

# Resolución de problemas por estudiantes talentosos

**Miguel Rodríguez - Pablo Gregori**

Universidad de Playa Ancha (Chile) – Universidad Jaume I (España)

## Resumen

Este artículo presenta parte de un estudio cuyo foco es el análisis de estrategias y procedimientos matemáticos que desplegaron estudiantes talentosos en un taller de resolución de problemas en la Quinta Región de Chile, utilizando el análisis implicativo como recurso estadístico. La metodología consideró el trabajo de un grupo de estudiantes que individualmente resolvían problemas según la temática en estudio, y a los cuales se les permitió explicar sus estrategias y formas de abordar los problemas planteados en forma socializada. Como principal hallazgo, se evidencia el uso eficaz de las estrategias ensayo y error, búsqueda de patrones y haz una lista, para resolver distintos problemas, que demandaron manipular un conjunto de números naturales consecutivos bajo una condición dada. Además, se describen los procedimientos matemáticos que se activaron a la luz de las estrategias utilizadas, y su relación con los contenidos matemáticos que los programas de estudio declaran.

**Palabras Clave:** Resolución de problemas, estrategias, talento

**ABSTRACT** This article presents part of a study that focuses on the analysis of strategies and mathematical procedures displayed by gifted students in a problem-solving workshop, which was implemented in the fifth region of Chile. The implicative analysis was used as statistic resource. The methodology considered the work that a group of students produced individually as they solved problems according to the topic of study. Additionally, these students were allowed to explain their strategies and methods, as well as to approach the proposed problems in a socialized way. Findings reveal the strategies used by students, which include trial and error, pattern recognition, make-a-list to solve different problems that demanded the knowledge of a set of consecutive natural numbers under a given condition. They also show the mathematical procedures that were activated when using the strategies, and their relation to the mathematical contents stated in the study plans.

## Introducción

El currículo escolar chileno organiza la enseñanza de la Matemática a través de cuatro ejes: Estadística-Probabilidades, Números, Álgebra y Geometría. A partir de ellos se

promueven cuatro habilidades fundamentales que son: representar, argumentar-comunicar, resolver problemas y modelar (MINEDUC, 2012). Estas habilidades, desarrolladas a través de los contenidos que cada eje incluye en el respectivo nivel de escolaridad, son evaluados a partir de una prueba nacional denominada "Sistema de Medición de la Calidad de la Educación" (SIMCE), y pruebas internacionales tales como el "Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes" (PISA) y el "Estudio de las Tendencias Internacionales en Matemáticas y Ciencias" (TIMSS), (MINEDUC, 2007).

### Antecedentes respecto del talento

Los estudiantes con talento evidencian características cognoscitivas que los diferenciarían de los demás estudiantes, por ejemplo, una buena memoria, un mayor conocimiento de base, mejores procesos autorreguladores, mayor velocidad en los procesos de aprendizaje, mejor representación de los problemas, mayor uso de estrategias elaboradas en el empleo del conocimiento, gran flexibilidad cognitiva y una mayor preferencia por la complejidad (Shore y Kanevsky, 1993). Además destaca en ellos un alto nivel de atención y concentración (Aretxaga, 2013), habilidades para trabajar con ideas abstractas y una mayor capacidad para establecer relaciones lógicas, sintetizar y efectuar generalizaciones (Artola et al., 2005; Martínez y Guirado, 2012; Aretxaga, 2013). Asimismo, dan cuenta de una mayor perspicacia en tanto son agudos observadores, lo que les permite descubrir con facilidad la idea o aspecto central de algún problema o fenómeno (Aretxaga, 2013).

