

# UMA APLICAÇÃO DO CONCEITO DE SIMETRIA AXIAL PLANA VISANDO A UM ENSINO INTERDISCIPLINAR

Ana Maria Martensen Roland Kaleff\*

É importante, no ensino da Geometria da escola básica, que não nos limitemos somente a desenvolver conceitos, mas que busquemos contextualizá-los em campos cada vez mais amplos, relacionando-os com outras disciplinas fora do âmbito da matemática e interligando-os com a vida real. Ao se desenvolver com o aluno um conceito geométrico devemos levá-lo a observar como este conceito é aplicado na física, na biologia, nas artes, etc., através da busca do desenvolvimento de uma interdisciplinaridade a ser praticada nas nossas salas de aula. Neste sentido, por exemplo, muitas situações que envolvem aplicações do conceito de simetria axial podem ser observadas em outras áreas, fora da matemática e algumas são sugeridas a seguir.

No que se segue, buscaremos relatar algumas experiências que temos vivenciado na nossa prática de sala de aula, em cursos para treinamento de professores de primeiro e de segundo graus e em oficinas de Matemática realizadas para alunos de escolas públicas do Estado do Rio de Janeiro,

baseadas em atividades que fazem parte de um museu ativo que estamos desenvolvendo no Espaço-UFF de Ciências, em Niterói, com o auxílio de estagiários da Fundação Mudes, bolsistas de Iniciação Científica do C N P q e apoio do SPEC/PADCT/CAPES/MEC.

Suponhamos que já tenhamos trabalhado com nossos estudantes os conceitos de *pontos simétricos em torno de um reta* e de *simetria axial* ambos no plano, e que, portanto, já reconheçam visualmente as características básicas destes conceitos, isto é, suponhamos que eles já tenham construído uma estrutura de relações e, conseqüentemente, já sejam capazes de determinar o conjunto mínimo de propriedades que caracterizam uma simetria axial no plano.

Inicialmente, realizamos alguns exercícios de recordação e de introdução de termos comuns como o nome de *eixo de simetria* ou *linha de simetria* da reta de simetria que estabelece a simetria axial no plano, como por exemplo, nas duas atividades seguintes.

---

\* Docente do Departamento de Geometria da Universidade Federal Fluminense - Niterói - RJ.

### Atividade 1

Observando cada uma das figuras abaixo, você seria capaz de encontrar uma reta de tal forma que em cada figura fiquem determinados pontos simétricos em relação a esta reta?



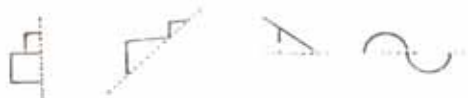
Estas retas que você encontrou são chamadas de *eixos de simetria* ou *linhas de simetria* da figura.

### Atividade 2

a) Quantos eixos de simetria admitem as figura abaixo?



b) Complete as figuras abaixo tornando as linhas pontilhadas eixos de simetria.



Observamos que, na atividade 2, mesmo professores do segundo grau

apresentam dúvidas quanto aos eixos de simetria do losango, pois traçam quatro eixos de simetria da mesma forma como o fazem para o quadrado. Essas dúvidas estão relacionadas com dificuldades que os professores apresentam por não dominarem as relações de inclusão de classe que existem entre o conjunto de todos os quadrados e o de todos os losangos. Na maioria dos cursos ministrados, houve necessidade de que examinássemos qual das seguintes relações é verdadeira: "se um quadrilátero é um quadrado então é um losango" ou "se um quadrilátero é um losango então é um quadrado". Muitas vezes houve necessidade de rever as características mínimas que determinam cada um desses conceitos para que pudessem concluir que a primeira relação é verdadeira.

A atividade que se segue é muito importante, pois através da manipulação das dobraduras de papel dá-se oportunidade para que surjam outras discussões sobre a obtenção de figuras simétricas e da análise de seus eixos de simetria, através, inclusive, do recorte de figuras em forma de silhuetas, rendas de papel, etc.

### Atividade 3

Usando dobraduras de papel, você é capaz de criar figuras simétricas?

