

**Conhecimento profissional docente de professoras das séries iniciais da educação básica acerca da equivalência de números racionais na representação fracionária em um processo de formação continuada**

Tânia Maria Mendonça Campos  
UNIBAN- SP- BRASIL  
[tcampos@uniban.br](mailto:tcampos@uniban.br)

Angélica da Fontoura Garcia Silva  
UNIBAN- SP- BRASIL  
[asilva@uniban.br](mailto:asilva@uniban.br)

**Resumo:** No presente artigo, apresentaremos resultados de uma pesquisa realizada com 17 professoras das primeiras séries da Educação Básica de uma escola pública, de um município da Grande São Paulo, em processo de formação continuada. Procuramos analisar a relação da compreensão do invariante equivalência em situações de parte-todo e quociente, com o conhecimento profissional docente. Focalizamos momentos das discussões do grupo acerca da construção desses conceitos, a partir da análise de situações apresentadas a elas e a seus próprios alunos, assim como seus depoimentos. Neste artigo indicaremos inicialmente a relevância do tema, uma breve descrição das teorias que fundamentarem essa pesquisa e alguns dos procedimentos utilizados para a coleta de dados. Tal pesquisa nos permitiu inferir que o conhecimento do conteúdo está diretamente ligado tanto à prática pedagógica do professor como ao conhecimento profissional docente.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; conhecimento profissional docente; ensino de frações, equivalência.

**Abstract:** In this paper, we present results of a survey of 17 teachers of early grades of Basic Education in public schools, a town in Greater São Paulo, in the process of continuing education. We analyzed the relationship of the understanding of the invariant equivalence in situations of part-whole and quotient, with the knowledge of teachers. We focus on moments of the group discussions about the construction of these concepts, from the analysis of situations presented to them and their own students, as well as their statements. This article originally indicated the relevance of the topic, a brief description of the theory behind this research and some of the procedures used to collect data. Such research has allowed us to infer that the content is directly linked both to the practice of the teacher as the knowledge of teachers.

**Keywords:** mathematics education, teacher professional knowledge, teaching of fractions, equivalence.

## **Introdução**

Parece ser consensual entre os educadores que os cursos de formação inicial de professores que ensinam Matemática devem tratar não só da construção de conceitos e procedimentos matemáticos, mas também de temáticas que considerem resultados de pesquisas que retratem a compreensão de conhecimentos específicos, aliado à reflexão dos processos de ensino e de aprendizagem.

Considerando que o professor das séries iniciais precisa trabalhar com conteúdos matemáticos, compartilhando das ideias de Shulman (1986), quando afirma que para ensinar é necessário que o professor domine os conteúdos específicos de sua área, acreditamos ser importante investigar os processos de ensino e de aprendizagem, no caso, números racionais em sua representação fracionária doravante denominado frações.

A escolha desse conteúdo se deve ao fato de que o ensino desse tema ocorre nos primeiros anos da Educação Básica, com crianças na faixa de 9 a 10 anos de idade, sendo retomado sistematicamente nos dois anos subsequentes e aplicado ao longo da escolaridade.

No entanto, pesquisas recentes desenvolvidas no Brasil (RODRIGUES, 2005; CANOVA, 2006, entre outros) mostram que os alunos têm pouco domínio desse conceito, fato comprovado em diferentes macroavaliações.

Quanto ao ensino desse tema, Nunes e Bryant (1997), tomando como base estudos de Campos e Cols (1995), já sinalizavam que havia uma forte tendência por parte dos professores no sentido de trabalhar o conceito de número racional em sua representação fracionária, utilizando prioritariamente o significado parte-todo. Esse fato também é discutido em documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997). Recentemente, comprovado por Silva (2007), Campos et al. (2006) e Canova (2006). Concordamos com Ponte (1992) quando afirma que as concepções dos alunos são diretamente influenciadas pelo trabalho realizado pelos professores, e acreditamos ser importante também levar em conta o conhecimento profissional docente, pois este tem papel fundamental nos processos de ensino e aprendizagem, fato que tem sido observado em pesquisas recentes como as de Silva (2007), Damico (2007) e Canova (2006), entre outras.