### Sobre la investigación

Para dar cuenta de lo anterior, se implementó un taller de RP al interior de un programa para estudiantes talentosos que se dicta en una universidad de la ciudad de Valparaíso, Chile. El taller estuvo dirigido a estudiantes de 12 a 14 años, y su planificación incorporó problemas no rutinarios para estimular el uso de estrategias y procedimientos matemáticos con el propósito de identificar aquellos aspectos inherentes a las cualidades matemáticas que están en juego en la RP (Santos Trigo, 1997; Rodríguez y Parraguez, 2014). En este marco, el objetivo es dar cuenta de aquellos caminos de solución, las nociones e ideas matemáticas que se activan en los estudiantes y las estrategias que se ponen de manifiesto en función del tipo de problema que se plantea (Santos Trigo, 2007). Para el análisis de los datos, se incorporó el uso de estadística implicativa, cuyas sigla en francés es ASI (Analyse Statistique Implicative) (Gras, 2008; Orús et al., 2009), y el uso del software CHIC (Cohesive Hierarchical Implicative Classification) versión 6.0. Una de las motivaciones para el uso de este tipo de estadística obedece, fundamentalmente, a que ASI es un método exploratorio no simétrico que permite obtener indicadores como similaridad e intensidad de implicación, los que son calculados bajo un enfoque probabilístico (Gras et al., 2008; Orús et al., 2009).

### Análisis a un problema desarrollado en el curso de RP

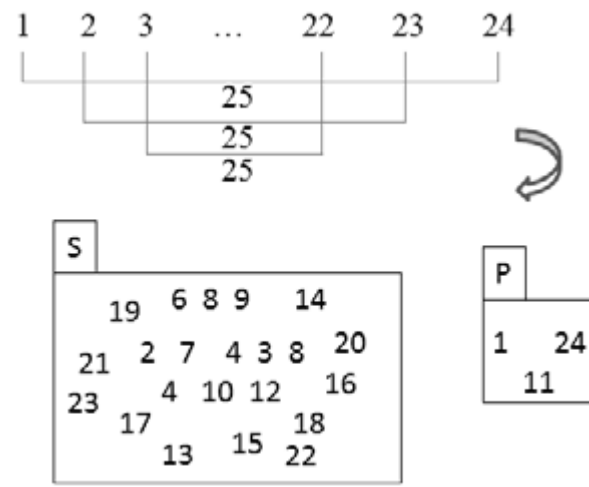
Problema: Dados los números del 1 al 24,

sepárelos en dos conjuntos, S y P, de tal manera que la suma de los números pertenecientes a S sea igual al producto de los números que pertenecen a P. Explique cómo resolvió el problema.

En la Tabla 1 se presenta una posible solución, utilizando un procedimiento que se asocia a un conjunto ordenado de números naturales consecutivos.

**Tabla 1**

*Posible resolución al problema en cuestión*

Descripción	Procedimiento
<p>En primer lugar, es necesario calcular “la suma máxima”. Para ello se recurre a una regularidad del conjunto de números consecutivos: <math>25 \cdot \frac{24}{2} = 300</math> El procedimiento matemático permite obtener la suma máxima y una pista, 25·12. Dos factores que pueden ayudar a dar respuesta a lo solicitado. Se puede, con un ensayo y error, averiguar qué ocurre con <math>24 \cdot 11 = 264</math>, descontando luego: <math>300 - (24 + 11) = 265</math>. Difieren en una unidad. Como 1 es el neutro multiplicativo, se puede escribir <math>24 \cdot 11 \cdot 1 = 264</math> y además <math>300 - (24 + 11 + 1) = 264</math>, como se pedía.</p>	 <p>The diagram illustrates the process of finding a solution. At the top, a sequence of numbers from 1 to 24 is shown. Brackets connect the numbers 1, 2, 3, ..., 22, 23, 24 to a central value of 25. Below this, a larger bracket connects the numbers 19, 6, 8, 9, 14 to the same value of 25. To the right, a curved arrow points from the 25 towards the sets S and P. Set S is a 5x5 grid of numbers: 19, 6, 8, 9, 14; 21, 2, 7, 4, 3, 8, 20; 23, 4, 10, 12, 16; 17, 13, 15, 18; 13, 15, 22. Set P is a 2x2 grid of numbers: 1, 24; 11.</p>

