



CONHECIMENTOS MOBILIZADOS POR LICENCIANDOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E NA EXPLORAÇÃO-INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

RESUMO

Este artigo focaliza um trabalho realizado com licenciandos em Matemática junto a uma disciplina de prática pedagógica em uma instituição federal de ensino. Foram investigados os conhecimentos empregados pelos estudantes – em termos de conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais – durante uma aplicação de atividades sobre consumo de energia elétrica, segundo as abordagens de resolução de problemas (RP) e exploração-investigação matemática (EIM). Tal aplicação foi analisada segundo uma metodologia qualitativa, com enfoque em estudo de caso. Comparando-se RP com EIM, na aplicação das atividades, foi possível observar que os alunos mobilizaram conteúdos conceituais diferentes. Os procedimentais tiveram bastante proximidade, mas o maior distanciamento entre as duas abordagens ocorreu quanto aos conteúdos atitudinais. Ambas as abordagens se mostraram com um ótimo potencial didático-pedagógico para o ensino-aprendizagem de Matemática e a escolha entre utilizar uma ou outra dependerá dos propósitos que se pretende no desenvolvimento de conhecimentos matemáticos.

Palavras-chave:

Conteúdos conceituais, procedimentos e atitudinais. Licenciatura em matemática. Resolução de problemas. Exploração-investigação matemática.

Introdução

Neste artigo, apresenta-se um trabalho desenvolvido com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, em uma disciplina de prática pedagógica. Pesquisou-se quais conhecimentos os licenciandos mobilizaram – em termos de conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais – durante uma aplicação de atividades com o tema “consumo de energia elétrica”, segundo as seguintes abordagens alternativas para o ensino-aprendizagem de Matemática: resolução de problemas (RP) e exploração-investigação matemática (EIM).

Referencial teórico

Segundo Zabala (1998, p. 30), “ao responder à pergunta ‘o que se deve aprender?’ devemos falar de conteúdos de natureza muito variada: dados, habilidades, técnicas, atitudes, conceitos, etc.” Para esse autor, os conhecimentos podem ser classificados

¹Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista/UNESP, Bauru-SP; Docente do Instituto Federal de São Paulo/IFSP, Araraquara-SP, Brasil. gcavalheiro@ifsp.edu.br

²Doutora em Educação Matemática; Livre-docente da Universidade de São Paulo/USP, São Carlos-SP; Professora colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência/UNESP, Bauru-SP, Brasil. rcgm@icmc.usp.br



em três tipos de conteúdo: *conceituais* – o que se deve saber –, *procedimentais* – o que se deve saber fazer – e *atitudinais* – como se deve ser. Os conteúdos conceituais referem-se a fatos, dados, objetos, conceitos, símbolos e princípios; ou seja, é o conhecimento da matéria; já os procedimentais correspondem a técnicas, métodos, habilidades, procedimentos, coordenados visando-se a realização de um objetivo; por fim, os atitudinais englobam os valores, atitudes e normas dos estudantes.

A aprendizagem dos conteúdos de forma contextualizada, aplicados a situações do dia a dia do aluno, é algo defendido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM). Na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias,

[...] o aprendizado deve contribuir não só para o conhecimento técnico, mas também para uma cultura mais ampla, desenvolvendo meios para a interpretação de fatos naturais, a compreensão de procedimentos e equipamentos do cotidiano social e profissional, assim como para a articulação de uma visão do mundo natural e social (BRASIL, 2000, p. 7).

Sobre o sentido do aprendizado nessa área, os PCNEM ainda apontam como um dos principais objetivos formativos a capacidade de se analisar representações gráficas e/ou algébricas relacionadas a contextos cotidianos. Inclusive, entre as competências e habilidades almejadas estão a busca e a sistematização de informações para a compreensão de situações-problema, a formulação de hipóteses e a elaboração de estratégias para o enfrentamento de questões (BRASIL, 2000).