Alguns professores dobram o papel construindo figuras

tridimensionais que apresentam algumas partes simétricas, como navios, chapéus, etc. Outros dobram o papel e, através de cortes com tesoura, constróem figuras planas simétricas. Aqui aproveitamos a oportunidade para discutir se a função simetria axial é uma função que tem como domínio e contra-domínio o plano euclidiano, ou se essa noção envolve, na sua concepção, o espaço tridimensional. Muitos professores, somente nesta oportunidade é que observam que as movimentações realizadas no espaço, ao se dobrar o papel, são um meio para se obter o produto final que deve ser uma figura plana e que as figuras com três dimensões, mesmo simétricas, não preenchem as condições de figuras simétricas advindas de uma simetria axial, como requerido, por não serem figuras de um mesmo plano.

Alguns professores citam atividades realizadas nos jardins de infância de se criar figuras simétricas por meio de borrões de tinta, obtidos ao se dobrar uma folha de papel sobre a qual se pingou tinta colorida.

Na atividade que se segue procura-se mostrar a importância da simetria axial para a botânica e incentiva-se um diálogo com o professor desta disciplina.

#### **Atividade 4**

*Traga para sala de aula algumas folhas de plantas.*

a) *Observe as figuras formadas pelas nervuras das folhas. Imagine que cada nervura poderia representar um segmento de reta. Desenhe o contorno de cada folha sobre o papel e marque suas nervuras.*

b) *Como são dispostas as representações das nervuras no seu desenho?*

- *Discuta com seus colegas como a representação das nervuras se dispõem no seu desenho.*

c) *Você reconhece linhas de simetria no seu desenho?*

d) *Pergunte ao seu professor de Ciências se essas observações são importantes para o estudo das plantas.*

Observa-se que poucos são os professores de matemática que, algum dia, tiveram a oportunidade ou a preocupação de sequer examinar os detalhes das nervuras de uma folha, quanto mais de se questionarem sobre estudos relacionados à botânica.

Com as atividades que se seguem, busca-se explorar, de um maneira bem objetiva, a pertinência do uso de espelhos no desenvolvimento das imagens simétricas e procura-se iniciar

um diálogo com os professores de física e de artes.

### Atividade 5

*O material concreto mais indicado para o desenvolvimento de figuras simétricas, além das dobras de papel, é o espelho plano.*

*- Você é capaz de justificar esta afirmação? Se não o for converse com o professor de Física ou de Ciências do seu colégio.*

*O material utilizado para esta atividade é um par de espelhos retangulares (10cm x 13cm) que são presos um ao outro através de uma fita gomada (por um dos lados de 10cm), formando uma articulação entre os espelhos. Além disto necessitamos de uma cartela de papel cartão com duas faixas de cores diferentes e uma cartela de papel cartão com uma faixa de papel quadriculado.*

*Tarefa:*

*1) Desenhe um segmento de reta sobre uma folha de papel. Posicione os espelhos articulados perpendicularmente à folha de papel. Observando as figuras formadas pelo segmento de reta e*

*suas imagens refletidas, obtidas variando-se a abertura entre os espelhos, verifique se:*

*a) É possível se formar estrelas?*

*b) É possível se formar triângulos?*

*c) É possível se formar quadriláteros?*

*d) É possível se formar polígonos convexos regulares?*

*e) É possível se formar polígonos convexos?*

*f) É possível se formar polígonos não convexos?*

*g) É possível se construir uma circunferência com este material?*

*h) Existe alguma relação entre a circunferência e os polígonos?*

*II) Fazendo uso da cartela de duas cores que você tem nas mãos e dos espelhos articulados refaça a primeira parte desta atividade.*

*a) O que você usará no lugar do segmento de reta?*

*- O que você observa?*

b) *Discuta com seus colegas as possíveis vantagens didáticas da utilização deste material.*

c) *Observe que todos os polígonos são subdivididos em triângulos pelas arestas refletidas nos espelhos.*

- *Como são estes triângulos nos polígonos convexos regulares?*

- *Acontece o mesmo com os polígonos convexos não regulares?*

d) *Em que posições você deve colocar os espelhos em relação ao segmento para garantir a construção de um polígono convexo regular?*

e) *Como você poderia fazer uso da cartela com papel quadriculado e dos espelhos articulados no estudo dos polígonos?*

Na segunda parte desta atividade, observamos que os alunos e até os professores têm dificuldades em realizar as tarefas com a cartela na qual estão pintadas duas faixas de cores diferentes, pois não observam que o segmento de reta anteriormente considerado na atividade será substituído pelo segmento de separação das duas

faixas coloridas.