**Tabla 2**

*Los procedimientos matemáticos y estrategias del análisis a priori*

Procedimientos y estrategias asociadas a la resolución del problema	Rótulo
<p>Adiciona y multiplica números de manera arbitraria comprobando la condición dada. Suma el total de los números y descarta factores en función de dicha suma. Aplica relaciones aritméticas asociadas a números naturales Organiza los datos del problema Supone resuelto el problema Reduce el problema a otro más simple Aplica Ensayo y Error Busca regularidades</p>	<p>p1 p2 p3 eOd eSr eRp eEe eBr</p>

En atención a la información de la Tabla 2, es posible establecer conjeturas respecto del desempeño de los estudiantes al resolver el problema. Por ejemplo, éstos podrían proceder

según la eEey utilizar el **p1** o el **p2** sin hacer uso de la eBr. También podrían utilizar el **p2** en combinación con la **eBr**. Por otro lado, como se planteó en la Tabla 1, podrían utilizar el **p3** y

las eOd y eBr, lo que idealmente debería llevar a una de las respuestas del problema. En la Figura 1 destaca la clase (**p4, eBr**) que pone de relieve un procedimiento y una estrategia cuyo uso articulado demanda de un proceso de sistematización y organización por parte de quien las utiliza. Por otro lado, los estudiantes **E3, E10** y **E11** contribuyeron que a dicha clase

se conformara, los que a su vez tuvieron una participación destacada en el primer problema que se analizó. Esto pone de manifiesto la flexibilidad que existe en este tipo de estudiantes para adaptarse a nuevos requerimientos, variando los procedimientos en sintonía con los conocimientos que los programas de estudio declaran.

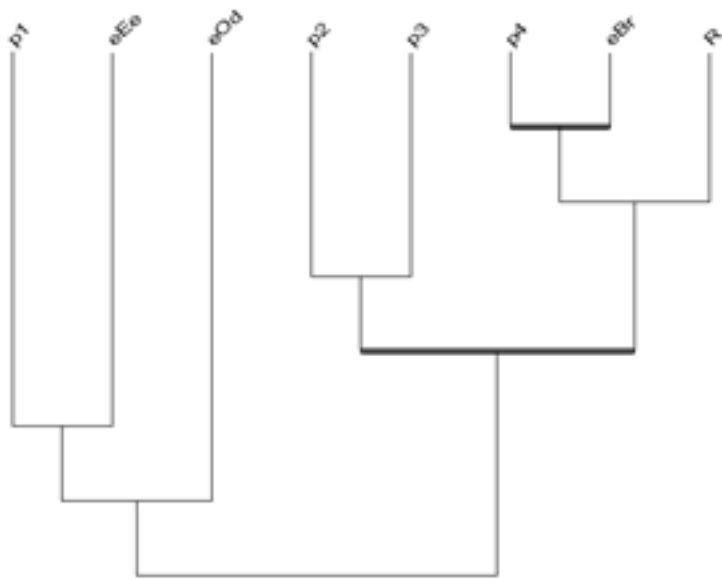


Figura 1. Árbol de Similaridad

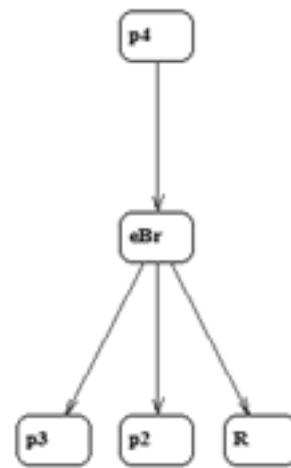


Figura 2. Grafo implicativo

En relación al grafo implicativo, Figura 2, se puede deducir que la utilización de un procedimiento más elaborado estimula el uso de otras estrategias y la activación de procedimientos más elementales inciden en la aproximación de la resolución del problema. En la Figura 1 se aprecia parte del desempeño del **E3**, quien logra distribuir correctamente los números dados.