Tudo isso vai ao encontro do que foi almejado na realização das atividades focadas neste trabalho: abordar, em cursos de formação docente, conteúdos de Matemática da educação básica de forma contextualizada a situações corriqueiras – como o consumo de energia elétrica – e, ainda, seguindo os pressupostos das abordagens metodológicas de RP e EIM, de tal forma a desenvolver as competências e habilidades mencionadas previamente.

Antes de tratar especificamente da RP e EIM, é importante definir os termos *problema* e *tarefa exploratório-investigativa* (TEI). Segundo Onuchic (1999, p. 215), “problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. Já Ponte (2003) classifica as diversas tarefas desenvolvidas pelos alunos, distinguindo-as por meio do grau de dificuldade e de abertura que apresentem, conforme quadro 1.

Tarefa	Grau de dificuldade	Grau de abertura
Problema	Difícil	Fechado
Exploração	Fácil	Aberto
Investigação	Difícil	Aberto
Exploratório-investigativa (TEI)	Fácil a difícil, depende do aluno	Aberto

Quadro 1 – Diferentes tipos de tarefas segundo grau de dificuldade e de abertura
Fonte: Elaborado pelas autoras a partir de Ponte (2003)



Embora Ponte (2003) não utilize o termo TEI, pois ele diferencia a tarefa exploratória da investigativa, adota-se neste texto tal termo – como em Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) –, pois se acredita que o nível de dificuldade que as distingue é algo pessoal, não sendo possível definir sobre isso *a priori*.

A RP e a EIM são concebidas como abordagens alternativas para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática – nas quais professor e aluno desempenham papéis fundamentais. Elas invertem a ordem tradicional da aula. Ao invés de os alunos “receberem” os conteúdos do professor para simplesmente reproduzi-los em meros exercícios de fixação, nessas abordagens os estudantes são estimulados a buscar e construir novos conhecimentos a partir de situações propostas (problemas ou TEI); somente após essa etapa o docente apresentará formalmente os conteúdos da aula (vide quadro 2).

Características	RP	EIM
Ponto de partida	Problema	TEI
Ponto de chegada	Única possibilidade de resposta	Várias respostas
Novos conhecimentos	Construídos pelos alunos com a devida orientação e supervisão docente	Construídos pelos alunos com a devida orientação e supervisão docente
Etapas	O professor deverá: formar grupos de alunos; entregar a atividade proposta; observar, orientar e avaliar o trabalho discente; anotar os resultados na lousa; discutir e chegar a um consenso com os alunos; formalizar os conteúdos abordados nos problemas.	O aluno deverá: reconhecer a situação, explorá-la preliminarmente e formular questões; formular conjecturas a partir da organização dos dados; realizar testes e eventual refinamento das conjecturas; justificar e avaliar o trabalho através de argumentações ou demonstrações.

Quadro 2 – Semelhanças e diferenças entre RP e EIM
Fonte: Elaborado pelas autoras, considerando Onuchic (1999) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2003)

A escolha pela realização deste trabalho, em um curso de licenciatura, foi proposital, pois, para Nóvoa (1992), é preciso diversificar modelos e práticas formativas, buscando instituir novos relacionamentos dos professores com os saberes científicos e pedagógicos. Nesse sentido, há estudos que discutiram e trabalharam uma das abordagens citadas neste artigo em cursos de formação inicial docente. É o caso de Meneghetti e Redling (2008) – que tratou da investigação matemática nesse contexto – e Proença (2012).

Este último autor, em sua tese de doutorado, investigou o impacto de uma intervenção baseada em um curso sobre RP na formação inicial de professores de Matemática, durante o estágio supervisionado. A maioria dos licenciandos conseguiu articular as teorias do curso com a prática de regência, além de demonstrar capacidade para ensinar Matemática através da RP (PROENÇA, 2012).

Descrição e análise do trabalho desenvolvido

Realizou-se uma aplicação de atividades que foram analisadas à luz de uma metodologia qualitativa, com enfoque em estudo de caso. O caso se refere aos alunos da disciplina de Prática Pedagógica III, que é oferecida no segundo ano (3º semestre), do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição



federal de ensino no interior do estado de São Paulo. Tal disciplina possui caráter eminentemente prático, tendo por objetivo capacitar o aluno a preparar e planejar aulas mediante a orientação docente. As atividades foram aplicadas pela primeira autora deste trabalho (aqui denominada de PP), docente responsável pela disciplina, sob a orientação da segunda autora.

