

LA TAD COMME MILIEU POUR L'ÉTUDE DE L'ACTIVITÉ DES INSTITUTIONS DIDACTIQUES

Michèle Artaud

Affiliation : ADEF, Université d'Aix-Marseille (INSPE), France
michele.artaud@univ-amu.fr

Gisèle Cirade

Affiliation : EFTS, Université Toulouse Jean Jaurès, France
gisele.cirade@univ-tlse2.fr

Résumé : Cet article a pour ambition de mettre en évidence l'efficacité de la TAD pour identifier les conditions et contraintes engendrées par les institutions didactiques qui influent sur le travail du chercheur. Nous illustrons notamment le fait que ces institutions donnent à voir et imposent des structures et des normes, et que c'est l'interrogation obstinée, à la lumière de la TAD, de ce qu'elles donnent ainsi à voir qui conduit à mettre au jour les phénomènes didactiques qu'elles provoquent. Pour le dire autrement, cet article tente d'explicitier, à travers un certain nombre d'exemples, des praxéologies de mise en œuvre de la TAD comme milieu pour l'étude de l'activité des institutions didactiques.

Mots clés : fonctions de l'étude, modèle didactique de référence, théorie anthropologique du didactique (TAD).

THE ATD AS A *MILIEU* FOR THE STUDY OF DIDACTIC INSTITUTIONS' ACTIVITY

Abstract: The aim of this article is to highlight the effectiveness of the ATD in identifying the conditions and constraints created by didactic institutions that influence the researcher's work. In particular, we illustrate the fact that these institutions reveal and impose structures and norms, and that it is the obstinate questioning, in the light of the ATD, of what they thus show that leads the researcher to disclose the didactic phenomena they provoke. To put it differently, this article tries to explain, through a certain number of examples, the praxeologies of implementing the ATD as a milieu for the study of the activity of didactic institutions.

Keywords: anthropological theory of the didactic (ATD), didactic model of reference, functions of study.

INTRODUCTION

On peut schématiser le rôle du chercheur en didactique en disant qu'il a à mettre au jour des phénomènes didactiques dont il doit préciser les conditions et les contraintes d'apparition ainsi que les effets (que ceux-ci soient jugés désirables ou indésirables par telle ou telle personne ou position institutionnelle), et que cette mise au jour se réalise grâce à des enquêtes sur des questions dans lesquelles les gestes d'observation, d'analyse et d'évaluation *écologiques*¹ de l'activité des institutions nous paraissent être centraux. Notons que l'observation, l'analyse et l'évaluation ne sont pas indépendantes et séquentielles. Il y a notamment une dialectique entre observation et analyse ; l'analyse étant conditionnée par ce que l'on a observé, on peut avoir à reprendre au moins partiellement l'observation pour améliorer, approfondir l'analyse. De même, il y a une dialectique entre analyse et évaluation, la mise à l'épreuve de l'évaluation pouvant conduire à revenir partiellement sur l'analyse – et par là parfois amener à poursuivre les observations.

Le chercheur en didactique, que nous noterons désormais ξ , a ainsi à constituer dans son activité de chercheur un rapport² à un ensemble de rapports $R(\hat{i}, o_i)$, où les o_i sont des objets existant pour l'institution I dont ξ étudie l'activité, et \hat{i} est une instance, c'est-à-dire une personne x ou une position institutionnelle (I, p) ³. Cela suppose des observations et des analyses pour modéliser les rapports $R(\hat{i}, o_i)$, mais aussi un jugement sur la conformité de ces rapports à des rapports, notés $R(*\hat{s}, o_i)$, dont le chercheur souhaite étudier les conditions d'existence, par

¹ Le qualificatif « écologique » fait référence ici à la notion d'écologie didactique (CHEVALLARD, 1988 et ARTAUD, 1998 notamment). Il s'agit, pour grossir le trait, non seulement de regarder ce qui existe mais aussi ce qui n'existe pas, ce qui pourrait ou devrait exister ainsi que les conditions et les contraintes d'existence de ces quatre types d'éléments. On ajoutera qu'une contrainte est une condition que l'on considère, peut-être à tort, comme fixée – ce qui peut varier selon la position que l'on considère dans une institution donnée, voire selon l'institution examinée –, et qu'une condition ou une contrainte peut influencer « positivement » ou « négativement » sur l'existence d'un objet pour telle personne ou position institutionnelle.

