

## SECCIÓN ÁUREA, NÚMERO DE ORO Y ALGO MÁS...<sup>1</sup>

Cecilia R. Crespo Crespo- Christiane C. Ponteville

### INTRODUCCIÓN

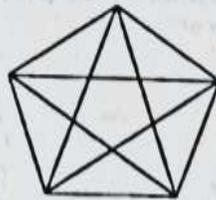
El Número de Oro no aparece en el programa de los cursos elementales de matemática de nuestro país, sin embargo, sugerimos que su introducción puede ser realizada como un trabajo práctico especial. Esta propuesta está motivada por razones diversas. Una de ellas es la aparición de problemas o tareas que no siendo familiares, dan posibilidad al alumno de desarrollar su iniciativa y su espíritu de indagación.

La estrecha vinculación de la Sección Áurea con momentos históricos precisos permite el estudio interdisciplinario. Por otra parte, los números de Fibonacci y los estudios del cuerpo humano de Leonardo da Vinci dan origen al estudio de la armonía en la naturaleza, las artes y la arquitectura.

La simplicidad algebraica de este tema permite con escasos recursos extraer conclusiones interesantes e incluso a veces inesperadas, dejando de lado largos y tediosos cálculos algebraicos sobre los cuales los alumnos se cuestionan permanentemente.

### EL NÚMERO DE ORO DESDE LA GEOMETRÍA

La escuela pitagórica (Siglo VI a. C.), utilizó como símbolo distintivo una estrella regular de cinco puntas. Un pentágono regular estrellado contiene en sí mismo una multitud de relaciones geométricas que, descubiertas por los pitagóricos, dieron origen al estudio de una proporción notable que siglos más tarde Luca Pacioli, en el Renacimiento, calificaría de *divina*.



Consideramos el modo en que se cortan dos diagonales de un pentágono. Vemos que cada diagonal queda dividida en dos partes que llamamos: *parte mayor* y *parte menor*. Los pitagóricos llegaron a reconocer la siguiente proporción:

$$\frac{\text{parte mayor}}{\text{parte menor}} = \frac{\text{segmento total}}{\text{parte mayor}}$$

A esta proporción la llamaremos, al modo pitagórico, Proporción Áurea o de Oro. Y en ella se encuentra el origen del descubrimiento con que ellos destruyeron un fundamento de su propia filosofía: la no existencia de segmentos incommensurables. Dicha razón es:

<sup>1</sup> Presentado en la X Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación Matemática Educativa y publicado en las memorias correspondientes- (pp 455-460)- Cayey, Ponce (Puerto Rico), Agosto 1996.

$$p = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618033989...$$

También Euclides en sus célebres "*Elementos*", la define utilizando su estilo propio: el axiomático. Definido este concepto, se pueden describir algunas de las cualidades por las que se distingue a esta proporción como por ejemplo su aparición recursiva. Si a un rectángulo cuyos lados están en proporción áurea se le quita el cuadrado de lado igual al menor, se obtiene nuevamente un rectángulo áureo. Obtenemos así una sucesión de rectángulos semejantes.

Se puede también construir una sucesión de segmentos áureos a la manera clásica: con regla y compás.

### APLICACIONES Y OBSERVACIONES ESTÉTICAS

A comienzos del renacimiento, Leonardo de Pisa (Fibonacci), trabajó sobre el problema de la procreación de los conejos que, a pesar de parecer un problema doméstico, conduce a la descripción de una sucesión llamada *sucesión de Fibonacci*, donde cada término es suma de los dos anteriores:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Es notorio observar que la razón entre dos términos consecutivos de esta sucesión tiende al Número de Oro.

Esta sucesión se puede reproducir en otra de rectángulos que tienda a un rectángulo áureo. Y observamos que, desde el punto de vista estético, resultan más agradables cuanto más se aproximan a ese límite. Luego, podemos animarnos a decir que el "*más bello rectángulo*" es aquel cuyos lados guardan la divina proporción.

En el arte se considera muy importante el canon, o sea el análisis de las relaciones entre las medidas de la obra creada. Para los neoclásicos, todos los cánones se expresan con relaciones racionales, sin embargo en el Renacimiento se introduce el Número de Oro como el canon artístico retomando esta idea de la cultura griega que lo hizo presente en la mayoría de sus objetos y construcciones como por ejemplo, el Partenón. También los mayas usaron la razón áurea para proporcionar templos y esculturas. Y en la actualidad es la elegida por las computadoras en los procesos de optimización.

Este número se hace presente en la naturaleza: en la disposición de las hojas alrededor del tallo (filotaxia), en la de las semillas en las flores del girasol, las escamas de la piña, el caparazón del caracol Nautilus, la tela que teje cierta araña...

También desde los egipcios se tuvo en cuenta el canon acerca de las proporciones del hombre. Son bien conocidos los dibujos de Leonardo da Vinci mostrando la presencia del canon áureo en el cuerpo humano y en los animales.

Ya en el siglo XX, el francés Le Corbusier consiguió unir la geometría de los rectángulos con la ergonomía humana para proponer una modulación razonable del espacio arquitectónico. Esta consideración se llamó el "*modulor*" y esta vinculada con los números de Fibonacci.

### ENCONTRANDO EL NÚMERO DE ORO A NUESTRO ALREDEDOR

A las propuestas de estudio anteriores, se les podría hacer la observación de que trabajan sobre ideas ya analizadas a las que sería factible que los alumnos tilden en cierto aspecto de subjetivas. Es

posible entonces que ellos realicen un experimento que aunque simple, les permita sentirse protagonistas de la matemática que están aprendiendo.

Propongamos tomar las medidas de los lados de una gran cantidad de objetos diversos de forma rectangular: tarjetas postales, cajas, ventanas, cuadernos, libros, etc., tabularlas y calcular la razón entre cada par de valores. Sobre la base del análisis estadístico de estos resultados obtenidos, se observa que la medida estética y funcional de nuestro alrededor tiende al Número de Oro:

*¡el promedio de las razones de un conjunto de rectángulos elegidos aleatoriamente se aproxima a  $\phi$ !*

Otro experimento cuyos resultados sorprenden consiste en presentar un conjunto de rectángulos de distintas proporciones y tomar una muestra aleatoria de personas a las que se les interroga sobre cuál les parece "más armónico". Del análisis estadístico de estas respuestas, surge nuevamente la idea de que nuestra cultura se encuentra influida por la Sección Áurea.

A partir de estos datos experimentales pueden introducirse herramientas estadísticas sencillas y extraer conclusiones interesantes, relacionando de esta forma la Geometría con esta área de la Matemática Aplicada.

### CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Las ideas de esta presentación fueron incluidas y trabajadas durante un curso de capacitación docente a profesores de nivel medio y superior, en el cual se introdujo el Número de Oro y la proporción áurea a través de problemas y reflexiones extraídos de los distintos momentos históricos en los que aparecen estas ideas.

El Número de Oro permite, como hemos visto en este trabajo, suministrar al docente un tema en que el alumno pueda razonar de manera creativa y distinta de como lo hace habitualmente y descubrir a través de la observación del mundo que nos rodea, cómo la Matemática se encuentra en la naturaleza y en las creaciones humanas.