## **Quanto à Fundamentação Teórica**

Para o desenvolvimento deste estudo, tomamos como base referenciais teóricos relacionados à formação de professores, considerando estudos que tratam da reflexão sobre a prática realizada por Schön (1983), ampliados pelas discussões de Alarcão (2001) e dos saberes docentes de Shulman (1986), Tardif (2002) e Serrazina (1999).

Para compreender o processo de aprendizagem da docência apoiamo-nos em estudos de Shulman (1986, 1987), nos quais o autor discute o conhecimento pedagógico da matéria a ser ensinada, partindo de análises referentes ao pensamento e conhecimento do professor. Por outro lado, Tardif (2002) chama-nos a atenção para o fato de que o saber docente deve ser diversificado, formado por saberes provenientes de diversas fontes. Os futuros professores, antes mesmo de ministrarem suas aulas, experimentaram “lições” no seu futuro local de trabalho. Portanto, um professor, mesmo antes de escolher o ofício docente, vivenciou pelo menos 12 anos do cotidiano escolar, tornando-se essa uma primeira dimensão formadora.

Nessa direção, consideramos que a reflexão do professor sobre a própria prática nos permite levantar elementos para análise das dimensões do conhecimento profissional docente. A teoria de Schön (1983) aborda os diferentes aspectos da reflexão, em especial a reflexão-na-ação e a reflexão-sobre-ação. Ampliando essas ideias, Alarcão (2001) argumenta que a reflexão-sobre-ação do professor geralmente não ocorre de forma natural e espontânea. É por esta razão que, a nosso ver, as propostas de formação continuada devem criar estratégias que permitam ao professor encontrar um sentido para rever e analisar a própria prática. Desse modo, a reflexão-sobre-ação contribui para que o professor tome ciência dos efeitos resultantes das estratégias utilizadas na reformulação de suas ações, e, à medida que o processo reflexivo evolui, ele passa a ter novos patamares de compreensão sobre a ação e as possíveis soluções para desenvolver novas práticas. Serrazina (1998), ao pesquisar a capacidade de reflexão dos professores de Matemática com quem trabalhou, observou que há uma relação entre a autoconfiança e os conhecimentos específicos da área, e a capacidade de refletir a própria prática torna-se mais profunda à medida que aumenta sua autoconfiança, inerente ao aprofundamento dos seus conhecimentos de Matemática.

Quanto ao objeto matemático em questão: a fração, nossa pesquisa fundamentou-se na classificação proposta por Nunes et al. (2003), com referencial baseado na teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1982). O autor define o conceito como a terna (S, I, R): o conjunto das situações (S) dão sentido ao conceito, o conjunto dos invariantes (I) definem o conceito, ou seja, os conhecimentos implícitos nos quais o aluno pode mobilizar para construir esquemas e atribuir significado ao conceito e ao conjunto das representações (R)

disponíveis pelo sujeito para representar os esquemas construídos (VERGNAUD, 1990). No caso das frações, consideramos como invariantes ordem e equivalência, e como situações-problema como os significados: parte-todo; quociente; operador multiplicativo e quantidades intensivas.

Para este artigo escolhemos verificar algumas sessões dessa pesquisa em que discutimos, o invariante equivalência, ou seja, um dos conhecimentos implícitos que os professores devem mobilizar para construir esquemas e atribuir significado ao conceito de fração tanto no parte-todo como no quociente. Optamos somente por estes dois significados por acreditarmos que eles estão mais presentes nas salas de aula das séries iniciais e associadas à presença dos mesmos nos livros didáticos.

