http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p261

Geometria Espacial: A aprendizagem através da construção de sólidos geométricos e da resolução de problemas

Spatial Geometry: The learning by the geometric solids' construction and problem-solving

Eliana Bevilacqua Salin[1]

msalin@uol.com.br

Resumo

Fazer com que os alunos busquem o conhecimento através de suas próprias pesquisas, experimentações, conjecturas e construções. Observa-se uma tendência para que o ensino de geometria se processe levando os alunos a manipular material concreto, com aplicação de resolução de problemas ou situações problemas e de modelagem. Visa-se um ensino de geometria que proporcione ao aluno um conhecimento que possa construir relacionando-o com os demais conhecimentos, sem deixar a formação conceitual abstrata de lado. Assim, tem-se como objetivo mostrar o trabalho realizado em uma turma de 3º ano do ensino médio, sobre o conteúdo de Geometria Espacial, aplicando a metodologia da Resolução de Problemas, seguindo as etapas sugeridas por Polya (1995), conforme segue: 1) entendimento do problema; 2)elaboração de um plano; 3)execução do plano; e 4)retrospecto ou verificação. Acrescentar problemas no ensino de geometria seria uma forma de torná-la mais atraente para os alunos e de fazê-los mais participativos na construção dos conceitos matemáticos. Portanto, busca-se, através deste trabalho, apresentar problemas que proporcionem aos alunos o desenvolvimento, a fixação e a capacidade de usar Geometria Espacial.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Resolução de Problemas.

Abstract

Getting students to seek knowledge their own research, experimentation, conjectures and constructions. There is a tendency for the teaching of geometry takes place leading students to manipulate concrete materials, applying problem-solving situations or problems and modeling. We seek a geometry that provides education to our students a knowledge which they can build it and also relate it with other knowledge around you, while the formation of abstract conceptual side. So, I aim to show the work done in a class of 3rd year of high school on the content of Space Geometry, applying the methodology of troubleshooting by following the steps suggested by Polya(1995), as follows: 1)understanding the problem, 2) preparation of plan, 3)implementing the plan, and 4) or retrospective verification. Add problems in teaching geometry would be a way to make it more appealing to student and make them more involved in the construction of mathematical concepts. It this the way I want to follow, seeking problems that provide students which the development, setting and ability to use Spatial Geometry.

Keywords: Spatial Geometry. Problem-Solving

[1] Programa de pós-graduação em ensino de matemática. UFRGS.

1. Introdução

No ensino de Geometria Espacial, os problemas são fundamentais, pois permitem ao aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e espacial e não apenas o uso de fórmulas.

No entanto, a abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda é bastante desconhecida da grande maioria e, quando é incorporada à prática escolar, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagem de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos (PCN, 1998).

O desenvolvimento deste trabalho tem como objetivo mostrar a importância da resolução de problemas para o ensino da Geometria Espacial. A proposta é oferecer aos alunos estratégias didáticas para trabalharem com a resolução de problemas, a fim de tentarem superar as dificuldades de aprendizagem, enfrentarem desafios que exijam grande esforço e dedicação e descobrirem por si só, a melhor estratégia que deve ser utilizada para o problema a ser resolvido.

Esta pesquisa é de cunho bibliográfico sobre a resolução de problemas para o ensino de Geometria Espacial, como estratégia didática e sua importância para o ensino de Geometria Espacial. As informações foram consultadas em livros e artigos.

2. Geometria Espacial

Ao iniciar o estudo da Geometria Espacial, uma grande ênfase é dada à visualização de situações geométricas e à sua representação no plano. Sem tais habilidades, é praticamente impossível desenvolver qualquer trabalho em Geometria.

Para Duval (1995), a aprendizagem de Geometria favorece três diferentes formas do processo cognitivo – a visualização, a construção e o raciocínio – que se relacionam para habilitar o aluno com a proficiência necessária em Geometria.

