

# Uma trajetória da disciplina de Análise e o seu papel para a formação do professor de matemática

Trajectory of Analysis's discipline and its role for the formation of the math teacher

---

SÍLVIO CÉSAR OTERO-GARCIA<sup>1</sup>  
ROSA LÚCIA SVERZUT BARONI<sup>2</sup>  
PAULA TALIARI MARTINES<sup>3</sup>

## Resumo

Neste artigo apresentamos os resultados de dois trabalhos já concluídos que foram realizados dentro do âmbito do projeto de pesquisa intitulado *A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática*, cujo objetivo é discutir as mais variadas questões relacionadas à problemática de que fala seu título. O primeiro trabalho traz um panorama de como a disciplina de análise vem se estruturando no que diz respeito aos seus objetivos, ementa e bibliografia em dois cursos de licenciatura em matemática; e o segundo, procura compreender o papel da disciplina de análise na licenciatura segundo coordenadores de cursos e professores da disciplina.

**Palavras-chave:** ensino de análise matemática; educação matemática no ensino superior; formação matemática do professor.

## Résumé

Dans cet article, nous présentons les résultats de deux travaux déjà conclus qui ont été réalisés dans le cadre du projet de recherche intitulé *La Discipline d'Analyse dans les Cours de Formation de Professeurs de Mathématiques*, dont l'objectif est de discuter des questions les plus variées concernant la problématique dont parle son titre. Le premier travail présente un panorama de comment la discipline d'analyse s'est structurée au fil des ans en ce qui concerne ses objectifs, son syllabus et sa bibliographie dans deux cours de mathématiques et le deuxième cherche à comprendre ce que pensent des coordinateurs de cours de formation de professeurs de mathématiques et des professeurs d'analyse du rôle de cette discipline.

**Mots-clés:** enseignement d'analyse mathématique; éducation mathématique dans l'enseignement supérieur; formation mathématique du professeur.

## Introdução

Vários pesquisadores já abordaram algumas questões a respeito da disciplina de análise em cursos de formação de professores de matemática, como Reis (2001), Pinto (2001), Moreira, Cury e Vianna (2005) e Ciani, Ribeiro e Júnior (2006). Também, dentro do nosso próprio grupo de pesquisa, trabalhos como Batarce (2003), Silva (2006) e Pasquini (2007), trataram da temática do ensino da análise matemática.

---

<sup>1</sup> Mestre em Educação Matemática – UNESP-RC. Doutorando em Educação Matemática – UNESP-RC, e-mail: silvioce@gmail.com.

<sup>2</sup> Doutora em Matemática – USP-SC. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP-RC, e-mail : rbaroni@rc.unesp.br.

<sup>3</sup> Mestre em Educação Matemática – UNESP-RC. Professora da Rede Pública de Ensino do Estado de São Paulo – SEE-SP, e-mail: paulataliari@yahoo.com.br.

Embora as supracitadas pesquisas tenham trazido valiosos elementos para se entender as mais diversas questões relacionadas à disciplina de análise, muitas questões ainda permanecem em aberto, dentre as quais: se os egressos dos cursos de licenciatura em matemática não acreditam que a disciplina de análise contribua para a sua atuação profissional, então pode-se dizer que ela não é importante para sua formação (CIANI; RIBEIRO; JÚNIOR, 2006)? Essa problemática teria relação com a falta de conexão entre cálculo e análise (PINTO, 2001)? Disciplinas que tratassem de números reais poderiam resolver o problema (PASQUINI, 2007)? Que conteúdos deveriam ser contemplados numa disciplina de análise para licenciandos (MOREIRA; CURY; VIANNA, 2005)?

Discutir o papel e a relevância da disciplina de análise em cursos de formação de professores de matemática é, assim, uma tarefa extremamente complexa, porém, acreditamos ser necessária e urgente; principalmente se levarmos em conta que as reformulações recentes das grades curriculares das licenciaturas no Brasil, desencadeadas por pareceres e resoluções do Conselho Nacional de Educação (CNE), notadamente o parecer CNE/CP 28/2001 e as resoluções CNE/CP 01/2002 e CNE/CP 02/2002, trouxeram ao lume discussões sobre o papel e a importância que determinadas disciplinas têm na formação do futuro professor.

Com o objetivo central de justamente dar conta dessa problemática anunciada que surge o projeto coordenado pela Profa. Dra. Rosa Lúcia Sverzut Baroni, *A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática*. É sua proposta, então, analisar os mais diversos aspectos envolvidos na questão de que fala seu título, sobretudo os históricos, abordando temas como: como a análise se constituiu como disciplina no Brasil; como a aritmetização da análise tem sido trabalhada, à luz da história, em cursos de licenciatura; que conteúdos podem ser caracterizados como componentes da estrutura da disciplina; qual a contribuição de matemáticos para o desenvolvimento da análise, tanto no Brasil como em nível mundial; como as licenciaturas têm trabalhado com essa disciplina; qual o movimento existente na busca da separação dessa disciplina nos cursos de licenciatura e de bacharelado; algumas propostas para o trabalho em sala de aula.

Dentro do âmbito do supracitado projeto, apresentamos neste artigo, os resultados de duas pesquisas já concluídas que o compõem: a primeira delas, Otero-Garcia (2011), procurou compreender como os programas de disciplinas de análise foram se estruturando em dois cursos de licenciatura em matemática; e a segunda, Martines (2012), o que pensam coordenadores de cursos e professores a respeito da disciplina de análise na licenciatura.

### **Uma Trajetória da Disciplina de Análise**

Nesta etapa, nosso objetivo é apresentar o traçado de uma trajetória da disciplina análise, com relação principalmente aos seus objetivos, conteúdo e bibliografia, em dois cursos de licenciatura em matemática: o da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da Universidade de São Paulo (USP), posteriormente transferido para o Instituto de Matemática e Estatística (IME), e o da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro (FFCLRC), posteriormente sob a responsabilidade do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE) da Universidade Estadual Paulista (UNESP).

Essa pesquisa foi puramente documental, com a coleta de grades curriculares e programas de disciplinas de cálculo e de análise diretamente nas seções de graduação das unidades pesquisadas ou em outros setores que mantivessem documentos de nosso interesse. Assim, a nossa perspectiva foi a de adotar a *análise de documentos* como o nosso método de pesquisa central, isso é, os documentos foram por si só, o alvo de estudo. Podemos dizer que os documentos são fontes de dados cuja análise objetiva atribui um significado a eles que é relevante para a pesquisa realizada. Nesse contexto, a análise de documentos pode ser vista como constituída de duas etapas: a primeira de *obtenção dos dados* e a segunda de *análise dos resultados*. Tais procedimentos metodológicos estão baseados principalmente em Bogdan e Byklen (1994), Tuckman (2002), Quivy e Campenhoudt (2003), Miles e Huberman (1994) e Flores (1994).

A coleta de dados foi iniciada junto ao arquivo do curso de matemática do IGCE da UNESP de Rio Claro. Foram obtidos programas oficiais das disciplinas de análise desde 1959 até 2011, com exceção dos anos de 1971, 1990 e 1991. A coleta de dados do curso de matemática da USP foi realizada junto aos arquivos do Centro de Apoio à Pesquisa em História (CAPH) da Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas (FFLCH) e da Assistência Acadêmica do IME. Para o período em que o curso funcionava na FFCL (1934 a 1970), foram coletados guias, anuários e programas. Da mesma forma como aconteceu com a UNESP, também não foi possível obter os documentos oficiais para todos os anos. Já a partir de 1970, quando houve a reforma universitária, a FFCL foi extinta e o curso de matemática ficou a cargo do recém criado IME, não se encontrou as dificuldades anteriormente relatadas, pois o IME publica anualmente, desde 1971, catálogos de graduação que contém o elenco das disciplinas do curso desse instituto, bem como as suas ementas.

Com relação à *análise dos resultados* foram seguidas as etapas de *redução*, *apresentação* e *conclusões*. Primeiramente, não houve dificuldades no processo de *redução*, uma vez que o estudo documental é bastante dirigido e o foco da pesquisa está nas grades curriculares e nos programas da disciplina de análise. Desse modo, os documentos

pesquisados por si só já foram os elementos que nos permitiram estabelecer relações e obter conclusões. Com relação à *apresentação*, realizou-se uma análise da informação disponível e forneceu-se uma visão de conjunto, já que o interesse nessa etapa era unicamente descritivo. As *conclusões* foram obtidas no percurso das etapas anteriores, uma vez que elas permitem que progressivamente se avance do descritivo para o explicativo e do concreto para o abstrato.