### **Metodologia**

O nosso estudo foi desenvolvido numa intervenção da segunda autora, durante dois anos, numa mesma escola com 17 professores. Classificamos nossa pesquisa como qualitativa em razão de possuir um plano aberto. Os dados foram coletados no decorrer das sessões, exigindo flexibilidade maior à medida que o trabalho foi sendo realizado. Escolhemos investigar diferentes aspectos relacionados ao conhecimento profissional e as concepções do grupo durante um processo de formação.

Para este artigo, os dados foram coletados em sessões de quatro horas cada: três destinadas à proposta de resolução de situações-problema (uma sessão para as professoras e duas para alunos dessas professoras); três sessões dedicadas a estudos dos significados das frações e à vivência de metodologias diversificadas, objetivando o trabalho com esse conteúdo. As duas sessões seguintes foram reservadas para as entrevistas.

### **Síntese dos principais resultados encontrados**

Conforme já afirmamos, apoiamos-nos em Shulman (1986, 1987) com o intuito de compreender o processo de aprendizagem da docência. O autor classifica três tipos de conhecimento que os docentes devem ter: conhecimento da matéria ensinada, conhecimento pedagógico de conteúdo e conhecimento curricular.

Quanto ao conhecimento da matéria ensinada, observamos no exame dos dados obtidos que o grupo de professoras apresentou dificuldades relacionadas à parte conceitual dos significados das frações. Nas questões que envolviam o significado parte-todo, o desempenho das professoras foi melhor do que nas questões relacionadas ao significado


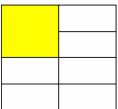
quociente, o que nos dá indícios das razões pelas quais pesquisas recentes apontam a forte tendência de as professoras trabalharem este significado.

No entanto, constatamos que entre os alunos os resultados das mesmas situações apresentadas aos professores não foram tão positivos para o significado parte-todo: 28,4%. Já para o quociente o índice foi maior, 57,1%. Chamou-nos a atenção essa dificuldade por parte dos alunos na compreensão do significado parte-todo, uma vez que pesquisas apontam ser ele o mais trabalhado nas escolas. Tal fato nos levou a inferir que os processos de ensino e de aprendizagem não vêm ocorrendo na mesma proporção com que as professoras consideram ensinar.

Apresentaremos aqui comentários de questões resolvidas por professores e seus alunos antes da intervenção, envolvendo grandezas contínuas, pois, segundo as professoras, eram as mais trabalhadas nos anos anteriores. Esse fato foi confirmado por professores nas entrevistas concedidas ao final da intervenção, quando falam dos “desenhos” que utilizaram para representar a fração ou então “Aqueles eternas barras de chocolate era o todo que vai repartir” (professora 3B).

Logo, durante a formação procuramos realizar não só a discussão acerca dos acertos, como também a análise dos erros cometidos por essas profissionais e seus alunos. Os relatos que apresentaremos abaixo foram obtidos durante a intervenção.

A seguir, observaremos uma questão que envolve o significado parte-todo utilizada e resolvida pelas docentes, inicialmente, para análise do grupo. Pretendíamos verificar, além de identificar o todo e as partes, se houve a compreensão da conservação da área.

<b>Questão 8</b>	
Significado <i>parte-todo</i> , grandezas contínuas, representação icônica	Resposta correta a) $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$ b) ou $\frac{1}{4}$
Observe o desenho abaixo e responda qual a fração que representa as partes pintadas da figura em relação ao total da figura	
a)  15 acertos (88,23%)	b)  12 acertos (70,59%)

Analisando o resultado, percebemos que, embora o nível de acerto seja alto, os dois itens não foram totalmente compreendidos pelas professoras. Relativamente ao primeiro

item, duas professoras responderam para o item (a) e para o item (b). Quanto ao item b, observamos que a professora (F) não considerou a conservação da área e usou para representar a parte pintada. Outra professora, aqui identificada por O, não respondeu a questão, afirmando ser “impossível, pois as partes têm que ser iguais”, ou seja, não observou a possibilidade de considerar áreas equivalentes, confirmando o resultado de Behr et al. (1983).