A Geometria é considerada como uma ferramenta para descrever e interagir com o espaço no qual vivemos, usada em aplicações tanto tradicionais como inovadoras e, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade. Ela tem sido estimulada grandemente por novas ideias tanto na própria Matemática, como em outras disciplinas, entre elas, a Ciência da Computação, que tem influência em muitos aspectos da nossa vida por sua educação visual. Talvez, melhor que o estudo do espaço, a Geometria seja a investigação do "espaço intelectual" já que, embora comece com a visão e a percepção, ela caminha em direção ao pensamento, que vai do que pode ser percebido para o que pode ser concebido. Segundo Fainguelernt, (1995) "A Geometria desempenha um papel fundamental na educação porque ativa as estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização."

Lorenzatto justifica a importância do ensino de Geometria (1995, p. 5): "A necessidade do ensino de Geometria pelo fato de que, um individuo sem esse conteúdo, nunca poderia desenvolver o pensar geométrico, ou ainda, o raciocínio visual, além de não conseguir resolver situações da vida que forem geometrizadas. Não poderá ainda utilizar-se da Geometria como facilitadora para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano."

A Geometria é um tópico natural para começar a resolução de problemas e tem muitas aplicações que aparecem no mundo real. É imprescindível que o aluno tenha oportunidade de fazer conjecturas, explorações, representações, construções, discussões, que possibilitem investigar, descobrir, descrever e perceber propriedades para uma aprendizagem significativa.

Na caracterização das formas geométricas, não se pretende partir de definições, mas sim de objetos concretos encontrados no dia a dia, através da sua construção, pois segundo, Victoria Pohl (1994), a melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo poliedros que mostrem os conceitos espaciais. A preocupação básica nos contatos iniciais deve ser o reconhecimento das formas mais frequentes, a familiarização com a nomenclatura dos elementos das figuras geométricas (faces, vértices, arestas, diagonais), a aprendizagem de representação gráfica de figuras planas e espaciais, da construção e o estabelecimento de relações simples envolvendo os elementos componentes.

3. Resolução de problemas

Geralmente, ensina-se a resolver problemas matemáticos de uma maneira equivocada, fazendo exercícios repetitivos de conteúdos recém-estudados, a fim de fixá-los. Isso contribui muito para o baixo rendimento escolar e desmotivação dos alunos.

A resolução de problemas é uma metodologia pela qual o estudante terá a oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos já adquiridos em novas situações de modo a resolver um problema proposto.

Mas o que é um problema? De acordo com o dicionário Aurélio, problema é uma questão matemática proposta que necessita de solução. Mas se percebe que ele não diferenciou exercício de problemas, toda questão matemática que será resolvida, para Aurélio, é um problema. Para Dante (1991), problema é qualquer situação que leva o indivíduo a pensar, e problema matemático é uma situação que necessita de pensamentos e conhecimentos matemáticos para resolvê-lo.

A resolução de problemas é uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, criando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação. Segundo Dante (1991), "é possível por meio da resolução de problemas, desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela".

Os alunos, ao resolverem problemas, podem descobrir fatos novos, sendo motivados a encontrarem várias outras maneiras de resolverem o mesmo problema, despertando a curiosidade e o interesse pelos conhecimentos matemáticos e, assim, desenvolverem a capacidade de solucionar as situações que lhes são propostas.

Despertar no aluno o gosto pela resolução de problemas não é tarefa fácil, muitos são os momentos de dificuldade, obstáculos e erros. Isso acontece devido à dificuldade de distinguir um problema matemático de um exercício matemático.

Podemos distinguir, mais claramente, um problema de um exercício. "Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la" (PCN, 1998).

Segundo Polya (1995), "o professor que deseja desenvolver nos alunos o espírito solucionador e a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar. Além disso, quando o professor resolve um problema em aula, deve dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os alunos. Por meio desta orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer".

Os alunos devem participar da resolução de problemas como sujeitos ativos, podendo criar suas próprias estratégias para encontrar a solução de um problema, criar competências, bem como desenvolver capacidades.