\* \* \*

O curso de matemática da UNESP de Rio Claro começou a funcionar em 1959, na FFCL de Rio Claro, que foi posteriormente incorporada à UNESP em 1976 e desmembrada em dois institutos: o IGCE e o Instituto de Biociências (IB). A partir dessa data, o curso de matemática ficou sob a responsabilidade do primeiro deles. Até 1976 a única modalidade oferecida era a licenciatura; nesse ano foi criada a modalidade bacharelado e dois anos antes, a licenciatura curta. Ainda que tenhamos realizado a coleta de material para as três, a nossa análise ficou centrada na licenciatura plena.

Na FFCL de Rio Claro, nos primeiros anos do curso, eram três as disciplinas de análise, que, por simplificação, podemos chamar de *Análise Matemática I*, *Análise Matemática II*, *Análise Matemática III*. Além dessas, havia uma quarta, chamada *Análise Superior*. De um modo relativamente grosseiro, *Análise Matemática I* tratava de pontos de funções de uma variável real. *Análise Matemática II*, funções de várias variáveis e equações diferenciais. *Análise Matemática III*, variáveis complexas e integração. Por fim, *Análise Superior*, teoria dos conjuntos, espaços métricos e topologia geral. Assim, as três primeiras *Análise*, podemos dizer, tratavam essencialmente de conceitos da análise, enquanto que a quarta, de espaços métricos e de topologia. Na realidade, notamos que não só conteúdos que hoje chamamos de topologia constavam em disciplinas com o nome de *Análise Superior*, como também nas próprias disciplinas de *Análise Matemática* havia uma forte ênfase topológica: pontos de topologia da reta e topologia geral eram recorrentes.

Cerca de cinco anos mais tarde, temos um primeiro sinal do processo de algoritmização dos cursos de análise: a mudança de nome das disciplinas. *Análise Matemática I* passa a ser chamada *Cálculo Diferencial e Integral*; *Análise Matemática II*, *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais*, só citando as duas primeiras. Entre a metade da década de sessenta e o começo da década de setenta, começam a ser oferecidas disciplinas optativas cobrindo conteúdos de análise; esse é o segundo ponto a favor da nossa hipótese de tendência de algoritmização dos cursos de *Análise Matemática* (i.e. tendência de aproximação desses cursos do que hoje entendemos como cálculo).

Ainda sobre esse período anterior ao da década de setenta, pudemos notar que a preocupação com a construção dos reais nos cursos de análise não é fato atual. Já em *Análise Matemática I* isso acontecia e *Cálculo Diferencial e Integral* acompanhou. Outra questão que nos parece pertinente levantar é a ordem com que os conteúdos eram dados. Nem sempre se seguiu a ordem canônica *limites, continuidade, derivada, integral*. Em alguns anos *derivada* era vista antes de todos os demais e continuidade somente à época dos tópicos de *integral*. Finalmente, é interessante notar que os *infinitésimos* ainda estavam presentes nas ementas das disciplinas de análise até o meio da década de sessenta, tanto para as funções de uma variável quanto para a de várias variáveis; o foco, no entanto, parecia claramente centrado em limites.

Já no início da década de setenta, quando as disciplinas anuais tornam-se semestrais, os conteúdos de *seqüências e séries* migraram do primeiro ano do curso para a disciplina de *Cálculo Avançado* (do segundo ano, antiga *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais*) que, ao nosso ver, pode ser considerada a primeira disciplina obrigatória específica de análise dada para o curso de licenciatura em matemática em questão. Não por acaso, em seu programa segue a seguinte observação: *revisão do cálculo diferencial e integral com mais ênfase no rigor e demonstração do teorema fundamental como Bolzano-Weierstrass, Heine-Borel, termo de função inversa, funções implícitas, teorema de Stokes geral etc.* Esse é, assim, nosso terceiro ponto a favor da hipótese da algoritmização dos antigos cursos de análise.

A bibliografia é o nosso quarto ponto: indicações comuns hoje em dia nos cursos de cálculo começam a aparecer nas disciplinas de *Análise Matemática* e sucessoras depois da segunda metade da década de sessenta e começo da de setenta. Paralelamente a isso, as obras mais comumente usadas em análise, se deslocam das *Análise Matemática* para as optativas de que falamos antes, bem como para *Cálculo Avançado*, citada no parágrafo anterior.

Convém destacar que se a primeira leva de disciplinas optativas de análise (década de sessenta) tratavam de conteúdos mais avançados dessa disciplina, a segunda, na década de setenta, já trazia, em alguns casos, o corpo geral das disciplinas de análise como conhecemos atualmente. É o caso de *Tópicos de Análise* de 1974. É nessas disciplinas optativas também que começamos a ver referências de autores brasileiros tão comuns hoje em dia, como os livros de Elon Lages Lima, Djairo de Figueiredo e Geraldo Ávila.

Com o curso já sob a responsabilidade do IGCE da UNESP, temos o movimento descrito anteriormente chegando a seus passos finais. São oferecidas em 1978 (para dois currículos distintos em vigor na época) as primeiras disciplinas de análise obrigatórias e específicas denominadas como *análise*. A primeira delas, de quarto ano, para os ingressantes de 1975, iniciava-se em *integração* e parecia complementar os conteúdos vistos em *Cálculo*

*Avançado*, oferecida para o segundo ano dessa turma, em 1976. Assim, para os ingressantes do currículo de 1975, tinha-se o par *Cálculo Avançado* e *Análise Matemática* como aquelas cujo mister era dar um tratamento mais rigoroso aos conteúdos do cálculo. A segunda disciplina obrigatória, de segundo ano, já para os ingressantes de 1977, retoma basicamente todo o programa de *Tópicos de Análise*, a optativa de 1974. É justamente esse programa que vai perdurar no curso, quase que sem nenhuma modificação, até 1993.

Após 1993, em suma, a disciplina apenas se desmembra em duas, *Análise Matemática I* e *II*. A primeira delas tratando de *números reais, seqüências de números reais, séries numéricas, limites de funções, funções contínuas, derivadas e fórmulas de Taylor e Aplicações*. E na segunda, *integral de Riemann, integração e derivação e seqüências e séries de funções*. E o processo finda aqui, visto ser esse o quadro geral da disciplina de análise no curso de licenciatura em matemática do IGCE da UNESP até ao menos 2011, quando se encerrou nossa pesquisa.

\* \* \*

O curso de matemática da FFCL da USP começou a funcionar ainda em 1934, data da fundação dessa faculdade. Em seus primeiros anos, a chamada licença era dada pelo Instituto de Educação ao bacharel formado pela FFCL. Posteriormente esse instituto foi incorporado à FFCL como uma de suas sessões (SILVA, 2000). Em qualquer dos casos, o futuro professor deveria cumprir três anos de disciplinas específicas e um quarto ano de pedagógicas (exatamente o chamado modelo “3+1”). O ensino era organizado em seções (e eventualmente sub-seções), cadeiras, e disciplinas<sup>4</sup>. Na FFCL da USP, eram três as disciplinas de análise nos primeiros anos do curso. A primeira delas, que chamaremos *Análise Matemática I*, era uma disciplina muito abrangente, tratava de conteúdos do cálculo diferencial e integral em uma e mais variáveis, geometria analítica, álgebra linear, equações diferenciais e variáveis complexas. Nas duas outras havia apenas indicações mais gerais, e a terceira tinha um caráter essencialmente monográfico.

O tratamento dado a essas disciplinas nesses anos iniciais era analítico. É particularmente curioso esse fato visto que a quantidade de conteúdos abarcados no programa de *Análise Matemática I* era enorme. Em linhas gerais é possível dizer que essa primeira disciplina de análise da FFCL da USP tratava de todos os pontos das três disciplinas de análise da FFCL de Rio Claro. Essa hipótese do tratamento analítico vem justamente das

---

<sup>4</sup> O curso de matemática estava subordinado à sub-seção de *Ciências Matemáticas* da seção de *Ciências* que contava com três cadeiras: *Geometria (Projetiva e Analítica)* e *História da Matemática, Análise Matemática e Mecânica Racional Precedida de Cálculo Vetorial*. Os nomes das disciplinas, muitas vezes, coincidiam com os nomes das cadeiras responsáveis.

notas de aula do Prof. Luigi Fantappiè e de Omar Catunda, docentes dessas disciplinas à época (SILVA, 2006; LIMA, 2006).