**Conclusiones**

Las características propias de un estudiante con talento académico se manifestaron en el

desempeño en cada uno de los problemas analizados, ya sea utilizando variadas estrategias y procedimientos matemáticos o evidenciando flexibilidad para abordar los distintos problemas, desde las estrategias y procedimientos usados. Cabe destacar que para algunos estudiantes promedio, lo anterior podría resultar demasiado complejo y poco motivante.

Respecto de las estrategias que emplearon los estudiantes, en función del tipo de problemas que se planteó, éstas son equivalente a las utilizadas por un estudiante promedio, dado que el problema de alguna manera lo

sugiere: *ensayo y error, crear una lista, buscar regularidades*. La diferencia radica en la forma en cómo los estudiantes talentosos las utilizan, sistematizando la información que se despliega a medida que utilizan los distintos recursos, en definitiva, poniendo en juego el uso de un pensamiento matemático.

## Referencias

- Aretxaga, L. (coord.) (2013). *Orientaciones educativas. Alumnado con altas capacidades intelectuales*. Consultado el 18 de agosto de 2016 en: [http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/contenidos/informacion/dig\\_publicaciones\\_innovacion/es\\_escu\\_inc/adjuntos/16\\_inklusibitatea\\_100/100012c\\_Pub\\_EJ\\_altas\\_capacidades\\_c.pdf](http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/contenidos/informacion/dig_publicaciones_innovacion/es_escu_inc/adjuntos/16_inklusibitatea_100/100012c_Pub_EJ_altas_capacidades_c.pdf).
- Artola T., Barraca, J., Mosteiro, P. (2005) *Niños con altas capacidades: quiénes son y cómo tratarlos*. Madrid: Entha.
- Martínez, M. y Guirado, A. (2012) *Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar*. Barcelona: Graó.
- MINEDUC (2007) *PISA 2006: Rendimientos de estudiantes de 15 años en Ciencias, Lectura y Matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación/ Ministerio de Educación de Chile. Consultado el 10.1.2013 en <http://www.agenciaeducacion.cl//biblioteca-digital/archivos-pisa/.pdf>.
- MINEDUC (2010) *Orientaciones para la implementación del Decreto Supremo N° 170 en Programas de integración escolar*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación de Chile.
- MINEDUC (2012). *Ajuste curricular 2012*. Consultado el 12 de junio de 2013 de [http://www.ayudamineduc.cl/docs/informacion/info\\_guia/guia\\_ajuste.pdf](http://www.ayudamineduc.cl/docs/informacion/info_guia/guia_ajuste.pdf).
- Orús, P.; Zamora, L. y Gregori, P. (2009) (Eds.). *Teoría y aplicaciones del Análisis Estadístico Implicativo*. Primera aproximación en lengua hispana. Consultado el 02 de marzo del 2015 de <http://hdl.handle.net/10234/125568>.
- Rodríguez, M. y Parraguez, M. (2014). *Interpretando estrategias en Resolución de Problemas desde dos constructos teóricos: Un estudio de caso*. *Revista electrónica de investigación de la enseñanza de las ciencias*, 9 (2), 1-12.
- Schoenfeld, A. (1994). *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale: NJ, Erlbaum.
- Santos, L.M. (1997). *Principios y métodos en la resolución de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Iberoamericana.
- Santos, L.M. (2007). *Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos Cognitivos*. México: Trillas
- Shore, B.; Kanevsky, L. (1993) *Thinking processes: Being and becoming the gifted*, en Heller, K.; Monk, F. J. y Passow, A. (Eds.), *International handbook of research and development of giftedness and talent*, (pp. 133-147). Oxford: Pergamon Press