Foram elaboradas e aplicadas atividades que abordaram conteúdos matemáticos referentes à educação básica, visando introduzir e desenvolver o conceito de função. Buscou-se adotar contextos e conteúdos similares na RP e na EIM, todos em torno da temática “consumo de energia elétrica”. Para ancoleta de dados, foram utilizadas fichas de atividades – contendo as tarefas e os problemas propostos – e relatórios de aplicação das atividades, redigidos pela PP.

Tal aplicação foi desenvolvida durante cinco aulas distribuídas ao longo de três dias. Nos dois primeiros dias, foram aplicadas as duas fichas de atividades. Uma delas continha três problemas e a outra, três TEI, conforme pode ser verificado na figura 1, apresentada a seguir:

PROBLEMAS	TAREFAS																																																		
<p>Conforme determinação da Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel), está vigorando desde 1º de janeiro de 2015, em todo o país, o Sistema de Bandeiras Tarifárias, representadas pelas cores verde, amarelo e vermelho, conforme mostra a figura abaixo. Esse sistema altera a fórmula de cálculo da energia elétrica, e busca sinalizar ao consumidor sobre a variação do custo de energia conforme a fonte de geração, hidroelétricas ou térmicas. O consumo de energia elétrica é medido em kWh, sendo que o cálculo do custo de energia para o consumidor (conta de energia, em reais) é feito através da multiplicação da tarifa de energia (em reais) pela quantidade consumida no mês.</p> <div style="text-align: center;"> <p>VERDE - Condições favoráveis de geração de energia. Reservatórios cheios. Tarifa não sobe.</p> <p>AMARELA - Condições menos favoráveis. Tarifa sobe mais. R\$ 1,50 a cada 100 kWh.</p> <p>VERMELHA - Custo de energia mais caro. Térmicas ligadas. Tarifa sobe mais. R\$ 3 a cada 100 kWh.</p> </div> <p>Instrução: As bandeiras são aplicadas a todos os consumidores, mesmo para quem consuma menos de 100kWh. Os valores de acréscimo das bandeiras amarela e vermelha (R\$ 1,50 e R\$ 3,00, respectivamente) são para cada 100kWh, sendo cobrados proporcionalmente para consumos que não sejam múltiplos de 100. Suponha que, durante o mês de janeiro/2015, uma família consumiu 120kWh e a conta de energia foi de R\$ 48,00 estando estabelecido neste mês a bandeira verde. Considerando essa situação, resolva:</p> <p>Problema 1: Qual o valor a pagar, considerando a situação de bandeira verde, se o consumo no mês seguinte for de 180kWh?</p> <p>Problema 2: Se estivesse vigorando bandeira amarela em janeiro/2015 e bandeira vermelha em fevereiro/2015, quais seriam os valores das respectivas contas de energia?</p> <p>Problema 3: Qual o valor da tarifa de energia vigente, ou seja, o custo de 1kWh? Encontre uma fórmula que relacione o consumo de energia em um mês qualquer com o total a pagar. Faça isso para cada uma das situações de bandeira tarifária (verde, amarela e vermelha).</p>	<p>A seguinte tabela apresenta uma lista de equipamentos e eletrodomésticos que podem estar presentes em uma residência e as respectivas potências de cada um.</p> <p>A quantidade de energia consumida no mês (em kWh), de cada item, é o resultado da multiplicação de três valores: potência (em kW), tempo de uso diário (em h), e dias de uso no mês.