² Le rapport d'une instance à un objet se compose de tout ce qui relie l'instance \hat{i} à l'objet o (ce que \hat{i} pense de o , de ce qu'il fait, ne fait pas, peut faire ou ne peut pas faire avec o , les « sentiments » que \hat{i} peut avoir envers o , etc.) (CHEVALLARD, 1989, sous presse). Il va pouvoir s'analyser en termes de praxéologies (voir note 8) : « Soit $\pi_{\hat{i}}(p)$ l'équipement praxéologique de la position (I, p) tel que le voit l'instance \hat{i} . Le rapport $R(\hat{i}, o)$ est alors, pour \hat{i} , la « résultante » de l'ensemble des praxéologies $\in \pi_{\hat{i}}(p)$ qui mettent en jeu l'objet o » (CHEVALLARD, sous presse).

³ Une position institutionnelle est une position qu'une personne peut venir occuper dans une institution : par exemple dans une institution scolaire comme un collège ou un lycée, on peut occuper la position de professeur, d'élève, mais aussi de chef d'établissement, d'intendant, d'agent d'entretien, etc. L'objet « propreté d'une salle de classe » existe pour ces différentes positions, mais le rapport à cet objet n'est pas le même, même s'il peut comprendre des éléments communs.

exemple parce qu'une certaine institution juge qu'ils favoriseraient une meilleure écologie du didactique dans la société – ce qui suppose en outre une évaluation. Lorsque o_i est un thème, un secteur, voire un domaine d'un savoir, les rapports $R(*\hat{s}, o_i)$ font partie de ce que beaucoup de chercheurs regardent comme des modèles praxéologiques de référence (MPR).

Aussi bien l'observation, l'analyse et l'évaluation de rapports existants, $R(i, o_i)$, que la constitution de rapports que ξ souhaite voir exister, $R(*\hat{s}, o_i)$, recèlent nombre de difficultés venant de ce que l'institution donne à voir et que ξ ne doit pas prendre comme allant de soi : on a là une extension, aux objets de toute nature, de « l'illusion de la transparence » qui a été nous semble-t-il au cœur de la théorie de la transposition didactique (CHEVALLARD, 1985) du point de vue des œuvres à étudier. Ces difficultés proviennent notamment du fait que les institutions mettent en avant des *structures* en masquant les *fonctions* que ces structures sont censées remplir, alors que, du point de vue de l'observation et de l'analyse scientifiques, et donc pour le chercheur ξ , les fonctions sont primordiales. En particulier, les six fonctions qu'un processus d'étude doit remplir pour que l'étude soit complète sont essentielles pour mettre au jour le didactique. Ces fonctions sont modélisées par le modèle des moments de l'étude :

1. le moment de l'identification d'un type de tâches $T \ni t$ et de la première rencontre avec T ;
2. le moment de l'exploration (plus ou moins poussée) du type de tâches T et de l'émergence de la technique τ ;
3. le moment *technologico-théorique*, qui voit la création du bloc $[\theta / \Theta]$ [...];
4. le moment *du travail* de l'organisation praxéologique $[T / \tau / \theta / \Theta]$ ainsi ébauchée, et en particulier *du travail de la technique*, où l'on fait travailler les éléments de l'organisation élaborée pour s'assurer qu'ils « résistent » (et, le cas échéant, pour les améliorer), et où, en même temps, on *travaille sa maîtrise* de l'organisation considérée, et en particulier de la technique τ ;
5. le moment *de l'institutionnalisation*, où l'on met en forme l'organisation praxéologique $[T / \tau / \theta / \Theta]$, en précisant chacun de ses composants, et en l'amalgamant le cas échéant à un complexe praxéologique existant ;
6. le moment *de l'évaluation*, où l'on évalue sa maîtrise de l'organisation praxéologique créée, mais aussi où l'on évalue *cette organisation praxéologique elle-même*. (CHEVALLARD, 2011, p. 7)

Nous donnerons d'abord un exemple relativement simple de ce phénomène de mise en avant des structures et, surtout, de l'emploi de la TAD permettant d'éviter cet écueil, avant d'examiner plus profondément ces deux aspects. Pour cela, nous prendrons comme terrains

d'étude un modèle praxéologique élaboré par des chercheurs ainsi que la place de l'écrit et des outils informatiques dans les institutions didactiques.