Alguns anos mais tarde, pouco a pouco, os conteúdos de *Análise Matemática I* foram se distribuindo para os demais anos de tal disciplina, que perderam seu caráter mais geral ou monográfico. Em 1942, por exemplo, *Análise Matemática II* contava com pontos de *números complexos*, *integrais múltiplas* e parte do conteúdo de *séries*, anteriormente vistos no primeiro ano. É em 1942 também que surge uma disciplina chamada *Análise Superior*, que em seus primórdios tratava de geometria diferencial e de equações diferenciais. Anos mais tarde, ficaria consolidada como uma disciplina de conteúdo topológico, sendo que em alguns anos nela eram tratados pontos da teoria da medida e integração de Lebesgue.

Na década de cinquenta, a distribuição dos conteúdos que estavam concentrados em *Análise Matemática I* é intensificada. Em 1951, há três anos de *Análise Matemática* e dois de *Análise Superior*. É precisamente nos programas desse ano que podemos começar a notar o processo de algoritmização dos cursos. Em *Análise Matemática II* já existem pontos de revisão de conceitos vistos no primeiro ano da disciplina. Dois anos mais tarde, é curioso destacar a existência de um quarto ano da disciplina tratando de pontos de geometria. Essa disciplina logo deixa de fazer parte da grade.

Já no fim da década de cinquenta, mais precisamente em 1959, vemos os conteúdos de revisão de *Análise Matemática II* ganharem mais corpo, aprofundando assim o processo de algoritmização do primeiro ano da disciplina. Na realidade, pudemos observar uma tendência geral do que podemos chamar de *deslocamento à direita* do tratamento analítico dos cursos. Ou seja, pouco a pouco o tratamento algorítmico dos conteúdos parece ter ficado centrado no primeiro ano de *Análise Matemática*, ao passo que o analítico nas disciplinas do segundo, terceiro ano e também em *Análise Superior*. Isso ficaria mais claro na metade da década de sessenta, com o surgimento das disciplinas *Cálculo Infinitesimal*, *Equações Diferenciais*, *Cálculo Avançado* e *Funções Analíticas*.

*Cálculo Infinitesimal* é a precursora das disciplinas de cálculo anos mais tarde completamente consolidadas no IME da USP. *Cálculo Avançado* é, ao nosso ver, a precursora mais próxima de uma disciplina específica de análise. *Equações Diferenciais* e *Funções Analíticas* já tinham um corpo muito semelhante ao das atuais disciplinas de *Equações Diferenciais Ordinárias* e *Variáveis Complexas*.

Já no IME, a separação do cálculo da análise – i.e., o oferecimento específico de disciplinas de cálculo e de análise – (e até mesmo da análise da topologia) é bem mais evidente: os licenciandos contavam com disciplinas específicas. Em 1971, destacamos

*Introdução à Análise e Funções Analíticas*. A segunda, muito parecida com a de mesmo nome oferecida nos últimos anos da FFCL, e a primeira, conforme já citamos, vinda do *Cálculo Avançado* e também do *Cálculo Infinitesimal*.

Essas duas disciplinas sofreram poucas alterações. *Introdução à Análise* ainda mantinha um forte apelo topológico até pelo menos 1986, quando já é chamada *Introdução à Análise Real* (sua denominação foi alterada três anos antes). Nesse ano, seu programa perde o apelo topológico e já tem fortes semelhanças com a estrutura geral de um curso de análise nos moldes atuais. Em 1994, a disciplina passa a contar com alguns pontos que antes estavam presentes em *Introdução à Análise Complexa* (anteriormente *Funções Analíticas*, mudou de denominação também em 1983). Então volta a ser chamada apenas *Introdução à Análise*.

De certo modo, em 2002, com a última alteração nos conteúdos de *Introdução à Análise* (são seus pontos: seqüências e séries numéricas, séries de potência e propriedades, desenvolvimento de funções em séries de potência, séries de Taylor e de Fourier, a construção de  $\mathbb{R}$ , expansão decimal dos números reais, demonstrações de alguns teoremas do cálculo), encerra-se uma segunda tendência observada nas disciplinas de análise nesse curso de licenciatura: a sucessiva diminuição dos conteúdos tratados com maior rigor.

\* \* \*

Tanto no curso de matemática da FFCL da USP quanto no da FFCL de Rio Claro, podemos dizer que as disciplinas de *Análise Matemática* claramente mostravam-se uma espécie de eixo condutor do curso até então, não por acaso, abarcavam diversos conteúdos como cálculo em uma e várias variáveis, equações diferenciais, variáveis complexas, álgebra linear e topologia. Conforme vamos esclarecer logo mais, o movimento da disciplina nas duas instituições seguiu basicamente a mesma linha, em geral, as modificações primeiro aconteciam no curso da USP, para depois aparecerem no da FFCL de Rio Claro, com poucas exceções.

Na USP, observamos um início de tendência de especialização do ensino de análise a partir da década de quarenta, com a criação da cadeira de *Análise Superior*, e, de forma acentuada na década seguinte, na qual já se nota que os conceitos da análise parecem estar mais focados nas disciplinas de *Análise Matemática* do segundo e do terceiro anos, enquanto que a parte algorítmica parece mais forte no primeiro. Esse movimento fica mais claro na década de sessenta, primeiramente com a separação da cadeira de *Análise Matemática* em *Cálculo Infinitesimal* e *Equações Diferenciais*, e depois com o surgimento da disciplina de *Cálculo Avançado*. Finalmente, na década de setenta, após a reforma universitária, a separação do cálculo da análise é, de certo modo, efetivada; e, em seguida, da análise da topologia, quando, na década de oitenta, aquela deixa de tratar de conteúdos desta.



No curso da FFCL de Rio Claro o movimento foi semelhante. Salvo diferenças pontuais, conforme já dissemos, podemos notar que de modo geral as modificações ocorridas no curso da USP anos mais tarde aconteciam também no da FFCL de Rio Claro.

Assim sendo, observamos nesse curso também o processo de algoritmização das antigas disciplinas de análise, notado por meio do oferecimento de optativas específicas, bibliografia cada vez mais próxima das dos cursos de cálculo e a presença de tópicos de revisão com aprofundamento em *Cálculo Avançado*. Dessa forma, o tratamento mais analítico pouco a pouco foi se concentrando no *Cálculo Avançado* e nas optativas, até culminar na separação total do cálculo da análise, no fim da década de setenta – portanto quase dez anos depois do processo semelhante na USP –, com o oferecimento da primeira disciplina obrigatória específica de análise já denominada como tal. Por outro lado, o que chamamos de separação da topologia da análise (leia-se, os cursos de análise deixarem de ter um apelo mais topológico), aconteceu mais cedo na FFCL de Rio Claro e no IGCE que na USP. De fato, à época do oferecimento da primeira obrigatória de análise, a disciplina já tinha a estrutura muito parecida com a dos cursos de análise de hoje em dia; já na USP, isso aconteceria apenas depois da metade da década de oitenta.

Esse movimento de algoritmização dos antigos cursos de análise e especialização do ensino dessas três disciplinas, quais sejam, cálculo, análise e topologia; parece ter relação com o próprio processo de institucionalização da análise matemática no Brasil, conforme descrito por Toledo (2008). Em seu estudo, o pesquisador aponta que até meados da década de sessenta, o campo de investigação em análise no País não estava dissociado das pesquisas matemáticas em geral. O caráter mais específico dessa área se daria apenas nas décadas de sessenta e setenta. Podemos, assim, notar uma coincidência de tempos que pode indicar uma espécie de processo dinâmico no qual a especialização da área de análise se reflete no ensino dessa, com conseqüências claras para as disciplinas que tratam dela. Também, agregando-se esses fatos aos nossos resultados, não nos parece estranho ter disciplinas de análise tratando de conceitos que, hoje, possam nos parecer tão adversos à área, tampouco observar disciplinas de topologia sendo trabalhadas sob o nome de *Análise Superior*.

É interessante, ainda, destacar uma diferença básica que se deu entre os dois cursos depois do processo de especialização do ensino de análise. Enquanto que no curso da UNESP as disciplinas de análise da licenciatura mantiveram um núcleo comum com o bacharelado (*Análise Matemática I e Análise Matemática II*), no curso do IME, havia disciplinas distintas de análise para cada modalidade desde os primeiros anos do curso nessa unidade (1971).