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Item</th> <th>Potência [W]</th> <th>Tempo uso/dia [h]</th> <th>Dias uso/mês</th> <th>Energia mês [kWh]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Ventilador</td><td>40</td><td>10</td><td>30</td><td>12</td></tr> <tr><td>Computador</td><td>50</td><td>10</td><td>30</td><td>15</td></tr> <tr><td>Televisor</td><td>80</td><td>10</td><td>30</td><td>24</td></tr> <tr><td>Lâmpadas</td><td>100</td><td>6</td><td>30</td><td>18</td></tr> <tr><td>Refrigerador</td><td>150</td><td>24</td><td>30</td><td>108</td></tr> <tr><td>Lavadora roupas</td><td>200</td><td>1</td><td>15</td><td>3</td></tr> <tr><td>Ferro elétrico</td><td>1000</td><td>1</td><td>20</td><td>20</td></tr> <tr><td>Ar condicionado</td><td>3000</td><td>8</td><td>10</td><td>240</td></tr> <tr><td>Chuveiro</td><td>4000</td><td>0,5</td><td>30</td><td>60</td></tr> </tbody> </table> <p>Instrução: Para responder às tarefas 1 e 2 não é necessário utilizar todos os itens da tabela acima. Além disso, conforme a conveniência, o tempo de uso diário e os dias de uso no mês podem ser diferentes daqueles apresentados na tabela.</p> <p>Tarefa 1: Uma determinada família possui todos os itens da tabela e os utiliza durante tempo e dias de acordo com essa mesma tabela. Imagine que ela tenha que reduzir o consumo de energia pela metade devido a restrições impostas no fornecimento. Diante de tal necessidade, proponha uma sugestão de ação para que isso ocorra. Justifique.</p> <p>Tarefa 2: Suponha que haja um limite máximo de consumo de energia de 300kWh para consumidores residenciais e 700kWh para os comerciais. Ilustre um cenário de limite máximo de consumo para cada tipo de consumidor, indicando escolha de itens, tempo e dias de uso no mês.</p> <p>Tarefa 3: Imagine que o tempo de uso (diário e/ou mensal) varie igualmente para todos os itens da tabela. Escreva uma fórmula que relacione a energia consumida (em kWh), as potências dos itens (utilizar todos eles) e o tempo de uso. Que conclusões você pode tirar dessa fórmula?</p>	Item	Potência [W]	Tempo uso/dia [h]	Dias uso/mês	Energia mês [kWh]	Ventilador	40	10	30	12	Computador	50	10	30	15	Televisor	80	10	30	24	Lâmpadas	100	6	30	18	Refrigerador	150	24	30	108	Lavadora roupas	200	1	15	3	Ferro elétrico	1000	1	20	20	Ar condicionado	3000	8	10	240	Chuveiro	4000	0,5	30	60
Item	Potência [W]	Tempo uso/dia [h]	Dias uso/mês	Energia mês [kWh]																																															
Ventilador	40	10	30	12																																															
Computador	50	10	30	15																																															
Televisor	80	10	30	24																																															
Lâmpadas	100	6	30	18																																															
Refrigerador	150	24	30	108																																															
Lavadora roupas	200	1	15	3																																															
Ferro elétrico	1000	1	20	20																																															
Ar condicionado	3000	8	10	240																																															
Chuveiro	4000	0,5	30	60																																															