Mas como se resolve um problema? Para responder a essa pergunta, recorre-se a Polya (1995), considerado o mestre da Resolução de Problemas. Para ele, existem quatro etapas principais de resolução: compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e fazer o retrospecto ou verificação. Para Dante (1991), essas etapas não precisarão ser rígidas, a resolução de problemas é bem mais complexa e interessante. Não se limita a seguir regras, como se fosse um algoritmo, é apenas uma orientação que ajudará aqueles que se dedicam a resolver o problema.

Analisar-se-á cada uma dessas etapas, que, de um modo geral, contribuirão para a resolução de problemas.

Primeira etapa: é necessário compreender o problema. Polya (1995) nos auxilia dizendo que se deve fazer uma série de questionamentos, a fim de que consigamos entender o problema; para começar a resolvê-lo, necessita-se saber o que ele pede, quais os valores fornecidos, se é possível usá-los todos de uma vez ou não. Serão feitas várias indagações, as quais procuram ajudar o aluno em sua atividade mental, e todas elas com o intuito de que o ele compreenda o problema. Para isso, há as indagações sugeridas por Polya (1995): Qual é a incógnita? Quais são os dados fornecidos? Qual a condição que o problema pede? É possível fazer uma figura? É possível fazer uma estimativa para a resposta? Essas são algumas sugestões que ajudarão o professor a conduzir a resolução de problemas, mas não devem ser tomadas como únicas, muitas outras o professor poderá acrescentar, sem revelar a resposta ao aluno, fazendo com que ele vá construindo e se apropriando do entendimento do problema.

Segunda etapa: elaborar um plano. Então precisa-se saber do que trata o problema, quais os cálculos a serem feitos, se será possível fazer uma representação geométrica. Polya (1995) coloca que a melhor forma do professor ajudar o aluno é fazer com que ele tenha uma ideia magnífica, sem que lhe seja revelada a resposta. As indagações propiciam o surgimento dessa ideia. O professor deve se imaginar no lugar do aluno e pensar quais dificuldades os alunos teriam ao resolver aquela questão. Assim, pode-se começar a atividade pela indagação: Conhece um problema semelhante? Ele será útil para nós? Polya (1995) afirma: "É difícil imaginar um problema absolutamente novo, sem qualquer semelhança ou relação com qualquer outro que já haja sido resolvido; se um tal problema pudesse existir, ele seria insolúvel". De fato, ao resolver um problema, sempre se aproveita algum problema anteriormente resolvido, usando o seu resultado ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo.

Terceira etapa: executou-se o plano elaborado, e se verificou passo a passo o caminho adotado. Para executar o plano, é preciso ter compreendido o problema e ter em mente alguma estratégia. Para Polya (1995), "executar o plano é muito fácil, paciência é do que se precisa". Pode-se verificar que quem chegou nessa etapa, percorreu um longo caminho, já sabendo o que deve ser feito, e que, portanto, deve ter muito cuidado na hora da execução. O que acontece com frequência nos livros didáticos, é que já se tem um plano pronto e trabalhado de forma rápida, usando, muitas vezes, artifícios para se chegar à resposta o mais rápido possível, falta esse trabalho mais cuidadoso.

Nota-se que é comum na resolução de um problema, o aluno começar a executá-lo sem antes o ter compreendido bem e elaborado um planejamento, é dada muito importância à resposta, ao método de resolução. Se ele desenvolveu um caminho estratégico para resolver o problema, mas teve erro em alguma operação, não chegando à resposta correta, o professor tende a não valorizar o trabalho desenvolvido pelo aluno; e se este problema fizer parte de uma avaliação, a resposta corre o risco de ser considerada errada e sem nenhum valor. É preciso mudar essa visão, a resposta correta é importante, mas ter uma ideia e executar um plano deve ser valorizado pelo professor. Polya (1995) orienta que devemos executar os cálculos indicados no plano, trabalhar bem com as estratégias, resolvendo o problema de várias maneiras. Porém, vale salientar a importância de saber resolver o problema de um jeito, pois nem sempre será possível dispor de várias maneiras de resolução.