Portanto, os resultados que apresentamos, bem como o acima exposto, nos permitem observar que embora o ensino de análise já estivesse presente no início do curso, o que entendemos por uma disciplina de análise hoje em dia só começa a ganhar forma na década de quarenta quando do oferecimento de tópicos específicos de análise no segundo ano de *Análise Matemática* e efetivamente se torna uma disciplina na década de sessenta, com *Cálculo Avançado*. Já os seus conteúdos, ao longo do tempo, sempre tiveram um caráter de retomada do cálculo, inclusive com relação à sua seqüência.

Isso posto, podemos dizer que no curso de matemática da FFCL de Rio Claro e do IGCE da UNESP não havia disciplinas específicas de análise ou de cálculo nas décadas de cinquenta e sessenta, tendo sido essa distinção efetivada após a década de setenta. De modo semelhante, os conteúdos de análise eram ensinados no curso de matemática da USP desde a sua criação em 1934, entretanto, o que entendemos por uma disciplina de análise hoje em dia só começa a ganhar forma na década de quarenta e efetivamente compõe a grade do curso na década de sessenta. Além disso, em ambos os cursos, os conteúdos trabalhados nos atuais cursos de análise, bem como a sua seqüência, foram herdados daqueles primeiros cursos que indistintamente tratavam do cálculo e da análise e não sofreram maiores transformações ao longo dos anos. Também, uma vez estabelecidas as disciplinas específicas de análise na década de setenta, sua estrutura geral pouco se alterou até os dias de hoje.

\* \* \*

Como explicitado anteriormente, a nossa análise de resultados centrou-se em três pontos: objetivos, conteúdo e bibliografia da disciplina. Assim, é cabível destacar esses três itens com relação aos resultados mais gerais já apresentados.

Encontramos dificuldades em obter os objetivos das disciplinas de análise, pois esse campo nem sempre esteve presente nos programas dessa disciplina. No caso da USP, só o encontramos após a reforma universitária e a transferência do curso de matemática para o IME. Dessa forma, para o período que vai de 1934 até 1970, não temos nenhuma informação a respeito. Para o curso da FFCL de Rio Claro e do IGCE da UNESP, há pouca uniformidade. Em alguns programas mais antigos encontramos os objetivos, enquanto que em alguns mais novos, não. Seja como for, com o passar dos anos, a freqüência com que esse campo apareceu foi sucessivamente maior. Nossa intenção ao querer analisar os objetivos das disciplinas de análise era verificar a questão da preocupação com a formação de professores de matemática e também procurar indícios da importância de tal disciplina nessa formação.

No curso da FFCL de Rio Claro e do IGCE da UNESP, não encontramos nenhuma justificativa que contemplasse a questão da importância da disciplina de análise para a

formação do professor de matemática, além disso, sequer a questão da formação do professor é citada alguma vez. O campo *objetivos*, na realidade, pouco se alterou, sempre falando apenas da questão da formação do matemático (profissional) ou da retomada com mais rigor de conceitos do cálculo diferencial e integral. A citação da formação do matemático denota uma maior preocupação do curso com a modalidade bacharelado em detrimento da licenciatura. Já a inércia, da pouca preocupação com o item objetivos; mesmo em anos em que o programa como um todo sofria grandes alterações, os objetivos se mantinham os mesmos, *ipsis litteris*.

Esse quadro não difere muito do caso do curso da USP, no qual também não encontramos nenhuma indicação mais clara da importância de uma disciplina de análise para a formação do professor. Porém, alguns programas das disciplinas de análise das décadas de 1980 e 1990 ao menos citavam essa preocupação ao dizer, ainda que sem pormenores, da importância da disciplina para o futuro professor secundário.

Com relação aos conteúdos, da mesma forma que, de um modo geral, a disciplina de análise veio de uma raiz comum a do cálculo – i.e, aquelas primeiras disciplinas chamadas de *Análise Matemática* –, os conteúdos da disciplina, em particular, também seguiram esse caminho. Dessa forma, se compararmos os conteúdos de *Análise Matemática I* e *Análise Matemática II* atuais do IGCE da UNESP, com os primeiros cursos de análise ainda na FFCL de Rio Claro, notaremos poucas diferenças com relação à ordem e pontos tratados. Da mesma forma se o fizermos com o curso da USP. A única diferença mais marcante é a questão do tratamento topológico, muito mais acentuado nos primeiros anos desses cursos, e particularmente bastante presente no do IME até a década de oitenta.

Destarte, podemos dizer que a ordem geral e os pontos tratados nas atuais disciplinas de análise vêm daquelas antigas disciplinas de *Análise Matemática*, notadamente as do primeiro ano, que tratavam das funções de uma variável real. Isso pouco se alterou com o decorrer dos anos. Conteúdos como construção dos reais, muito em voga atualmente, estavam presentes desde essas primeiras disciplinas, apenas oscilando de ano a ano, ou seja, por vezes se mostravam presentes, por vezes não; saíam dos programas, anos depois, voltavam.

Até agora olhamos essa questão dos conteúdos sob o ponto de vista atual: temos um quadro geral dessa disciplina nos dias de hoje e estamos interessados em saber como os conteúdos caminharam até esse ponto. Podemos ver essa questão sob outro ponto de vista: que conteúdos tinham um tratamento rigoroso nesses cursos de licenciatura em matemática? Visto sob esse ângulo, a conclusão a que chegamos foi: esses conteúdos foram drasticamente reduzidos com o passar dos anos. De fato, nos primeiros anos dos dois cursos analisados, era

dado um tratamento mais analítico não só aos pontos de funções de uma variável real, mas também a de várias variáveis, variáveis complexas, equações diferenciais. Até mesmo pontos de medida e integral de Lebesgue eram tratados. Com o tempo, à licenciatura foi deixada apenas o tratamento rigoroso das funções de uma variável, sendo aos demais dado apenas o tratamento algorítmico. Na realidade, esse movimento não foi exclusivo da licenciatura. De um modo geral, parece que os cursos foram ficando ano a ano mais “leves”, tanto que alguns programas que encontramos nas décadas de trinta, quarenta e cinquenta hoje em dia são de disciplinas de pós-graduação, o mesmo vale para bibliografias indicadas, e nos ocuparemos de comentar isso agora.

A relativa inércia que descrevemos com relação aos objetivos e conteúdos também pode ser notada com relação à bibliografia. Muitas das referências utilizadas nos primeiros anos do curso ainda podem ser encontradas em ementas de disciplinas atuais, esse fato se torna mais evidente quando consideramos apenas as disciplinas específicas de análise. Obras comuns hoje em dia como as de Bartle, Rudin, Ávila, Elon e Djairo, começaram a ser adotadas logo quando tiveram as suas primeiras edições publicadas, pelo começo da década de setenta, e de lá para cá, mantiveram-se presentes nos programas das disciplinas.

Por fim, retomando a discussão iniciada há dois parágrafos quando falávamos dos conteúdos, observamos também, notadamente antes da década de oitenta, que uma boa parte das referências bibliográficas lá presentes hoje são indicações de disciplinas de pós-graduação. São os casos, por exemplo, de Widder, presente no mestrado em Matemática Universitária da UNESP de Rio Claro; e todas as referências das disciplinas (excetuando-se Goffmann e Pedrick) *Cálculo Avançado e Equações Diferenciais e Análise Superior: Análise Funcional* de 1967 da FFCL de Rio Claro, presentes na disciplina *Tópicos em Análise Funcional* do Mestrado em Matemática da Universidade Estadual de Maringá.

\* \* \*

De uma maneira geral, por fim, tanto na FFCL de Rio Claro, quanto na FFCL da USP, os primeiros cursos de *Análise Matemática* eram uma espécie de eixo condutor do curso de matemática. Em ambos, não havia disciplinas específicas de análise ou de cálculo, tendo sido essa distinção/separação efetivada em meados das décadas de sessenta e setenta. Esse movimento se deu por meio do processo de algoritmização pelo qual passaram os primeiros cursos de análise que, num primeiro momento cumpriam tanto a parte rigorosa quanto a algorítmica. Entretanto, a ênfase aparentemente dada era a analítica que, pouco a pouco se perdeu, migrando para as disciplinas optativas, até ser reincorporado novamente ao curso já em disciplinas específicas de análise. Paralelamente a isso, os antigos cursos de análise

também paulatinamente foram se aproximando dos atuais cursos de cálculo. Desta etapa, assim, concluímos algo que já tínhamos em mente e que, claramente nos guiou: a disciplina de análise está cristalizada, i.e., sua estrutura geral pouco se alterou ao longo desses anos, apesar das modificações políticas e filosóficas por que passaram os cursos de formação de professores de matemática.