LE SAVOIR COMME STRUCTURE

Ce premier exemple concerne la constitution d'un modèle praxéologique relatif à un problème posé à propos d'une certaine propriété P définie sur un espace \mathbf{R}^n . Le problème considéré consiste à déterminer les éléments $x^* \in \mathbf{R}^n$ qui vérifient la propriété P ; on notera $P(x^*)$ le fait que x^* vérifie la propriété P . On suppose que ce problème peut être résolu à l'aide d'une technique appelée ci-après technique L, elle-même appuyée sur un théorème appelé ci-après théorème L. Dans un tel cas, les auteurs que nous suivrons⁴ adoptent un modèle épistémologique de référence (MER)⁵ qui, à leurs yeux, comprend cinq organisations mathématiques (OM)⁶, présentées comme respectivement relatives à cinq « types de tâches », T_1, T_2, \dots, T_5 , que l'on peut schématiser ainsi :

- T_1 : Chercher des $x^* \in \mathbf{R}^n$ qui pourraient vérifier la propriété P [*analyse*]
 - T_2 : Déterminer les $x^* \in \mathbf{R}^n$ tels que $P(x^*)$ [*synthèse*].
 - T_3 : Exploiter la technique L à propos de valeurs x^* déterminées.
 - T_4 : Construire les éléments théoriques relatifs au théorème L.
 - T_5 : Construire les éléments théoriques relatifs à la technique L.
- (D'après XHONNEUX ; HENRY, 2012, p. 763)

Ces auteurs ajoutent alors le commentaire suivant :

Précisons dès à présent que les tâches T_4 et T_5 pourraient être considérées au premier abord comme les éléments technologico-théoriques des tâches T_1, T_2 et T_3 respectivement. Néanmoins la spécificité des enseignements théoriques

⁴ Il s'agit de Sébastien Xhonneux et Valérie Henry (XHONNEUX ; HENRY, 2012 ainsi que XHONNEUX, 2011). Dans ce cas, le théorème L de notre schéma est appelé « théorème de Lagrange » par ces auteurs tandis que la technique L est la classique « méthode des multiplicateurs de Lagrange » (XHONNEUX ; HENRY, 2012, p. 770-771).

⁵ La notion de modèle épistémologique de référence (MER), introduite par Josep Gascón (1995), a été intégrée ensuite dans la théorisation sous la dénomination de modèle praxéologique de référence (CHEVALLARD, 2013, 2017) de façon à ne pas induire une norme liée à l'adjectif « épistémologique » et inclure dans ce modèle l'ensemble de l'équipement praxéologique dont le chercheur a besoin pour « penser » les praxéologies enjeu de l'étude dans le didactique qu'il étudie. Ce modèle praxéologique de référence s'accompagne d'un modèle didactique de référence (CHEVALLARD, 2013, 2017).

⁶ Une organisation mathématique peut être considérée comme un synonyme d'une praxéologie mathématique ; c'est donc un ensemble de types de tâches mathématiques, T_{ijk} , de techniques permettant d'accomplir ces types de tâches, τ_{ijk} , d'une ou plusieurs technologies, θ_{jk} , justifiant, produisant ou rendant intelligibles ces techniques et d'une ou plusieurs théories, Θ_k , justifiant, produisant ou rendant intelligibles cette ou ces technologie(s).

à l'université nous a amenés à les considérer comme des types de tâches à part entière bien que d'un genre différent des trois premières. (XHONNEUX ; HENRY, 2012, p. 763)

Le problème que nous voulons mettre en évidence se situe dans la présence de T_4 et T_5 dans le découpage proposé pour modéliser l'équipement praxéologique de la *position d'étudiant*. L'embarras des auteurs est manifeste, comme l'indique le commentaire qui suit l'annonce des cinq « types de tâches » : le glissement de *types de tâches* à *tâches* qui y figure est loin d'être anodin. Car en effet T_4 et T_5 sont bien des *tâches*, que l'on ne va accomplir qu'une fois : on les notera désormais t_4 et t_5 . Elles relèvent d'un *type de tâches*, T_1 , que l'on pourrait formuler ainsi : « Justifier un élément technologique d'une organisation mathématique (OM) ». Ces tâches sont accomplies lors de l'élaboration de l'environnement technologico-théorique⁷ $[\theta / \Theta]$ de l'OM que l'on construit autour du type de tâches T_2 et leur produit constitue une partie de cet environnement technologico-théorique. On est ainsi dans la réalisation du moment technologico-théorique (le moment de l'étude où l'on constitue précisément la technologie venant justifier, produire, rendre intelligible le bloc pratico-technique $[T_i / \tau_i]$, ainsi que la théorie venant justifier, produire, rendre intelligible cette technologie), et c'est cela qui est masqué par le choix de modélisation des auteurs.

