso c) ilustra un caso que se utiliza posteriormente en la integración.

- *Tipología:* Determinar dominios mediante intersecciones

Ejemplo:

$$\text{¿Cuál es el dominio de la función } f(x) = \frac{\sqrt{5-x}}{\log(10-x^2)}?$$

El proceso de análisis y síntesis se manifiesta como una unidad.

- *Tipología:* Analizar comportamiento de gráficos

Ejemplo: ¿Cuál es el menor valor que puede tomar $x^2 + 8x$ si $x \in \mathbb{R}$?

La clasificación que se deriva del comportamiento puede llevar al concepto intuitivo de función convexa.

En el desarrollo de habilidades de manipulación de propiedades lógicas, el tipo de pregunta juega un papel importante. Por su forma, existen varios tipos que deben ser explotados:

1) Verdadero o falso.

Propician familiaridad con operaciones entre proposiciones y sus leyes. El formato de la pregunta puede ser: ¿Cuál de las proposiciones siguientes (asociadas a los datos del problema) es cierta (o falsa)?

2) Completar el sentido

Propician la fundamentación de un juicio. El formato de la pregunta puede estar constituido por una aseveración inconclusa que el estudiante debe completar correctamente mediante su selección.

3) Opciones negativas

Se introduce como opción de respuesta “ninguna de las respuestas anteriores” o “falta información”, con lo que se logra que los estudiantes busquen las propiedades que exige el ejercicio.

4) Contradicciones teóricas

Se muestran contradicciones con el objetivo de medir el dominio que posee el alumno acerca de hipótesis o propiedades teóricas requeridas. Señalamos a continuación dos posibilidades:

- Mostrar gráficos de representación de funciones con características inaceptables de acuerdo con los datos.
- Indicar valores que no cumplen con el logro de las restricciones requeridas.

5) Elaboración algebraica

La respuesta a seleccionar requiere modificaciones algebraicas que obliguen a la utilización de propiedades operativas

6) Rango lógico

En la mayor parte de las opciones deben proponerse respuestas dentro del rango permitido por las propiedades que se manejan, en particular pueden indicarse respuestas obtenidas a partir de considerar errores comunes en el tema abordado.

Ejemplo 1

Tipología de pregunta: Completar el sentido.

Dentro de la tipología temática de Álgebra, seleccionar la pregunta.

Si $3^x + 3^{-x} = P$, entonces $9^x + 9^{-x}$ es igual a:

Considerar el *rango lógico* en las diversas opciones a ofrecer, de acuerdo con las propiedades que se manejan. En particular se indican respuestas obtenidas a partir de errores comunes en la operatoria.

- A) P^2
- B) $P^2 + 2$
- C) $P^2 - 2$
- D) $P^2 - 1$
- E) $3P$

Ejemplo 2

En la tipología temática: Inferencia, escoger el tipo de pregunta: seleccionar respuestas verdaderas.

La pregunta es:

Con los círculos se ha formado la siguiente secuencia de figuras.



¿Cuál (es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera (s)?

- I. La décima figura de la secuencia está formada por 21 círculos.
- II. De acuerdo a la formación de la secuencia cualquier figura tendrá un número impar de círculos.
- III. La diferencia positiva en cuanto a la cantidad de círculos entre dos figuras consecutivas es 2.

Construir el conjunto para la selección con las características descritas

- A) Sólo I B) Sólo I y II C) Sólo I y III D) Sólo II y III E) I, II y III

Ejemplo 3

Para la tipología temática: Ecuaciones, escoger dentro del tipo de pregunta de selección de respuestas verdaderas una que requiera realizar transformaciones algebraicas sencillas a la modelación directa del problema.

La pregunta es:

¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite resolver el siguiente problema:

“Si te regalo la quinta parte de mis lápices y a Carmen le regalo 5 más que a ti, me quedo con 4”. ¿Cuántos lápices tenía?