### **O Papel da Disciplina de Análise para a Formação do Professor de Matemática**

Nesta segunda etapa, fomos ouvir quatro professores que ministram a disciplina de análise na licenciatura e quatro coordenadores de curso. Entende-se que os professores e coordenadores que trabalham diretamente com os licenciandos possuem uma compreensão do papel da disciplina mais próxima da realidade dos cursos de licenciatura, e por essas razões, podem contribuir para as discussões e reflexões sobre o papel da análise na formação do professor.

Essa pesquisa fundamenta-se na metodologia qualitativa por sua natureza compreensiva, que não busca leis ou generalizações de resultados, mas uma compreensão profunda daquilo que se investiga. Os dados da pesquisa com os professores e coordenadores foram coletados por meio de entrevistas semiestruturadas, que são aquelas em que há um roteiro prévio de questões, mas há também a flexibilidade de inserir perguntas em seu decorrer.

A coleta dos dados foi realizada em quatro instituições públicas de ensino superior do estado de São Paulo, que oferecem cursos de matemática, nos quais a disciplina de análise é ministrada especificamente para licenciatura. Em cada uma delas, portanto, entrevistou-se um professor e o coordenador de curso<sup>5</sup>, totalizando os oito entrevistados.

Dois instituições foram escolhidas por apresentarem uma caracterização bastante peculiar ao trazerem nos nomes das disciplinas de análise o direcionamento para o curso de licenciatura. São disciplinas recém criadas, sendo que, anteriormente eram ministradas em conjunto com outras modalidades existentes nas instituições. Outra instituição foi escolhida por apresentar na grade curricular uma disciplina clássica de análise, que apesar de anual, pode ser considerada representante das disciplinas que comumente recebem os nomes de *Análise I* e *Análise II*. A quarta instituição apresenta em sua grade curricular uma disciplina

---

<sup>5</sup> Os coordenadores que participaram da pesquisa eram os que ocupavam o cargo no período da coleta de dados (entre 2011 e 2012). Por esse motivo, para que seja mantido o anonimato desses coordenadores, optou-se por omitir o nome das instituições pesquisadas. Já com relação aos professores, a indicação foi feita pelos coordenadores dentre aqueles que tinham grande experienciar em ministrar a disciplina de análise (não necessariamente no período da coleta de dados).

semestral de introdução à análise e foi escolhida por apresentar um discurso de preocupação específica com a formação de professores.

O procedimento de análise dos dados da pesquisa baseou-se na análise textual discursiva descrita por Moraes (2003), cujo ciclo proposto é composto por três elementos: a unitarização, categorização e comunicação. A unitarização ou desmontagem dos textos é um processo que exige o exame minucioso do material das transcrições das entrevistas para fragmentá-lo de modo a encontrar unidades de significado, que são enunciados referentes ao fenômeno estudado. Após definir as unidades de significado, parte-se para o estabelecimento de relações entre elas, processo chamado de categorização, que consiste em combinar e classificar as unidades de análise, constituindo as categorias. Após os processos de unitarização e categorização o pesquisador estará impregnado pelos dados, o que possibilitará uma compreensão renovada do todo, sendo esse o último estágio do ciclo de análise, constituído pela comunicação da nova compreensão atingida pelo pesquisador. O processo de análise dos dados da pesquisa resultou na constituição de três categorias referentes ao papel da disciplina de análise em cursos de formação de professores.

Na seqüência, serão apresentadas as categorias, as unidades de significados que as constituíram, e serão expostas algumas considerações. Os professores e coordenadores que foram entrevistados estão identificados, respectivamente, com letras maiúsculas P e C, acompanhadas de um número que representa uma das quatro instituições a que pertencem esses entrevistados.

\* \* \*

*Categoria 1: O papel da disciplina é fundamental o conhecimento matemático do futuro professor, a análise não é uma disciplina de aplicação direta na prática docente.*

C4: Eu acho que é uma disciplina importante [...] talvez não diretamente para as aulas que o professor vai dar, mas para a formação, para o fechamento, para o entendimento. Afinal de contas, o professor fala desde a sétima série de números reais, e talvez nem ele mesmo saiba o que são esses números reais. A disciplina de análise poderia pelo menos dar uma gênese do conceito de números reais para o professor, talvez ele continue falando para os alunos... Mas se pelo menos ele souber do que está falando [...].

C1: De fato, ele nunca vai falar de análise real naqueles níveis [fundamental e médio], nunca vai falar explicitamente, mas eu tenho certeza que ele vai usar quando ensinar números naturais, números inteiros, números racionais, números decimais.... Ele vai usar, não com aquela rigorosidade, não com aquela ênfase, não com aquele formalismo.

P4: Eu acho que tudo depende dos estudantes tomarem consciência de que, o que estão fazendo aqui, não é o que será feito na escola. Essa disciplina precisa ter uma conexão com o ensino e ao mesmo tempo precisa procurar

aprofundar coisas. Mas não necessariamente você vai discuti-las desse jeito [quando for para escola básica].

P4: Há uma série de coisas que ficam dentro da disciplina de análise e que o professor deveria saber, não é que ele vai ensinar essas coisas.

P4: O estudante fala: eu não vou ensinar análise, para que eu tenho uma disciplina de análise? É para você ter muito mais bagagem, não é exatamente porque você vai ensinar...

P4: As verdades e o rigor da disciplina são para a compreensão do professor.

C2: É importante que o professor saiba por que funciona aquilo que ele está ensinando, não é que ele vai ensinar aquilo...

C1: O aluno pensa que nunca vai ensinar aquilo, está certo, ele nunca vai ensinar dessa forma, ele vai ensinar números reais de outra forma, a linguagem vai mudar, mas os conteúdos, no fundo, bem lá no fundo são os mesmos.

P3: Um dia esse atual aluno vai ser um professor que vai ensinar os seus alunos, vai trabalhar com números, então ele precisa saber muito mais profundamente. [...] Depois é claro que lá no futuro, ele vai procurar maneiras de adequar o que aprendeu aqui, que vai ser muito mais do que ele vai ensinar para o aluno, mas ele já viu aqui.

P4: O professor precisa arredondar, simplificar e colocar de uma maneira intuitiva uma série de coisas que serão feitas com os alunos.

P4: Há uma série de conexões que o futuro professor vai omitir, vai limpar, ele vai preparar o assunto do modo como vai compartilhar com o aluno, ele vai tirar determinados detalhes... Mas o professor tem conhecimento de que tem muito mais coisa sobre aquele assunto do que o que está falando na aula.

P4: Se você for discutir com um estudante de ensino superior ou com um matemático, eles podem achar seus argumentos muito bons, esses não seriam necessariamente os argumentos que você usaria com uma criança ou com um adolescente. Isso significa que um belo argumento e uma forma correta de falar para certa comunidade teriam que ser revistos para as necessidades que você vai ter com os seus alunos.

Essa primeira categoria apareceu fortemente no decorrer das entrevistas e evidencia que a disciplina de análise não é de aplicação direta na prática docente. O papel da disciplina é fundamentar o conhecimento matemático do próprio professor, que mesmo *omitindo* certas informações aos seus alunos, ao menos tem conhecimento daquilo que está falando.

Os depoentes reconhecem que a forma de argumentação utilizada na disciplina não é a mesma que o futuro professor utilizará com seus alunos, e é por isso que não se trata de uma disciplina de aplicação direta na prática docente. E, além disso, apesar de muitas vezes o futuro professor não ver relação entre a disciplina e a sua prática, essa relação existe, mesmo que de forma sutil, principalmente no que diz respeito aos conjuntos numéricos.

Com relação a essa categoria, pode-se questionar como as abordagens usuais nas disciplinas de análise podem contribuir de forma concreta para o aprofundamento do conhecimento matemático visando à prática docente. Moreira, Cury e Vianna (2005) apontam estudos que têm mostrado que conhecer a *matemática avançada*<sup>6</sup> nem sempre significa dar conta de responder às questões que se colocam na prática docente escolar. Certamente o termo ‘nem sempre’ dá margens para todas as possibilidades, no entanto, considera-se importante analisar como o enfoque da matemática avançada contribui efetivamente para a prática docente, ou se esse enfoque representa apenas um padrão internalista construído e validado historicamente.