On peut noter également que, dans l'institution considérée par les auteurs, la première année d'université, le type de tâches T_1 existe dans l'équipement praxéologique de l'instance qu'est la *position de professeur* et pourrait, voire devrait, donc, figurer dans un MPR permettant d'étudier cette instance. Ou encore, si l'on change d'institution et que l'on s'intéresse par exemple à l'institution de formation des professeurs de mathématiques, le type de tâches T_1 est un type de tâches *enjeu de l'étude* pour la *position d'étudiant* de cette institution dont les tâches t_4 et t_5 pourraient constituer deux spécimens ; c'est bien le type de tâches T_1 qui figurerait alors principalement dans les MPR, les tâches t_4 et t_5 pouvant être signalées comme spécimens de T_1 pertinents à faire travailler, par exemple. En revanche, dans le modèle proposé par S. Xhonneux et V. Henry, T_1 fait clairement partie du modèle *didactique* de référence (MDR) et relève du

⁷ Nous utilisons « environnement technologico-théorique » plutôt que « bloc technologico-théorique » pour signifier davantage que $[\theta / \Theta]$ est relatif à une *praxis* $[T_i / \tau_i]$ qu'il justifie et soutient, même si, dans un texte du savoir donné, la *praxis* peut être absente. On ajoutera que les ingrédients de l'environnement technologico-théorique peuvent être élaborés « entièrement » ou bien à partir d'ingrédients déjà existants mais qui viennent là s'agréger pour justifier la *praxis*.

type de tâches plus générique « Réaliser le moment technologico-théorique », qui n'est pas un enjeu de l'étude pour la position d'étudiant de cette institution.

Il est clair que si l'on s'intéresse, comme les auteurs, à l'enseignement du théorème L à l'université aujourd'hui, la majorité des cours que l'on va pouvoir observer seront relatifs à l'environnement technologico-théorique du bloc $[T_2 / \tau_2]$ (où τ_2 est la technique L), et se situeront dans deux moments : le moment de l'institutionnalisation de cette partie de l'OM autour de T_2 (le moment où l'on met en forme une OM et où on l'amalgame aux OM antérieurement produites) ; le moment technologico-théorique, dont la présence sera plus ou moins forte selon les établissements – et qui pourra même, dans certains cas, être absent. Dans la modélisation par les auteurs des types de tâches organisant un MPR sur le thème du théorème L, on trouve donc la volonté d'intégrer un élément de ce que donne à voir l'institution, à travers son activité et le texte du savoir qui en résulte – ce que les auteurs désignent par « la spécificité des enseignements théoriques à l'université ». Pourquoi considérer cela comme problématique ?

Le MPR constitué par ξ doit permettre ici de juger le rapport de l'institution examinée au théorème L. Or, nous l'avons vu, au moins deux des cinq types de tâches découpés n'en sont pas : ce sont des *tâches didactiques* qui concourent à la réalisation du moment technologico-théorique relatif à des OM choisies comme objet d'étude par l'institution observée et constituées autour de ce théorème. Comment dès lors mettre en évidence par exemple la sur-représentation de l'environnement technologico-théorique dans les OM présentes dans les enseignements examinés, et corrélativement la quasi-absence de la *praxis*, ou au contraire ses lacunes ? Ou encore comment mettre en évidence la réalisation ou l'absence de réalisation du moment technologico-théorique ? On obtient donc un MPR qui n'est pas adapté à l'identification de phénomènes didactiques. En fait, il participe d'une tendance générale à la dénégation et au refoulement du (travail) didactique.

Comment la TAD permet-elle d'éviter ce type de modélisation ? On notera d'abord que ce que la plupart des institutions *donnent à voir* des praxéologies qui y vivent, soit ce que l'on peut appeler la partie « émergée » des praxéologies, est pour l'essentiel constituée du bloc technologico-théorique, qui est souvent appelé le « savoir », sans le bloc praxique qui lui donne sa fonction technologico-théorique : c'est en ce sens que nous dirons que les institutions *donnent à voir* le savoir comme structure, sans les fonctions de production, de justification,

d'intelligibilité de la praxis que cette structure permet de remplir, puisque la *praxis* est généralement absente de la partie émergée. Il faut donc traquer cette *praxis* par l'observation et l'analyse. Dans cette perspective, la notion de *type de tâches* comme ensemble de tâches du même type qu'une instance a à accomplir est essentielle. Une fois que l'on a identifié ce que l'on croit être un tel type de tâches, il est nécessaire de le mettre à l'épreuve en examinant d'abord s'il s'agit bien d'un ensemble de tâches que l'instance considérée a à accomplir. Ici, on l'a vu, ce seul examen suffit à disqualifier t_4 et t_5 : ce sont des *tâches*, que l'instance étudiante aura à accomplir une fois, et le type de tâches T_j auquel ces tâches peuvent appartenir n'est pas un type de tâches de l'équipement praxéologique de l'instance considérée autour du théorème L – il relève d'un modèle didactique de référence.