Quarta etapa: É o retrospecto ou verificação, que é a análise da resposta, se ela está correta, se as unidades estão adequadas. Pode-se dizer que essa etapa é a antiga frase “tirar a prova real”, ou seja, substituir o valor encontrado, verificando se está correto ou não. É comum essa fase não ser executada pelos alunos, pois ao chegarem a uma resposta do problema, coloca-se o resultado e, muitas vezes, não são levado em conta as unidades e se aquela resposta satisfaz todas as condições do problema. Polya (1995) auxilia, colocando algumas indagações que são úteis, tais como: é possível verificar se a resposta está correta? há outra maneira de resolver o problema? Pode-se usar o método empregado para resolver outros problemas? O professor deve propiciar um estudo, que leva os alunos a perceberem que o método usado para resolver aquele problema, serve para resolver outros semelhantes.

Sobre como trabalhar um problema em classe, Dante (1991) diz que “ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos”. O professor precisa trabalhar junto com o aluno, dialogando com ele, orientando, incentivando e motivando, para que este não venha a desanimar e desistir. Há um longo processo que precisa ser construído, para capacitá-lo de estratégia e meios úteis na resolução do problema. Existe toda uma heurística na resolução de problema. Polya (1995), em seu livro “A arte de resolver problemas”, coloca que o “objetivo da heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção”. O trabalho desenvolvido pelo autor procura salientar a importância de se ter métodos de ensino, pois não se deve ensinar sem ter um olhar crítico para a situação. É necessário entender como funciona a mente, como são feitas as operações mentais, e, para nos ajudar, Polya (1995) diz que as “indagações e sugestões” são operações mentais úteis na resolução de problemas.

4. Relato de experiência

A turma foi dividida em grupos de cinco e seis alunos. No primeiro momento, foi pedido a eles a construção de diversos sólidos geométricos, tais como: tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro, prismas e pirâmides. O objetivo, nessa primeira etapa foi com que os alunos tivessem contato com os sólidos, sem classificá-los, pois de acordo com o modelo Van Hiele de pensamento geométrico, esses alunos estariam no nível básico que é o de visualização, onde as formas geométricas são conhecidas por sua forma como um todo (aparência física), não por partes ou propriedades.

Durante o trabalho, surgiram diversos questionamentos, como: com quantos centímetros fazer as abas? Que tamanho fazer os sólidos? Ficou por conta deles essa decisão, pois, para Polya (1995), o aluno não deve receber tudo pronto, pois, cabe a ele uma parte do pensamento e sugestões para o entendimento do problema.

Essa parte exigiu deles, além de um bom conhecimento de geometria plana, muita determinação, organização, capricho e criatividade tão necessária, para resolver problemas de matemática.

A fase de construção dos Poliedros:

Foi explicado poliedros no quadro: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Dois grupos ficaram responsáveis pela construção de esqueletos de poliedros usando canudinhos, palitinhos de churrasco e fios. A sugestão dada pela professora foi a de que usassem para a medida da aresta dos poliedros, 8 cm, já que os canudos e palitos de churrasco mediam 25 cm.

Os demais grupos ficaram responsáveis pela planificação desses sólidos e sua construção em papel cartolina.

Para essa primeira parte usou-se duas aulas. Alguns que não conseguiram concluir seus trabalhos finalizaram-nos em casa.

A segunda etapa foi a construção dos prismas: triangular regular, quadrangular regular e hexagonal regular, cubo e paralelepípedo.

Dois grupos ficaram responsáveis pela construção do esqueleto dos prismas, usando palitos de churrasco e cola quente para juntar os "cantos". Os demais grupos faziam a planificação desses prismas e, a seguir, faziam a sua construção em papel cartolina. Na construção dos prismas, para obter a área lateral, eles dividiam um retângulo maior em 3, 4 ou 6 retângulos menores, dependendo da base do prisma, que estava sendo construído. Na construção da base do prisma hexagonal, precisou-se a intervenção da professora, que sugeriu a eles que construíssem uma circunferência e sobre a qual colocassem 6 pontos equidistantes com a mesma medida do raio, ligassem esses pontos entre si e, depois, cada um ao raio e, dessa forma, eles conseguiram enxergar que só precisariam recortar as "sobras".