Para os depoentes, a disciplina de análise fundamenta o conhecimento do próprio professor, contudo, os mesmos apontam que será preciso adequar a maneira como o futuro professor irá utilizar esses conhecimentos em sua prática, considera-se que esse seja um ponto delicado dessa categoria. Será que encontrar o *modo apropriado* de falar com os alunos é uma tarefa simples? Será que o futuro professor conseguirá em sua prática transformar o conhecimento adquirido da disciplina, de modo rigoroso e formal, em um conhecimento acessível para seus alunos?

Shulman (1986), ao tratar de conhecimentos necessários à formação docente conceitua o conhecimento pedagógico do conteúdo que basicamente consiste em buscar maneiras de formular e apresentar o conteúdo de forma a torná-lo compreensível para os alunos (isso envolve: analogias, exemplos, explicações, demonstrações), ou seja, o docente precisa ter uma compreensão flexível e multifacetada que lhe permita oferecer explicações alternativas dos mesmos conceitos. Para o autor, esse conhecimento está relacionado à compreensão do docente, que pode facilitar ou dificultar o aprendizado do discente sobre um conteúdo específico.

As falas dos depoentes sobre a necessidade do futuro professor buscar maneiras *mais apropriadas* de falar com seus alunos parecem ter relação com o que Shulman (1986) conceitua como conhecimento pedagógico do conteúdo. Porém, considera-se que esse trabalho é bastante complexo e, portanto, seria uma responsabilidade muito grande deixar que o próprio professor aprenda (ou não) a desenvolvê-lo em sua prática docente.

Pode-se questionar se, no próprio processo de formação, os docentes dispõem de uma compreensão flexível e multifacetada que lhes permita oferecer explicações diversificadas dos mesmos conceitos para os licenciandos. Ou será que a única forma de fundamentar o

---

<sup>6</sup> Os autores consideram que matemática avançada é aquela submetida a um modelo de organização axiomática, utilizando uma linguagem formal, com os conceitos “unificados” num alto grau de abstração e generalidade, etc.



conhecimento do futuro professor é tratar os conteúdos matemáticos de modo axiomático, formal, abstrato e generalizado? Por que não considerar a disciplina de análise como um espaço para discutir os modos como o futuro professor vai abordar os conteúdos matemáticos com seus alunos? Principalmente, no que diz respeito aos números reais, conteúdo considerado essencialmente importante para formação do professor, por que não mostrar o fio – que muitas vezes parece tênue – que existe entre a análise e a prática docente?

\* \* \*

*Categoria 2: O papel da disciplina é consolidar e formalizar conteúdos, bem como propiciar cultura e bagagem matemática.*

C3: [o papel da disciplina de análise para licenciatura] é formalizar e sistematizar os conteúdos, fazer com que o aluno consiga demonstrar um resultado através da lógica. Sua formação deve permitir ver que na ciência um conceito depende de outro, que dependeu de outro e assim por diante, e cada um foi feito numa etapa diferente...

P2: Então, acho que o papel é juntamente com os cálculos, dar conta de trabalhar com conceitos que envolvem processos infinitos, conceitos que são estudados no ensino fundamental, mas nesse curso de análise para a licenciatura, esses conceitos serão estudados do ponto de vista da matemática superior. Então, é pra dar uma bagagem para o professor, uma bagagem conceitual/científica para o professor sobre aqueles assuntos. Por exemplo, o professor vai trabalhar com a chamada dízima periódica, representação periódica dos racionais, será que ele entendeu aquilo ali? Porque tem uma série geométrica ali, será que ele sabe o que é uma série geométrica? Então, ele precisa ter estudado isso de um ponto de vista da matemática superior.

C1: Eu mencionaria dois [papéis da disciplina]: primeiro uma formação de cultura matemática, o que seria uma visão muito genérica. E olhando de maneira mais específica, que seria o outro lado, a análise é a dose mais ou menos precisa, depende do contexto, do que o futuro professor precisa saber sobre questões básicas que são ensinadas no cálculo. Podemos visualizar a análise real como a formalização, ou uma maior formalização, ou como colocar rigorosidade no que nós fizemos em *Cálculo I*. Quando o aluno chega à faculdade, no primeiro ano, *Cálculo I* é feito com rigorosidade, mas pela minha experiência, às vezes, muitos teoremas não são provados, basta saber o que ele diz e usar [...]. E na análise real você vai formalizar todos esses conceitos, definições, resultados, vai formalizar tudo isso.

P3: Eu vejo nessa disciplina o fechamento de um ciclo, porque o aluno vê *Cálculo I*, *Cálculo II*, *Álgebra Linear*, *Geometria Analítica*, um pouco de teoria dos números, então eu acho que no curso de análise matemática ele consolida todos esses conhecimentos ou os principais conhecimentos que ele adquiriu de forma difusa [...]. Na nossa disciplina de análise matemática para licenciatura, ele vai consolidar o que viu nas disciplinas de cálculo, vai ver a relação entre o que ele viu, por exemplo, no *Cálculo I* e no *Cálculo III*. Ele viu limite no *Cálculo I*, que ele usou nas sequências e séries do *Cálculo III*, então na disciplina de análise para licenciatura o aluno vai consolidar todas essas coisas mais ou menos estanques que ele viu nessas outras disciplinas, eu acho que é o fechamento de um ciclo. É essa a importância da disciplina e

se não houvesse essa disciplina, o aluno ficaria com teoria de cálculo diferencial e integral que ele viu lá no primeiro semestre do curso, a parte de sequências e séries ficaria no que ele viu lá no *Cálculo III*, no terceiro semestre. Eu acho que a disciplina de análise para licenciatura liga, faz um elo entre as coisas e eu acho importante ter esse elo.

P4: O estudante fala: eu não vou ensinar análise, pra que eu tenho uma disciplina de análise? É pra você ter muito mais bagagem, não é exatamente porque você vai ensinar...

C1: O aluno que vai se formar para professor do ensino básico se pergunta: para que serve a disciplina de análise? Dizer que não serve para nada é uma visão muito curta, serve sim, não é que ele vai ensinar aquilo... Mas para seu amadurecimento matemático pessoal, para ele saber diferenciar um sistema numérico de outro, saber cálculo, saber falar de cálculo. [...] E também como própria cultura matemática, matemático tem que ter o mínimo de bagagem, aquele que vai falar lá no ensino básico tem que saber disso.

Essa categoria explicita que a disciplina de análise tem o papel de consolidar e formalizar conhecimentos que foram abordados de forma difusa no decorrer da formação em várias disciplinas. Essa categoria tem uma relação com a primeira, no entanto, nesse momento destaca-se um papel mais internalista da análise, que se justifica dentro da própria matemática, pois ao envolver ideias centrais da matemática – como número real, infinito, continuidade, limite e funções – a disciplina de análise parece desempenhar esse papel unificador no curso de formação.

Ao destacar o papel de consolidar e formalizar conteúdos, essa categoria evidencia também um papel de propiciar cultura e bagagem matemática, por ser a análise uma disciplina que preza pelas demonstrações rigorosas e por raciocínios bem articulados. Trata-se de uma oportunidade de familiarizar o licenciando com um método próprio da ciência matemática. Com relação a isso, observamos que essa categoria também se destaca em Moreira, Cury e Vianna (2005) e corroboramos com os autores quando afirmam que a profissão do professor de matemática não se assemelha a profissão de um matemático e questionam qual a razão da formação do professor de matemática constituir a partir de valores, concepções e práticas específicas de uma cultura matemática que tem se relacionado com a cultura escolar basicamente por meio de prescrições.

Soares, Ferreira e Moreira (1997) destacam que as construções que enfatizam o rigor e as estruturas abstratas proporcionam uma introdução às técnicas e métodos da matemática que são convenientes aos futuros matemáticos, no entanto, a formação do professor tem uma demanda de aprofundar a compreensão dos significados dos conceitos matemáticos, para a atuação no ensino fundamental e médio. Os autores ainda consideram que:

A falta de uma percepção da matemática elementar que contemple a dinâmica de sua evolução pode colocar uma relação inadequada com a abordagem formal. Por um lado, como é apresentada, a construção formal geralmente não faz sentido ao futuro professor do ensino fundamental e médio. Por outro lado, a notória valorização dela que ocorre ao seu redor, aliada à desvalorização social do curso de licenciatura, faz com que ele se submeta a esse valor. Ao mesmo tempo, como é quase impossível “dominar” um conhecimento em que não se vê sentido, o que costuma sobrar de vivência do licenciando com essa abordagem é a relação com um mito: algo que ele não compreende, mas deve valorizar (SOARES; FERREIRA; MOREIRA, 1997, p. 30).