Diversos estudos demonstram que a dificuldade constatada nesse grupo de docentes é mais constante em crianças em início de escolarização. Já no final do Ensino Básico e início do ensino superior esses aspectos não aparentam ser importantes, conforme concluiu Rodrigues (2005). Entretanto, ainda que tenha sido observado um índice relativamente alto de acertos (aproximadamente 70%), julgamos que o profissional docente precisa ter essa compreensão, pois, segundo Schön (1983), a reflexão-na-ação pressupõe lançar mão de conhecimentos, aos quais chamou de “conhecimentos em ação”, e acreditamos que o conhecimento acerca do conteúdo é de fundamental importância.

Essa mesma questão foi proposta a alunos de 9 e 10 anos da mesma escola, resultando em índices muito baixos, especialmente no item b (7,5%). Para o item a, o índice de acertos foi acima de 40%. Apoiados nesses resultados, concluímos que seria essencial preparar uma atividade de análise e reflexão sobre os erros e acertos observados nesta questão, pois, conforme afirmamos anteriormente, pesquisas apontam ser esse o significado mais trabalhado em sala de aula.

Portanto, durante nossa intervenção, pedimos que as professoras fizessem uma classificação quanto à dificuldade desse tipo de questão. O grupo a considerou fácil, mas admitiu que áreas diferentes não eram abordadas constantemente em sala de aula. No entanto, quando comentamos que os índices de acerto dos alunos apresentaram uma taxa de 7,5% de acertos, as professoras se espantaram. Teceram comentários como:

O que será que estamos fazendo de errado? Eu até entendo que não acertem tudo, mas só 7,5% é muito pouco. [...] É muito pouco mesmo. Acho que estamos trabalhando mais com as frações arrumadinhas, já divididas em partes iguais, será que não é isso? (PROFESSORA 4C).

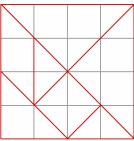
Pode ser. No livro não tem mais desta daí – apontando o item b – precisamos preparar mais atividades para estimular os alunos a comparar os tamanhos (PROFESSORA 4E).

Pensando bem eu falo pra eles que tem que dividir o todo em partes iguais, mas não sei se mostrei algum caso que eles teriam que comparar (PROFESSORA 4C).

Durante a formação tivemos a sensação de que essa análise, assim como outras que não aprofundamos neste artigo, trouxe muito desconforto, revelado pelas observações das próprias professoras. Consideramos esse fato como um bom sinal, pois estão pensando sobre sua prática e demonstrando interesse por uma mudança de atitude em relação ao conhecimento pedagógico do conteúdo e ao curricular.

Em algumas sessões posteriores retomamos o tema e propomos às professoras uma atividade com o Tangram. Depois de apresentá-lo, utilizamos a composição de algumas figuras com suas peças para sugerir a comparação entre as áreas. Pedimos que estabelecessem a relação entre a área de cada peça e a área total do quadrado-base e que a representassem por meio de uma fração. Nessa atividade, pretendíamos que as professoras percebessem que seriam necessários 4 triângulos grandes para formar o quadrado-base, 8 triângulos médios para formar esse mesmo quadrado e, do mesmo modo, 16 triângulos pequenos para compor a mesma figura. Em seguida, solicitamos que representassem as frações correspondentes às relações estabelecidas:  $1/4$ ;  $1/8$ ;  $1/16$  e as representações possíveis de cada peça. Obtivemos diversas respostas utilizando linguagem matemática ou a figural. Depois de os grupos chegarem a um consenso, em síntese algumas das representações foram:

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  ou  $8 \cdot \frac{1}{8}$ ; ou até



Quando discutimos a representação figural, comparamos as peças, e no decorrer das soluções da atividade proposta houve momentos de “descoberta”, por exemplo, quando uma das professoras mostrou o resultado da atividade e relatou algumas constatações:

Olha, nós percebemos que aqui ficou tudo em dezesseis avos – apontando uma das 16 quadrículas em que dividiu o Tangram. Assim fica fácil perceber os  $2/16$  deste triângulo – apontando o triângulo médio – que é igual ao quadrado e a essa outra figura aqui – apontando o paralelogramo – nós achamos que isso poderia ajudar os alunos a perceber que figuras diferentes podem ter a mesma área (PROFESSORA 4E).