Para a pirâmide, definiu-se e mostrou-se vários desenhos. Depois foi pedido a eles que planificassem uma pirâmide quadrangular, uma triangular e outra hexagonal. Um dos grupos fez a planificação da quadrangular, aproveitando a aresta da base e construindo triângulos sobre cada aresta e depois os uniu. Eles tiveram dificuldades na hora de planificarem a triangular regular. Nenhum grupo se deu conta de que poderiam construir triângulos lado a lado ao invés de fazer um triângulo em cada aresta da base. As medidas das arestas foram escolhidas pelos alunos. Também foi pedido aos alunos que fizessem os esqueletos dessas pirâmides que mais adiante ajudariam na visualização das relações entre elementos das pirâmides.

Para a construção de pirâmides, usou-se quatro aulas. Os alunos já se mostravam mais confiantes para fazer as planificações sem precisar a intervenção da professora. Com isso, tornava-se mais evidente que eles estavam amadurecendo conceitos matemáticos, tornando-se mais independentes e ativos no processo de ensino e aprendizagem.

Após a construção destes sólidos, passou-se à segunda etapa, que era a de nomear os elementos dos sólidos geométricos, por exemplo, arestas, base, vértice, apótemas, altura e diagonais, pois de acordo com Polya (1995) "um passo importante na resolução de um problema é a escolha da notação. Ela deve ser feita cuidadosamente. O tempo inicialmente dispendido em escolher a notação pode muito bem ser compensado mais tarde, pois se evitam hesitações e confusões. Além do mais, ao se escolher cuidadosamente a notação, há de se pensar, detidamente nos elementos que precisam ser denotados".

Nessa etapa, segundo Van Hiele, os alunos estão no nível um, que é o de análise, onde eles começam a discernir as características das figuras. Surgem, então, as propriedades que são utilizadas para conceituar as classes de configurações.

Na terceira etapa, propõem-se atividades baseadas na metodologia de resolução de problemas. As atividades têm como objetivo calcular área e volume, usando os sólidos construídos.

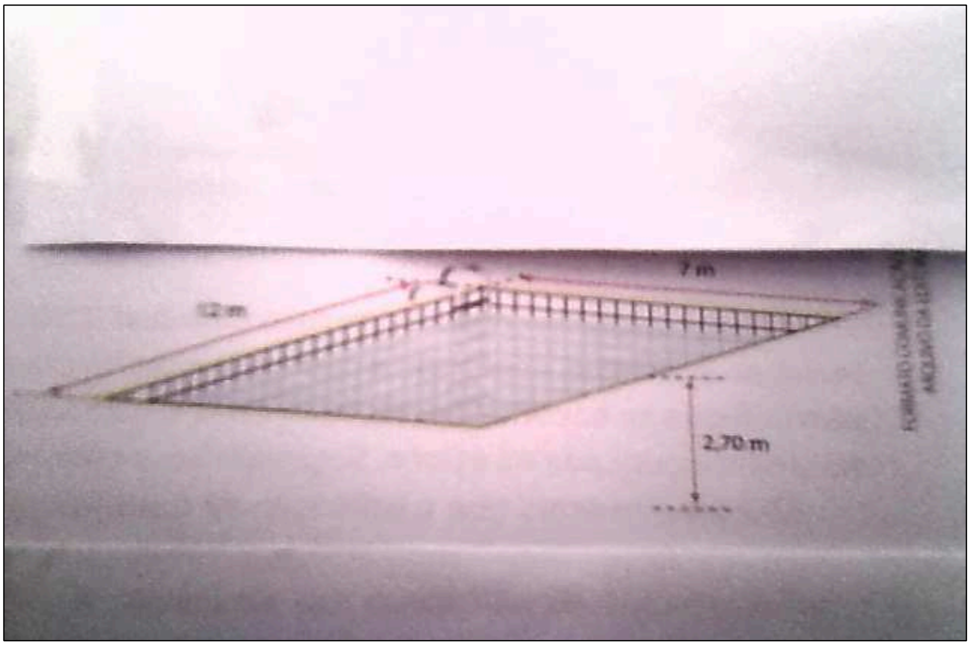
O relato deste artigo aborda uma situação problema, entre muitas feitas em sala de aula.