Por fim, a questão que se coloca nesta categoria, não é a de desmerecer o conhecimento a respeito da cultura matemática, porém, como destacam Moreira e David (2007), no processo de formação há dificuldades em reconhecer e identificar como legítimas e importantes formas de conhecimento que, embora se distanciem das formas consideradas válidas pela matemática científica, são essenciais na educação escolar básica, por estarem vinculadas aos processos de construção do saber matemático.

\* \* \*

*Categoria 3: O papel da disciplina de análise no curso de licenciatura é fundamental o conhecimento sobre o conjunto dos números reais.*

P1: [O papel da disciplina] É a parte de fundamentos do conjunto de números reais, eu acho essencial que a pessoa tenha bem fundamentado a construção e as questões que nascem com o conjunto dos números reais. Todo o resto da matemática é construído sobre isso, a construção desse conjunto não é uma construção trivial, não foi conseguida rapidamente, precisou de muito suor, precisou de muita gente ser internada nessa história de construir de maneira formal o conjunto. Isso é necessário e é básico, se a pessoa souber bem as propriedades do conjunto dos números reais eu acho que vai ser um ótimo professor.

C2: Na análise pelo menos essa parte básica de compreensão do que é um número real tem que se ressaltar, porque às vezes, os alunos nem percebem que o conceito de número é uma coisa tão louca, passar de número de contagem para o contínuo, para o número real... Tem coisas que entram no âmbito da filosofia, e eu acho que um professor de matemática precisa refletir muito sobre isso, sobre o conceito de número, que é um conceito básico da matemática, que ele precisa conhecer muito, e como funcionam os sistemas numéricos, então não dá pra fugir de um curso introdutório de análise como esse.

P4: O fundamental é o estudante tomar consciência de que boa parte dos conteúdos de matemática, que ele vai discutir com os alunos do ensino médio e fundamental, tem a ver com números reais. E, geralmente, as outras disciplinas do curso não fazem uma discussão tão detalhada do conceito de número real, que permita ao futuro professor de matemática falar com a consciência mais completa possível sobre o conceito de número real.

P4: Eu acho que uma disciplina de Introdução à análise ou outros nomes parecidos, mas que no fundo, mexa com número real, eu estou convencido de que essa disciplina deve existir na formação do professor de matemática. Ao mesmo tempo, estou convencido de que tem que existir toda uma reflexão e ver o que realmente é necessário nessa disciplina e como isso deveria ser trabalhado.

C2: Não é que essa disciplina seja importante, tudo isso poderia ser visto em outra disciplina com nome diferente, mas esse conteúdo eu acho importante, o que tradicionalmente se considera a introdução à análise, a parte inicial de análise, a compreensão clara da noção de séries e sequências convergentes, mas pra compreender isso você tem que compreender o quê? São séries do quê? De números reais. Então, precisa compreender o que é um número real.

Essa categoria enfatiza que o papel da disciplina de análise é fundamentar o conhecimento do futuro professor sobre números reais. A sutil diferença entre a primeira categoria e esta, é que esta enfatiza que o papel da disciplina é fundamentar o conhecimento do professor sobre um conteúdo específico, o conjunto dos números reais.

Para que a disciplina de análise cumpra com esse papel de fundamentar o conhecimento matemático do professor sobre números reais é preciso que o desenvolvimento do tema vá além da clássica abordagem axiomática, como corpo ordenado completo. Pois tal abordagem está relacionada ao fato de que, do ponto de vista matemático, a natureza intrínseca dos objetos não é motivo de preocupação, como afirma o professor Elon em um de seus livros: “ora, já concordamos [...] em adotar o método axiomático, segundo o qual a natureza intrínseca dos objetos matemáticos é uma matéria irrelevante, sendo o importante as relações entre esses objetos” (LIMA, 1978, p. 48). No entanto, tal ponto de vista não coaduna com a prática de um professor da escola básica.

Moreira e David (2007) destacam que postular a existência de um corpo ordenado completo e associar essa estrutura ao conjunto dos números reais é traçar uma rota inversa ao processo que é desenvolvido na escola. No âmbito da educação matemática escolar, o conjunto dos números reais é constituído de objetos (números) que solucionam problemas insolúveis no campo dos racionais e por isso, seria fundamental discutir na licenciatura as ideias de número real por meio de um exame minucioso da necessidade de ampliação dos campos numéricos e da negociação de significados para os números irracionais.

Por fim, o conjunto dos números reais foi um assunto de destaque nas entrevistas, sendo usado freqüentemente como um exemplo da relação entre a disciplina de análise e a prática docente. Esse fato causa dúvidas com relação aos demais conteúdos de análise. Dois depoentes, por exemplo, enfatizam a importância de se ter em um curso de formação de professores uma disciplina que trate dos números reais, mas não necessariamente uma

disciplina de análise, com uma ementa clássica, que aborde, por exemplo, todos os conteúdos listados no livro de Lima (1978).

\* \* \*

Essas três categorias estão totalmente associadas, e em suma, expressam que o papel da disciplina de análise é fundamentar, consolidar e aprofundar o conhecimento matemático do futuro professor. Consideramos que para cumprir com esse papel, a formação do professor deveria desenvolver uma prática pedagógica pautada na construção e negociação de significados. E como afirmam Moreira e David (2004), uma das condições essenciais para que isso ocorra é que haja domínio dos conceitos matemáticos “numa forma altamente flexível (isto é, adaptável aos diferentes estágios de desenvolvimento cognitivo dos alunos da escola) e multifacetada (isto é, capaz de se conectar a diferentes caminhos no processo de construção do conceito) (p. 14).”

Além disso, para cumprir com esse papel, é preciso reconhecer que para um futuro professor é necessário mais que uma formação técnico-formal da matemática:

[...] para ser professor de matemática não basta ter um domínio conceitual e procedimental da matemática produzida historicamente, precisa, sobretudo, conhecer seus fundamentos epistemológicos, sua evolução histórica, a relação da matemática com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático (ou seja, não apenas o modo formal ou simbólico). (FIORENTINI, 2004, p. 4)

Fiorentini (2004) destaca que interessa à formação do professor uma abordagem compreensiva (que abarca múltiplos aspectos e dimensões) e o domínio compreensivo do conteúdo é importante para que o futuro professor tenha autonomia intelectual para produzir seu próprio currículo. Pois dessa forma, o professor torna-se mediador entre o conhecimento historicamente produzido e o conhecimento escolar reelaborado e relevante sócio-culturalmente, que é aquele que vai ser apropriado e construído de forma interativa pelos alunos em sala de aula. As considerações de Moreira e David (2004) e de Fiorentini (2004) são determinantes para que se possa pensar uma disciplina de análise que cumpra com o papel de fundamentar, consolidar e aprofundar o conhecimento matemático do futuro professor e contribuir efetivamente para a prática docente.

Por fim, no que toca especificamente ao trabalho de Moreira, Cury e Vianna (2005), conforme já apontamos, as categorias lá encontradas têm pontos de tangência com as que emergiram em nosso trabalho, sobretudo a segunda, que discute sobre o papel da disciplina em formalizar conteúdos e propiciar cultura e bagagem matemática ao futuro professor.

## Considerações Finais

Apresentamos alguns resultados e algumas considerações obtidos a partir de duas pesquisas que fazem parte do projeto *A Disciplina de Análise em Cursos de Formação de Professores de Matemática*.

O primeiro momento traça uma trajetória da disciplina de análise em dois cursos de licenciatura em matemática, nos quais se observa que a disciplina seguiu quase o mesmo caminho. Herdou seus conteúdos das primeiras disciplinas de *Análise Matemática*, da época em que não existiam disciplinas específicas de análise ou de cálculo. Seus objetivos nunca tocaram profundamente a questão da formação do professor de matemática, falando apenas da questão da formação do matemático (profissional) ou da retomada com mais rigor de conceitos anteriormente vistos; e a bibliografia sempre indicou obras mais voltadas para o bacharelado.