El conjunto para la selección de respuestas es:

A) $\frac{2x}{5} + 5 = 4$

B) $\frac{2x}{5} + 5 = x$

C) $\frac{x}{5} + 9 = x$

D) $\frac{2x}{5} + 9 = x$

E) $\frac{x}{5} + 5 = 4$

■ Conclusiones

Las temáticas abordadas recorren importantes aspectos del conocimiento correspondiente a la enseñanza media. La concepción de la tipología de los ejercicios en correspondencia con los procedimientos típicos de los métodos de la investigación matemática, permite incidir en la formación de habilidades de modelación y de creación matemática, lo cual contribuye a la motivación por la matemática. Resultó funcional como guía metodológica, establecer la tipología de los ejercicios, pues permite la apropiada ampliación de la ejercitación en el contexto del objetivo propuesto. También se abordó la importancia de enfocar preguntas intencionadas

■ Referencias bibliográficas

- Álvarez, A. (2001). *Una estrategia pedagógica para el trabajo de formación vocacional profesional en el departamento docente de la enseñanza preuniversitaria*. Santiago de Cuba. Universidad de Oriente. Santiago de Cuba: Tesis presentada en opción al Título Académico de Master en Educación. CEES “Manuel F. Gran”.
- Argüelles Cortés, L., & Sosa Gómez, G. (2011). *Inferencias lógicas*. Santa Clara: Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- Columbié, Z. d. (2007). Orientación vocacional profesional en la etapa de preparación para la selección de la profesión del estudiante de preuniversitario. *Curso 100*. La Habana: Órgano Editor Educación Cubana. Ministerio de Educación, 2007.
- Cortés, L. A. (2018). *Bases metodológicas de la investigación*. Santa Clara: Universidad Central de Las Villas, No publicado.
- Gómez, Á. H. (2009). Una WebQuest para la orientación vocacional y profesional en Bachillerato. *Revista Científica de Educomunicación*, 215-221.
- González, V. (2002). Orientación educativa vocacional. Una propuesta metodológica para la elección y desarrollo. *Congreso Universidad 2002*. La Habana.
- Grañeras, P. (2009). *Orientación educativa: modelos institucionales y nuevas perspectivas*. . España. : CIDE.
- Mendoza Cedeño, I. G., Machado Ramírez, E. F., & Montes de Oca Recío, N. (2016). La orientación vocacional y la elaboración de los proyectos personales de vida. Tendencias y enfoques. *Cognosis. Revista de filosofía, letras y ciencias de la educación*, 67-84.

Quisaguano, E. C. (2017). La educomunicación como estrategia de orientación vocacional. *Revista de ciencias sociales y humanidades*, 27-34.

Anexo A

Inferencia

- Para una secuencia indicada por algunos términos, determinar alguna de las siguientes variantes: término n -simo, el siguiente al último dado, completar un término que falte, corregir un término errado, obtener un término pedido.
- Determinar una condición suficiente para el cumplimiento de alguna propiedad especificada.
- Ordenar de acuerdo con algún criterio dado.
- Comprobación por inducción completa.

Ecuaciones

- Formación descriptiva de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones, en particular utilizando por cientos.
- Resolución de sistemas cuadráticos
- Resolución de ecuaciones con radicales.
- Utilización de cuadrados mágicos.
- Resolución en términos de una relación entre variables.

Geometría y Trigonometría

- Determinación de un área sombreada
- Combinación de Geometría y Trigonometría
- Suma de ángulos formados por triángulos y rectas notables
- Ángulos notables entre circunferencias y cuerdas
- Longitudes entre vértices
- % constituido por el área calculada con respecto al total
- Combinación de Geometría y Ecuaciones

Álgebra

- Propiedades de las potencias
- Comparar fracciones
- Operaciones con monomios
- Operatoria con números pares
- Operaciones con radicales
- Despeje
- Comparación de números
- Propiedades del módulo
- Coeficientes indeterminados
- Desigualdades (a través de gráficas)
- Mínimo Común Múltiplo y Máximo Común Divisor

Funciones

- Evaluación
- Gráficos que representan dos funciones
- Leyes del logaritmo

Estadística

- Media y mediana con parámetros
- Combinaciones
- Problemas con promedios
- Valor utilitario del trabajo