Todas as atividades foram desenvolvidas, seguindo as etapas propostas por Polya (1995).

Atividade Proposta:

Seja uma piscina retangular, conforme a figura 1, com as seguintes dimensões: 2m de comprimento, 7m de largura e 2,70m de profundidade, conforme a figura 1, abaixo. Pretende-se revesti-la com azulejos de 20 cm x 20 cm. Quantas peças de azulejos serão necessárias? Quantos litros de água são necessários para encher esta piscina?

Figura 1



Etapa 1: compreendendo o problema:

O diálogo entre professor (P) e seus alunos (A) começou da seguinte maneira:

P: Que Sólido é este? Construímos este sólido?

A: É um paralelepípedo retângulo e ele foi construído.

P: O que o problema está pedindo que seja calculado?

A: A Quantidade de azulejos e a quantidade de água para encher a piscina.

P: Que dados o problema forneceu?

A: O comprimento, a largura, a profundidade da piscina e o tamanho de cada azulejo.

P: Qual é a incógnita?

A: Para calcular a quantidade de azulejos, podemos usar x e para calcular a quantidade de água y.

P: Que letras poderíamos usar para representar o comprimento, a largura e a profundidade?

A: a, b e c

P: Qual é a condicionante que relaciona a, b e c com x e y? Ou seja, a condicionante é suficiente para determinar as incógnitas?

A: Sim, foi a resposta para a quantidade de azulejos (x). Eles responderam que bastava dividir a área total da piscina pela área de cada azulejo, e a determinação da quantidade de água(y), alguns alunos perceberam se tratar do volume e, para obtê-lo, precisavam somente de a, b e c.

Fase 2: Estabelecimento de um plano

P: Como vamos Calcular a área total da piscina?

A: Planificando a piscina, temos o fundo que é um retângulo, e as 4 laterais que são retangulares, calculamos essas áreas e depois somamos tudo.

P: E a área do azulejo?

A: Calculamos a área do quadrado.

P: E quanto às unidades?

A: Temos que trabalhar com a mesma unidade de medida. Então, passamos tudo para metros ou tudo para centímetros.

P: E para calcular a quantidade de água que cabe na piscina?

A: Alguns responderam que só precisávamos multiplicar a área do fundo da piscina pela sua profundidade.

Fase 3: Execução do plano

Neste momento, os alunos partiram para a resolução do problema. Deixei que eles seguissem o seus planos, só fui colocando, no quadro, os seus passos e os orientei, quando necessário, para não saírem fora do plano.

Eles calcularam a área do fundo da piscina e as áreas laterais, encontrando a área total da piscina igual a 186,6m$^{2.}$

Calcularam também a área de um azulejo, encontrando 0,04m^2 de área.

Dividiram a área total da piscina, que é de 186,6m^2, pela área de um azulejo, que é de 0,04m^2, encontrando 4665 azulejos.

P: E para calcular o volume? Qual a unidade de medida de volume?

Alguns alunos tinham noção de volume, outros; não. Então, para esse cálculo, foi preciso a minha intervenção, a fim de explicar o que era volume de um sólido e de que forma era obtido. Relembramos, também, a relação entre m^3 e litros. Feito isso, eles partiram novamente para os cálculos, encontrando 226,8m^3 e transformando para litros 226 800 *l*.

Fase 4: Fazendo o retrospecto

Segundo Polya (1995), até alunos dedicados, ao conseguirem resolver o problema, colocam o resultado e não fazem uma análise dele. Deve-se verificar: Utilizaram-se todos os dados? Satisfez-se a condicionante? É possível resolver o problema de outra maneira e verificar o resultado? Analisou as unidades?

6. Considerações finais

Diante da importância de se trabalhar no processo de ensino e aprendizagem, a resolução de problemas para o desenvolvimento intelectual do aluno, deve-se propor atividades que despertem o entusiasmo dos alunos, desenvolvendo sua capacidade de criar, atuar em conjunto, desenvolvendo seu posicionamento critico frente às situações novas e desafiadoras.