Em seguida, questionamos se fração do quadrado original representaria o triângulo maior, caso fosse comparado com o triângulo médio. Notamos que a professora 4F ficou animada ao responder  $2/8$  e perceber que tinha ali frações equivalentes:

Nossa, que interessante. Aqui fica claro que estas frações são equivalentes, vejam  $1/4 = 2/8 = 4/16$ , só preciso mostrar ao meu aluno que deste tamanho [mostrou o triângulo grande] preciso de um, deste outro tamanho [mostrou o triângulo médio] preciso de dois e deste pequeno [mostrou o triângulo pequeno] preciso de quatro. Tinha visto na outra atividade esta peça grande que era  $1/4$ , agora é  $4/16$  – fez esta observação comparando o triângulo grande com o pequeno – e que são equivalentes (PROFESSORA 4F).

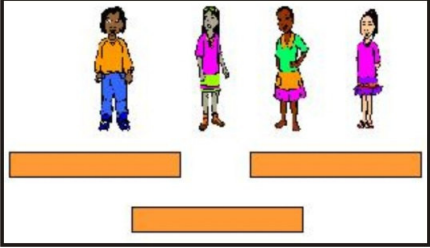
Nesse momento, solicitamos ao grupo estabelecesse objetivos para a proposta dessa atividade aos alunos. Pedimos que identificassem o significado das frações representadas e a natureza das grandezas envolvidas e, além disso, que discutissem sobre a possibilidade de criar outras variações. Na apresentação feita pelas professoras notamos que todos haviam chegado à conclusão de que o material permitiria ao grupo a oportunidade de desenvolver situações problematizadoras acerca da equivalência, envolvendo o significado parte-todo. Desta proposta surgiram alguns comentários, que retomam as reflexões feitas em sessões anteriores acerca das dificuldades apresentadas pelos alunos:

Achamos que esse tipo de questão pode fazer com que o aluno não erre tanto problemas como aquele que pouquíssimos acertaram, aquele de parte-todo que tinha uma parte maior (PROFESSORA 3A).

Pode ser. Mas acho que depende das atividades que escolhermos, precisamos arrumar formas de desafiar os alunos a perceberem quantas peças cabem, assim como fizemos aqui, assim depois que apresentarmos os desenhos com tamanhos diferentes ele entenderá que tem que ser o mesmo tamanho (PROFESSORA 4B).

Esta professora se referiu ao papel importante que esse tipo de atividade pode ter para que o aluno compreenda que deve observar a conservação da área. Quanto à expressão “com tamanhos diferentes”, a professora esclareceu, em seguida, que estava se referindo à área das figuras. Outro exemplo que nos leva a inferir acerca de tal dificuldade inicial, por parte das docentes, é apresentado em uma questão que aborda outro significado, o quociente:

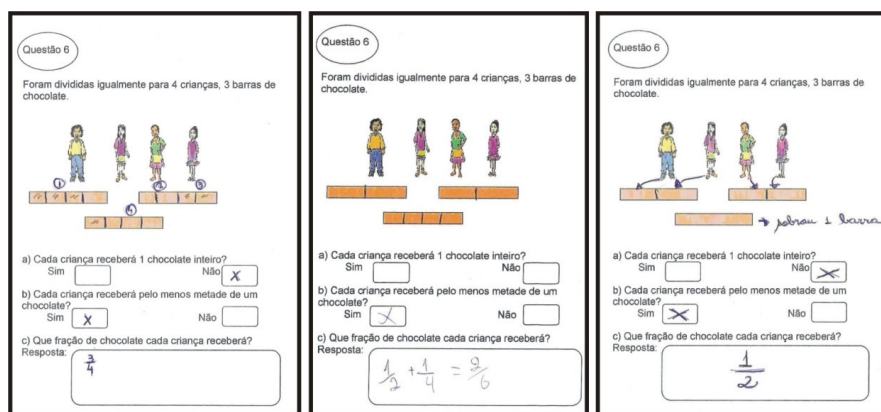


<p>Questão 6 Significado <i>quociente</i>, grandezas contínuas, representação icônica</p>	<p>Resposta correta a) não b) sim c) <math>\frac{3}{4}</math></p>	
<p>Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.</p>		
	<p>a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro? Sim ( ) Não ( )</p> <p>b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate? Sim ( ) Não ( )</p> <p>c) Que fração de chocolate cada criança receberá?</p>	
<p>a) 17 acertos (100%)</p>	<p>b) 15 acertos (88,23%)</p>	<p>c) 5 acertos (29,41%)</p>

Esta questão foi utilizada em pesquisas de Nunes et al. (2003), inspirada em Streefland (1984), cujos estudos sugerem que as sequências de ensino poderiam iniciar o trabalho pelo processo de divisão indicada, apoiado no conhecimento informal dos alunos. Para o autor, tal abordagem potencializa a construção do conhecimento, estabelecendo uma relação entre representação e significado.

Quanto aos acertos, observamos que, em geral, houve entendimento da situação, visto que no primeiro item todas as professoras responderam corretamente. No segundo item, somente dois responderam de forma incorreta. Entretanto, em relação à fração que representa a situação, houve apenas cinco respostas corretas, e uma das professoras indicou a adição:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ , deixando de registrar o resultado.

Pesquisas que analisam as estratégias de resolução utilizadas para essa questão consideram que elas podem ser um bom caminho para a compreensão não só das relações estabelecidas, como das dificuldades encontradas pelos docentes. Observamos nas soluções das professoras duas das estratégias descritas por Carperter et al. (1994), nas quais percebemos escolhas diferentes para a unidade inicial. Veja algumas das respostas:



**Professora P**

**Professora Q**

**Professora O**

Neste caso, a professora P considerou  $\frac{1}{4}$  como unidade inicial. Já as professoras O e Q utilizaram unidades diferentes, o que não foi suficiente para garantir a resposta correta da questão. Como podemos perceber, a professora O não dividiu a terceira barra, indicando que não observou que as três barras deveriam ser divididas igualmente entre as quatro pessoas. Por seu turno, a professora Q não efetuou a adição de frações acertadamente.

Sobre esse tipo de erro, recorremos a Kerslake (1986). O autor discute que o uso de “diagramas” geralmente facilita a interpretação, mas, no modelo parte-todo, esse recurso nem sempre permite a visualização imediata da situação envolvida no problema. É o caso deste problema, que compreende a adição de frações com denominadores diferentes. A autora alerta para a necessidade de expansão do modelo parte-todo, incluindo o significado quociente, que possibilita aos alunos experimentar aspectos partitivos da fração. Aqui observamos indícios de que a partição não garante o entendimento da equivalência.

Ressaltamos ainda que o nosso foco não estava nas operações com frações, porém ao analisar a resolução apresentada pela professora Q observamos que não lhe ocorreu a ideia de representar a situação utilizando duas frações que tivessem uma mesma unidade como referencial. É essencial salientar a relevância da noção de equivalência para a construção de soluções para situações-problemas que envolvam adição e subtração. Acreditamos que tal dificuldade detectada nos dá indícios da compreensão do significado de fração, pois a professora pode estar considerando a fração como dois números naturais sobrepostos, separados por um traço. Então, a professora opera com o numerador e o denominador, separadamente, e faz o registro utilizando um traço para separar os dois números. Ciscar e Garcia (1988), em seu estudo, dizem que para a criança as noções de adição e subtração são

“pouco intuitivas”. Entretanto, esperávamos que as professoras já houvessem avançado nessa compreensão. Os demais erros apresentados foram diversificados.