Figura 1 – Recorte das fichas de atividades, contendo os problemas e as TEI
Fonte: Elaborado pelas autoras



O terceiro dia iniciou-se com o fechamento das atividades da aula anterior. Participaram desta aplicação treze alunos, seis do sexo feminino e sete do sexo masculino, todos do curso de Licenciatura em Matemática. A pedido da PP, eles se organizaram em seis duplas mais um aluno, que preferiu ficar sozinho. Cada um escolheu o colega com o qual formou parceria. Na resolução dos problemas, foram identificados os seguintes conhecimentos matemáticos mobilizados pelos licenciandos:

Problema 1: todos os alunos utilizaram regra de três simples, variando apenas os números que escolheram para compor a regra, conforme mostra a figura 2.

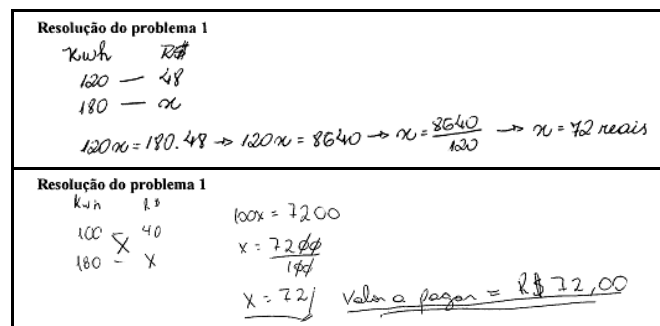


Figura 2 – Resolução do problema 1 por duas duplas diferentes de alunos
Fonte: Elaborado pelas autoras

No problema 2 novamente os alunos usaram regra de três simples, sendo que uma dupla utilizou apenas as operações de divisão, multiplicação e adição sem explicitar a regra de três. Outra dupla compreendeu de forma equivocada as contas de tarificação das bandeiras e, por isso, chegou a uma resposta incorreta. O aluno que optou por desenvolver a atividade sozinho, teve dificuldade e não conseguiu resolver todo o problema.

Para o problema 3, não houve um consenso em relação às formulas apresentadas. As duplas empregaram regra de três ou o valor unitário do kWh para chegar às respostas, as quais só foram totalmente corretas para três duplas, parcialmente certas para duas duplas, incorreta para uma dupla (aquela do problema 2 que teve compreensão equivocada) e em branco para o aluno que resolveu sozinho.

Para as TEI, foram visualizados os conhecimentos matemáticos descritos a seguir.

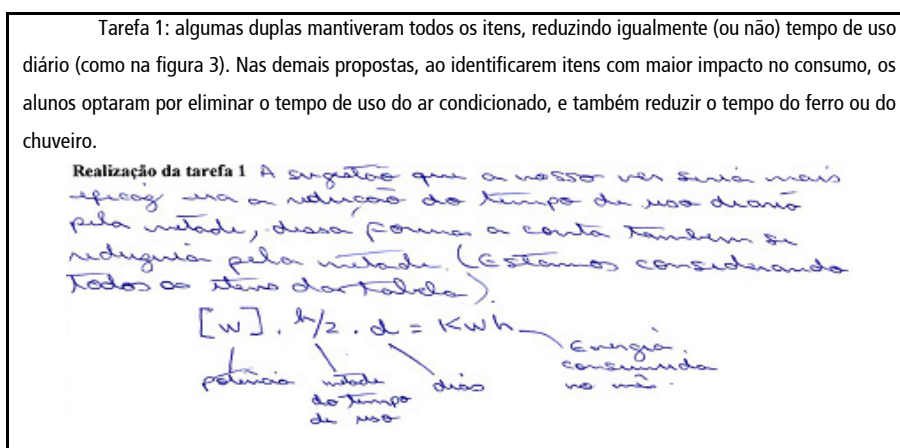


Figura 3 – Realização da tarefa 1 utilizando fórmula para representar e justificar sua proposta
Fonte: Elaborado pelas autoras



Tarefa 2: seguiu praticamente a mesma linha de raciocínio da tarefa 1. A dupla, cuja resposta da tarefa 1 está na figura 3, respondeu a esta tarefa utilizando porcentagem. Eles descobriram que 700 representa um acréscimo de 40% a mais em relação a 500 (consumo total de energia – tarefa 1), enquanto que 300 seria 40% a menos.

Tarefa 3: os alunos tiveram mais dificuldade, tanto na compreensão quanto na realização da tarefa, pois, segundo eles, não estava suficientemente claro o enunciado. O aluno sozinho deixou a resposta em branco. Poucas duplas conseguiram realizar esta tarefa com sucesso.

Em relação às atividades aplicadas, o quadro 3 apresenta os conhecimentos que os licenciandos mobilizaram frente às duas abordagens focalizadas neste trabalho.