Neste trabalho, relatou-se atividades desenvolvidas pelos alunos do 3º ano do ensino médio, sobre Geometria Espacial, usando a metodologia da resolução de problemas sugeridas por Polya (1995). Pôde-se perceber, ao longo desse trabalho, a grande dificuldade que os alunos têm em pensar uma planificação e transformá-la num sólido geométrico.

Num segundo momento, quando eles começaram a manusear com as fórmulas e calcular a área dos sólidos, eles perceberam que era de fundamental importância o conteúdo que eles já haviam aprendido anteriormente, o de geometria plana, e que, agora, estavam só agregando alguns conhecimentos novos.

Um avanço percebido foi o desenvolvimento de uma linguagem geométrica mais adequada e mais consistente. Os alunos, no início desse trabalho, além de terem receio de falar, utilizavam termos de forma incoerente. Outro acontecimento, que não pode deixar de ser destacado aqui, foram as contribuições trazidas pelas atividades realizadas em equipes. Elas permitiram constatar que, de fato, no processo de ensino-aprendizagem, é essencial que sejam criados espaços de diálogo, privilegiando as discussões e a inter-relação de um sujeito com o outro. A ação de um sujeito sobre um objeto ou um novo conceito é mediada pelo outro. Em muitos casos, foi percebido que o sujeito só conseguiu concluir a atividade com a intervenção do colega. Essas intervenções foram consideradas de grande proveito, pois provocaram o surgimento de ideias, argumentações e deduções muito importantes. Em outras palavras, essas intervenções também foram muito relevantes em relação aos avanços.

Quanto à resolução de problemas usando a metodologia de Polya (1995), os alunos por algumas vezes, queriam pular etapas, mostravam-se impacientes, pois queriam que o professor resolvesse logo o problema, queriam saber logo os resultados, não estavam habituados a refletir, a conjecturar e a ter uma sequência de resolução. Isso se deve ao fato de que, durante muito tempo, esses alunos estavam acostumados ao método tradicional, onde o professor dá o conteúdo já "mastigado", resolve os exercícios como modelo, e os alunos fazem listas de exercícios para fixar esse conteúdo. Ao contrário da metodologia da resolução de problemas onde o aluno é o sujeito principal, é independente, é levado a pensar sobre o que está fazendo e a tirar suas próprias conclusões. E, ao final deste trabalho, observou-se que esses alunos amadureceram bastante, ficaram mais confiantes.

Apesar de ter havido grandes avanços no entendimento da Geometria Espacial, conclui-se que lançar mão de recursos como a metodologia da resolução de problemas, utilizados nesse trabalho, pode não ser uma solução definitiva para suprir uma deficiência do ensino convencional, mas cria uma nova possibilidade para o desenvolvimento de habilidades geométricas e, consequentemente, para a aprendizagem de matemática de forma geral, podendo ser um forte aliado para a Educação Matemática.

Referências

CONTE, K G. *Um Olhar Sobre o Ensino e Aprendizagem da Geometria*. Porto Alegre, IM/UFRGS, 2011. 69 p. Trabalho de conclusão de curso.

DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática***.** 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

DANTE, L. R. *Matemática* - Contexto e Aplicações.1ª. ed. São Paulo: Ática,2011.

LINDQUIST, Mary Montgomery, SHULTE, Alberto P. *Aprendendo e Ensinando Geometria***.**

MEC *Parâmetros curriculares nacionais***:** terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais – 1998. Secretaria de Educação Fundamental, Ministério da Educação e do Desporto, Brasília, DF São Paulo: Atual, 1994.

PEREIRA, Antônio Luiz. *Motivação para a disciplina MAT450 – Seminários de Resolução de Problemas*. São Paulo, IME-USP, agosto de 2001, 17p.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas.* Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

RITTER, A. M. *A Visualização no Ensino De Geometria Espacial*: Possibilidades com o Software calques 3D**.** Porto Alegre, IM/UFRGS,2011.Dissertação de mestrado.