Quanto às resoluções apresentadas pelos alunos, houve, também com suas professoras, um alto índice de acertos nos itens a e b (em torno de 90%), porém para o item c, que solicita a fração de chocolate que cada criança receberia, foram registrados 23,4% de acertos, índice que se aproxima bastante daquele alcançado pelas professoras para essa questão (29,4%). Isso nos leva a inferir que, mesmo não sendo desenvolvido um trabalho sistemático com o significado quociente, eles trazem para escola algum conhecimento da fração de situações vivenciadas no seu dia a dia. Diversos estudos, como os de Mack (1990; 1993), Empson (1999), Nunes e Bryant (2005) têm apontado tais evidências, mas é preciso pesquisar muito mais acerca de como fazer com que nossos alunos compreendam a equivalência de frações em situações parte-todo e quociente. Salientamos a necessidade de estudos com preocupações sobre quais os saberes docentes e suas implicações nos processos formativos.

Entretanto, tais fatos nos levam a acreditar que a formação continuada poderia ser um espaço importante para pensar e repensar acerca dessa temática. Depoimentos mostram que esse processo permitiu reflexões sobre as relações entre o ensino e a aprendizagem, levando em conta o interesse e os questionamentos feitos pelos alunos, conforme observamos no depoimento da professora 3B:

[...] As perguntas que surgiram, o entendimento deles, foi tão bom que eu nunca havia trabalhado assim: de surgir perguntas, sabe? De haver interesse. Por que  $2/8$  pode ser  $4/16$ ? [...] É a equivalência. Eu nunca tinha dado, nesses anos todos, eu cheguei a trabalhar equivalência. Porque você vai, né? No livro didático: Fração porque é fração, numerador, denominador e fica naquilo, eles não têm noção, não dá tempo. E com o novo, com o inovador, com as perguntas e o interesse da sala... Eu até chamei uma colega para ver (PROFESSORA 3B).

Analisando os dados aqui apresentados, consideramos que na formação de professores há necessidade de inserir conteúdos específicos da Matemática, contemplando tanto os conhecimentos do conteúdo como os conhecimentos pedagógicos e curriculares.

Assim, nossa pesquisa mostra que há necessidade de rediscutir as formas como os conteúdos matemáticos e, em especial, as frações são introduzidos – quando o são – nos cursos de formação, tanto inicial quanto continuada. A partir dos diagnósticos iniciais e dos comentários das professoras entrevistadas, foi possível constituir uma visão da influência das dificuldades relativas ao conhecimento matemático na prática da professora. Acreditamos que, se ele não vem ocorrendo como gostaríamos, é necessário um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementado por uma análise dos invariantes e os

diferentes significados da fração tanto no curso de formação inicial quanto no de formação continuada.

Não podemos deixar de chamar a atenção para a necessidade de garantir permanentemente uma relação de isomorfismo entre o processo de formação inicial e o futuro destino do profissional docente. Logo, consideramos que na formação inicial de professores há necessidade de inserir conteúdos específicos da Matemática, contemplando tanto os conhecimentos do conteúdo como os conhecimentos pedagógicos e curriculares.