Comumente, nos cursos de treinamento, ocorre uma longa discussão devido a essa última atividade pois, muitas vezes, até os professores têm dificuldades na colocação dos espelhos perpendicularmente à folha de papel; mas todos concordam que com as cartelas coloridas as figuras são muito mais bonitas e interessantes para serem observadas do que quando as mesmas são criadas a partir do segmento de reta traçado com um lápis sobre a folha de papel. A maior parte dos participantes se manifesta a respeito da beleza das figuras criadas e, algumas vezes, os adultos se revelam tão maravilhados e excitados quanto as crianças perante as suas criações. Muitos professores percebem, talvez pela primeira vez, que podemos tornar agradável o ensino da geometria e recuperar a **beleza** para as nossas salas de aula de matemática, através do uso de materiais concretos de baixo custo.

Os itens c), d) e e) sempre causam polêmica, pois alguns professores têm dificuldades em concluir que necessitam posicionar os espelhos verticalmente ao plano do papel, formando triângulos isósceles ou triângulos retângulos escalenos com o segmento de reta, para obterem polígonos convexos regulares. Estas atividades buscam também induzir a visualização de algumas situações de subdivisão dos polígonos em uma rede de triângulos, o que facilitará a

introdução do cálculo das áreas dos polígonos através das figuras formadas com o auxílio da faixa de papel quadriculado.

Uma das experiências mais interessantes que tivemos ao aplicar essas atividades ocorreu num curso de treinamento para professores de um escola católica, onde um padre se emocionou de tal forma, chegando a gritar, ao tentar visualizar uma circunferência através do fechamento dos dois espelhos articulados. Este padre chegou a dizer que "havia visto o infinito pela primeira vez", afirmando que "havia construído a circunferência".

Também observamos que muitos professores se questionam sobre a possibilidade da circunferência surgir numa situação onde pode ser apresentada como o limite de uma sucessão de polígonos regulares, quando o ângulo entre os espelhos tende a zero. Aproveitamos esta oportunidade para chamar a atenção sobre a importância do uso de materiais concretos para a visualização e para o desenvolvimento de conceitos matemáticos bem mais avançados, até mesmo no ensino de terceiro grau.

Numa outra ocasião, ao realizarmos essas atividades com crianças de 12-15 anos numa favela da cidade do Rio de Janeiro-Brasil, pedimos a um rapaz de 13 anos que tentasse criar um disco (evitamos usar o termo circunferência) usando os espelhos articulados. Ao chegar no

hexágono, após ter construído um quadrado e um pentágono, ele disse que já tinha um disco e não aceitou nenhuma outra sugestão para que continuasse o processo. Observamos que, mesmo tendo um instrumental concreto na mão, esse jovem não conseguia levar adiante a sua estratégia de ação, nem conseguia observar que havia possibilidade de continuar o processo e nem que a figura obtida não era a desejada. Parece que o que estava ali representado se assemelhava a uma imagem mental pré-estabelecida que ele possuía e isso lhe bastava, não o incitando a uma observação mais acurada nem ao desafio do estabelecimento de novas conjecturas. O comportamento passivo e irredutível desse rapaz, quando comparado com as observações de outros jovens, nos coloca perante questões pedagógicas e sociais que, talvez, transcendam a sala de aula.

Essas experiências, envolvendo pessoas tão diversas e acarretando manifestações tão opostas de comportamento, ampliam a nossa proposta inicial da busca de expansão e aplicação da Geometria na prática pedagógica com vistas a uma interdisciplinaridade. Essas experiências fortalecem nossas convicções quanto à importância de se pesquisar mais os efeitos da ação pedagógica para o desenvolvimento do pensamento abstrato, sem que, todavia, negligenciemos a busca de estratégias de

ensino que possam beneficiar cada vez mais indivíduos de diferentes formações e de diversas classes sociais.

## BIBLIOGRAFIA

- HOFFER, A. *Van Hiele - Based Research*. In: *Acquisition of Mathematical Concepts and Processes*, editado por R. Lesh and M. Landau. Academic Press, USA, 1983.
- KALEFF, A.M.M.R. Construindo o conceito de simetria em relação a uma reta: do jardim da infância ao 3º grau. *Boletim - GEPEM - USU*, nº 31, Rio de Janeiro (no prelo).
- LEDERGERBER, R.E.B. *Isometrias e ornamentos do plano euclidiano*. Atual Editora, São Paulo, 1982.
- JACOBS, H.R. *Geometry*. Freeman and Co, New York, 1974.