O segundo momento investiga como professores e coordenadores de cursos compreendem o papel dessa disciplina para a formação do professor de matemática. Essa compreensão passa pela certeza de que essa disciplina deve fazer parte da grade curricular de cursos de licenciatura, corroborando o que Moreira, Cury e Vianna (2005) já haviam afirmado, mas o papel dela ainda não aparece claro. Uma primeira categoria apresenta que o papel é fundamentar o conhecimento matemático – não se trata de uma disciplina que possa ter aplicação direta na prática docente. Particularmente acreditamos que isso é um equívoco, uma vez que é sim possível articular conteúdos da análise com conteúdos do ensino fundamental, já que em sua essência está o conjunto dos números reais. Uma segunda categoria indica que o papel da análise é consolidar e formalizar conteúdos, reforçando a existência de tensão entre o rigor e a intuição indicada por Reis (2001). A terceira evidencia que o papel é fundamentar o conhecimento sobre os números reais, mas essa ideia contradiz a abordagem essencialmente axiomática que a maioria dos textos didáticos apresenta.

Os dois momentos, pensados em conjunto, mostram-nos algumas convergências. As duas primeiras categorias sobre o papel da disciplina de análise refletem em grande parte o que foi encontrado nos objetivos da disciplina de análise nas duas instituições pesquisadas no primeiro momento (vale salientar que as quatro instituições pesquisadas no segundo momento não fazem parte das duas pesquisadas no segundo). Enquanto que a questão da formação do matemático profissional se enquadraria na primeira categoria, a retomada com mais rigor de conceitos anteriormente vistos, associa-se com a segunda. Desse modo, um campo de uma ementa de uma disciplina, que, em um primeiro momento pode ser visto como a concretização de uma exigência puramente burocrática, pode dizer muito sobre a concepção

que se terá dessa disciplina depois. Na via contrária, claramente, o que sempre se pensou sobre a disciplina de análise se refletiu ao longo dos anos em seus objetivos. Vemos nesse ponto, então, um paradigma que precisa ser quebrado, visto que tanto as duas categorias (mais gerais) quanto os dois objetivos (mais específicos) não respondem verdadeiramente à questão do papel da disciplina de análise na formação de professores, conforme já expusemos ao longo deste trabalho.

A terceira categoria, embora não tenha surgido no campo objetivos na pesquisa do primeiro momento, pode ser vista à luz dos conteúdos da disciplina de análise, que, conforme já apontamos, desde a década de trinta, na USP, já abarcavam a construção dos números reais em uma abordagem não axiomática. Em certo sentido, pensamos, a questão não saiu de um *lugar comum*, já que trata de justificar o papel de uma disciplina na formação de professores elencando um conteúdo que já está presente nessa disciplina desde os seus primórdios e que não impediu que sua permanência nos cursos de licenciatura fosse questionada.

Assim, a sensação de cristalização que o primeiro momento nos passou, em certo sentido se manteve no segundo. Isso não significa que não foi possível notar indícios de que a disciplina de análise para a licenciatura esteja, de alguma forma, traçando seu caminho, mas que, o fato histórico de ter sido sempre vista como um apêndice da disciplina ministrada no bacharelado, ainda traz profundas marcas na *cultura* que envolve essa disciplina, que se reflete e pode ser notada pelas falas dos coordenadores e professores entrevistados.

É evidente que há muitas questões ainda em aberto como, por exemplo: em que medida os cursos iniciais de *Análise Matemática* foram perdendo seu caráter analítico e passaram a ter uma abordagem mais algorítmica; como isso foi recebido pelos professores e alunos, quais foram as influências externas para esse processo, de que maneira a licenciatura era vista com relação a isso; quais as relações desse processo com as dificuldades dos alunos nas disciplinas de análise; como os professores, em sala de aula, efetivamente trabalharam com essa dualidade de tratamentos, analítico e algorítmico, notadamente nos anos mais críticos de transição; quais os livros-texto eram adotados pelos professores nos anos iniciais dos cursos. Além dessas, seria possível pensar em muitas outras.

Destarte, acreditamos que com nossas contribuições, ainda que talvez pontuais e limitadas, conjuntamente com as que já trouxeram outros trabalhos de mesma temática, e com as pesquisas que ainda serão desenvolvidas – quer no âmbito de nosso projeto de pesquisa, quer não – é que se poderá não só diagnosticar os reais problemas que professores e alunos de cursos de licenciatura em matemática enfrentam em relação à disciplina de

análise, mas, sobretudo apresentar propostas que possam contribuir para minimizar tais dificuldades.

## Referências

BATARCE, M. S. **Um Contexto Histórico para Análise Matemática para uma Educação Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro, 2003.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

CIANI, A. B.; RIBEIRO, D. M.; JÚNIOR, M. A. G. Formação de Professores de Matemática: um ponto de vista de egressos. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2006, Caxias do Sul. **Anais...** . Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2006.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (Brasil). Parecer CNE/CP n. 28/2001, de 02 de Outubro de 2001. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 18/01/2002.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (Brasil). Resolução CNE/CP n. 01, de 18 de Fevereiro de 2002. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 09/04/2002.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (Brasil). Resolução CNE/CP n. 02, de 19 de Fevereiro de 2002. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 04/03/2002.

ESTRUTURA Curricular do Curso de Graduação em Matemática. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/disciplinas.htm>>. Acesso em: 09 nov. 2010.

DISCIPLINAS do Núcleo Comum do Curso de Mestrado. Disponível em: <<http://www.pma.uem.br/paginas/disciplinas/comum.html>>. Acesso em: 09 nov. 2010.

FIORENTINI, D. A Formação Matemática e Didático-Pedagógica nas Disciplinas da Licenciatura em Matemática. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2004, São Paulo. **Anais...** . São Paulo: SBEM, 2004.

FLORES, J. G. **Análisis de Datos Cualitativos**: aplicaciones a la investigación educativa. Barcelona: PPU, 1994.

LIMA, E. B. **Dos Infinitésimos aos Limites**: a contribuição de Omar Catunda para a modernização da Análise Matemática no Brasil. 2006, 145f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2006.

LIMA, E. L. **Curso de Análise**: volume 1. Rio de Janeiro: IMPA, 1978.

MARTINES, P. T. **O Papel da Disciplina de Análise segundo Professores e Coordenadores**. 2012. 157f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.



MILES, M.; HUBERMAN, M. **Qualitative Data Analysis: an expanded sourcebook**. Londres: Sage, 1994.

MORAES, R. Uma Tempestade de Luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 9, n. 2, p.191-211, 2003.

MOREIRA, P.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que análise real na licenciatura? **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 23, p.11-41, 2005.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. A Formação Matemática na Licenciatura e Três Questões sobre Números. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** . Recife: SBEM, 2004. p. 1-15.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A Formação Matemática do Professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 116 p.

OTERO-GARCIA, S. C. **Uma Trajetória da Disciplina de Análise e um Estado do Conhecimento sobre seu Ensino**. 2011. 2 v. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2011.

PASQUINI, R. C. G. **Um Tratamento para os Números Reais via Medição de Segmentos: uma proposta, uma investigação**. 2007. 209 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

PINTO, M. M. F. Discutindo a Transição dos Cálculos para a Análise Real. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. (Orgs.). **A Prática Educativa sob o Olhar de Professores de Cálculo**. Belo Horizonte: Fumarc, 2001. p. 123-145.

QUIVY, R.; CAMPENHOUDT, L. V. **Manual de Investigação em Ciências Sociais**. 5. ed. Lisboa: Gradiva, 2008.

REIS, F. S. **A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. 2001. 302f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

SHULMAN, L. Those who Understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, fev. 1986.

SILVA, C. M. S. A Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP e a Formação de Professores de Matemática. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 23., 2000, Caxambu. **Anais...** . Caxambu: ANPED, 2000. p. 1-19.

SILVA, L. R. R. **Prof. J. O. Monteiro de Camargo e o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise na Universidade de São Paulo**. 2006. 233f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SOARES, E. F.; FERREIRA, M. C. C.; MOREIRA, P. C. Da Prática do Matemático para a Prática do Professor: mudando o referencial da formação matemática do licenciado. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 7, p.25-36, 1997.

TOLEDO, J. C. **Uma História do Processo de Institucionalização da Área da Análise Matemática no Brasil**. 2008. 312 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

TUCKMAN, B. W. **Manual de Investigação em Educação**. Lisboa: Fundação Colouste Gulbenkian, 2002.