### Referências Bibliográficas

- ALARCÃO, I. *Escola reflexiva e nova racionalidade*. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- BEHR, M. J.; LESH, R.; POST, T. R.; SILVER, E. A. Rational number concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983. p. 91-126.
- BRASIL/MEC/INEP. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)*. Brasília, 1997.
- . *Guia de livros didáticos 5.<sup>a</sup> a 8.<sup>a</sup> séries – PNLD 2005*. Brasília, 2004.
- CAMPOS, T.; JAHN, A. P.; LEME DA SILVA, M. C.; SILVA, M. J. da. *Lógica das equivalências*. Relatório de pesquisa não publicado. São Paulo: PUC, 1995.
- ; MAGINA, S.; NUNES, T. *O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino*. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 8, p. 125-136, 2006.
- CANOVA, R.F. *Crença, concepção e competência dos professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino fundamental com relação à fração*. 2006. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.
- CARPENTER, T. P. *Teaching and learning rational numbers: proposed framework for CGI teacher development in the upper elementary grades*. Wisconsin Center for Education Research. School of Education, University of Wisconsin-Madison, 1994.
- CISCAR, S. L.; GARCIA, M.V.S. *Fracciones: la relación parte-todo*. Madrid: Síntesis, 1988.
- DAMICO, A. *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental*. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 2007.
- EMPSON, S. *Equal sharing and shared meaning: the development of fraction concepts in a first-grade classroom*. *Cognition and Instruction*, 17(3), p. 283-342, 1999.
- KERSLAKE, D. *Fractions: children's strategies and errors*. Londres: NFR-Nelson, 1986.

MAMEDE, E.; NUNES, T.; BRYANT, P. *The equivalence and ordering of fractions in part-whole and quotient situations*. In: CHICK, H. L. et al. (Ed.). Proceedings of the 29th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 29, Melbourne, Australia, July 10-15, 2005. v. 1-4. Melbourne: University of Melbourne, Dep. of Science and Mathematics Education. Part III, p. 281-288, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

———; PRETZLIK, U; HURRY, J. *The effect of situations on children's understanding of fractions*. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, jun. 2003.

PONTE, J. P. (1992). *Concepções dos professores de matemática e processo de formação*. In: TAVARES, J. et al. (Ed.). Investigar e formar em educação. Actas do IV Congresso da SPCE. Porto: SPCE, 1990.

RODRIGUES, W. R. *Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal*. 2005. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

SAEB. *Relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica 2001*. Brasília, 2002.

SARESP. *Sistema de avaliação do rendimento escolar do Estado de São Paulo – Prova 8.<sup>a</sup> Série*. São Paulo, 2008. Disponível em: <[http://saesp.edunet.sp.gov.br/2008/pdf/ItensProvas/MAT/Itens\\_Parametros\\_8EF\\_MAT.pdf](http://saesp.edunet.sp.gov.br/2008/pdf/ItensProvas/MAT/Itens_Parametros_8EF_MAT.pdf)>. Acesso em: 5 nov. 2009.

SCHÖN, Donald. *The reflective practitioner: how professionals think in action*. London: Temple Samith, 1983.

SERRAZINA, L. *Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal*. 1998. Tese (Doutorado) – Universidade de Londres, Lisboa.

———. *Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1.º ciclo*. Quadrante, n. 9, p. 139-167, 1999.

SHULMAN, L. S. *Paradigms and research programs for the study of teaching*. In: WITTRICK, M. C. (Ed.). The handbook of research on teaching. 3. ed. New York: MacMillan. 1986.

———. *Knowledge and teaching: foundations of the new reform*. Harvard Educational Review, 57 (1), p. 1-22, 1987.

- SILVA, A. F. G. *O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professoras das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações*. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.
- STREEFLAND, L. *Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long term learning process*. (Towards . . . A theory) Part 1: Reflections on a teaching experiment. *Educational Studies in Mathematics*, v. 15, p. 327-348, 1984.
- TARDIF, M. *Saberes docentes & formação profissional*. Petrópolis: Vozes, 2002.
- VERGNAUD, G. *A classification of cognitive tasks and operation of thought involved in addition and subtractions problems*. In: CARPENTER, T.; MOSER, J.; ROMBERG, T. *Addition and subtraction. A cognitive perspective*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1982.
- . *La théorie des champs conceptuels*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), p. 133-170, 1990.