Abordagem	Conteúdos		
	Conceituais	Procedimentais	Atitudinais
RP	Fatos, dados, símbolos do texto e da figura; Operações aritméticas básicas Regra de três simples.	Ler, interpretar e selecionar informações no texto e na figura; Identificar e relacionar os números para realizar as operações e para montar a regra de três.	Diálogo e sintonia entre as formas de pensamento; Atitude bastante favorável em relação à Matemática; Motivação e empenho na resolução dos problemas.
EIM	Fatos, dados, símbolos do texto e da tabela; Proporcionalidade; Porcentagem; Elaboração de fórmulas.	Ler, interpretar e selecionar informações no texto e na tabela; Reconhecer grandezas proporcionais, realizar cálculo de porcentagens e elaborar fórmulas que generalizam uma situação.	Discussão e negociação de ideias com o colega; Propostas condizentes com a realidade; Atitude favorável frente à Matemática; Cumprimento das TEI, com preocupação em justificar/argumentar.

Quadro 3 – Conhecimentos mobilizados pelos licenciandos nas abordagens de RP e EIM
Fonte: Elaborado pelas autoras segundo tipologia de Zabala (1998)

Pela análise desta aplicação, sintetizada no quadro 3, pode-se perceber que os conhecimentos mobilizados pelos alunos nas duas abordagens foram diferentes. Em termos de conteúdos conceituais, na RP eles utilizaram regra de três e operações aritméticas básicas, enquanto que na EIM empregaram proporcionalidade, porcentagem e elaboração de fórmulas. Em ambas as abordagens eles lançaram mão de procedimentos de interpretação de dados, fatos e símbolos, reconhecimento e relacionamento de números e grandezas. Mas foi nos conteúdos atitudinais que se observou maior diferença entre RP e EIM. No emprego de RP, observou-se que a convergência entre ideias, a motivação e uma atitude favorável frente à aprendizagem de Matemática se fizeram mais fortemente presentes quando comparada com a realização das atividades via EIM. Além disso, percebeu-se que na EIM houve maior necessidade tanto de negociação de ideias quanto de argumentação, tendo demandado mais tempo no desenvolvimento desse último tipo de atividade.



Considerações finais

Na realização das atividades, comparando-se RP com EIM, observou-se que os estudantes mobilizaram conteúdos conceituais diferentes, ao contrário dos procedimentais, que tiveram bastante proximidade. O maior distanciamento foi notado nos conteúdos atitudinais. Observou-se que ambas as abordagens se mostraram com ótimo potencial didático-pedagógico no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, embora se ressalte algumas diferenças quanto aos conteúdos mobilizados pelos alunos, conforme apresentado no quadro 3.

Durante o processo de aplicação, os alunos relataram ter mais dificuldade nas TEI do que na RP. Dessa forma, entende-se que na escolha entre uma ou outra abordagem, devem ser considerados os propósitos das atividades e o nível de conhecimento que se pretende atingir. Foi possível observar que o trabalho com a RP permitiu maior entrosamento entre os alunos e afinidade nas respostas, enquanto que as TEI, por serem abertas, estimularam uma discussão em um nível em que cada um tentava argumentar seu ponto de vista e se preocupava com uma justificativa.

Por fim, o fato de o licenciando, que optou por desenvolver as atividades sozinho, não ter conseguido finalizar todas as atividades sugere a relevância de se propor tais abordagens por meio do trabalho em grupo, promovendo a sociabilização de conhecimentos, as trocas de ideias e experiências, buscando um aprendizado mais significativo e profundo. Além disso, percebeu-se a importância da contextualização, da interdisciplinaridade – sempre que possível – e principalmente da conexão e da interligação entre os conteúdos matemáticos. Concorde-se, portanto, que em cursos de formação inicial docente é importante proporcionar uma vivência, a exploração e a discussão a respeito de abordagens alternativas de ensino como as que foram abordadas neste artigo.

Referências

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**. Ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E.M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR, 2005, LISBOA. **Anais...** Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005. p. 1-22.

MENEGHETTI, R. C. G.; REDLING, J. P. O processo de elaboração de tarefas didáticas alternativas para o ensino de matemática como possibilidade de trabalho em curso de formação de professores. **Revista Quadrante**, Lisboa, v. XVII, n. 2, p. 23-46, 2008.

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. In _____. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 13-33.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999, p. 199-218.

PONTE, J. P. **Investigar, ensinar e aprender**. Actas do ProfMat. Lisboa: APM, 2003, p. 25-39.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PROENÇA, M. C. **A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado**. 2012. 208 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2012.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.