Le fait que la formulation considérée recouvre bien un ou des types de tâches mais ne soit pas adaptée à l'analyse de l'activité de l'instance, soit à l'analyse de ce que l'instance a à faire, est fréquent. Un exemple prototypique à cet égard est la formulation du type « utiliser telle propriété », que l'on trouve souvent dans les programmes français comme désignant ce que la position d'élève doit savoir faire. En effet, « utiliser le théorème de Thalès » par exemple recouvre bien un ensemble de tâches de la position d'élève pour lesquelles le théorème de Thalès va permettre de justifier une technique, mais ces tâches sont de différents types, comme par exemple « calculer une longueur » ou « montrer que deux droites ne sont pas parallèles ». On peut y voir, à nouveau, la volonté de mettre en avant la structure du savoir, « les propriétés », sans que les fonctions apparaissent : on a à utiliser le théorème de Thalès, certes, mais pour faire quoi ?

MASQUER LES FONCTIONS DE L'ÉTUDE : STRUCTURER LE SAVOIR

Maggy Schneider (2017) avait cité cet exemple de MPR autour du théorème L au quatrième congrès sur la TAD pour souligner l'usage peu, voire pas, « phénoménotechnique »⁸ du modèle praxéologique obtenu. Elle y voyait fort justement l'effet d'un évitement de mise en fonction de la TAD et « du regard articulé qu'elle autorise sur les OM et les OD » (*ibid.*, p. 168). Un tel évitement est permis entre autres par le recours aux notions de « types de tâches procéduraux » et « types de tâches structuraux », fabriqués par les auteurs :

⁸ Phénoménotechnique : productif de phénomènes didactiques.

Un type de tâches est dit « procédural » lorsqu'il fait appel au caractère procédural d'un concept mathématique (le concept comme processus).

[...]

... un type de tâches est dit « structural » lorsqu'il fait appel au caractère objet d'un concept mathématique (le concept comme objet). Ce sont les types de tâches qui se définissent par « expliquer », « interpréter », « définir », « analyser », « résumer », etc. (XHONNEUX ; HENRY, 2012, p. 764)

D'une manière générale, l'introduction dans la TAD d'additifs allogènes exige, sous peine de barbarisme épistémologique, que l'on examine d'abord la manière dont la TAD peut modéliser les adjuvants proposés afin d'évaluer leur compatibilité avec la conceptualisation à laquelle ils devraient s'intégrer. C'est ce que nous ferons ci-après de façon volontairement concise.

La distinction introduite par les auteurs cités fait référence à la différence entre « operational conceptions » et « structural conceptions » introduite par Anna Sfard (1991). On peut mettre en évidence dans le travail de cette dernière que la différence entre « operational conception » et « structural conception » constitue un repérage de la distinction entre *praxis* et *logos* par le biais de la reconnaissance du fait qu'il s'agit « des deux faces de la même pièce »⁹ comme en témoigne l'extrait suivant :

In our classification, we tried to address the first and the last of these issues simultaneously by focusing on the nature of mathematical entities (ontological issue) as perceived by a thinker (psychological perspective). Secondly, whereas other distinctions lead to decomposition of mathematical knowledge into two separate components (e.g., concepts vs. procedures), our complementarian approach stresses its unity. (SFARD, 1991, p. 8)

Il y a également dans l'article une tentative de mettre en lumière certains aspects mathématiques du processus d'étude, qui n'est pas sans rappeler le travail de Régine Douady (1986) à propos de la dialectique outil-objet :

When we broaden our view and look at mathematics (or at least at its big portions) as a whole, we come to realize that it is a kind of hierarchy, in which what is conceived purely operationally at one level should be conceived structurally at a higher level. Such hierarchy emerges in a long sequence of reifications, each one of them starting where the former ends, each one of them adding a new layer to the complex system of abstract notions. (SFARD, 1991, p. 16)

⁹ Le titre de l'article est : *On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin.*

Ce qui est résumé ainsi à la fin de l'article :

The just suggested model of concept formation implies that certain mathematical notions should be regarded as fully developed only if they can be conceived both operationally and structurally. (*Ibid.*, p. 23)

Mais cette tentative est restée insuffisamment développée faute de moyens appropriés pour penser le processus d'étude. En effet, A. Sfard constate que l'enseignement peine à prendre en charge cette articulation, mais le problème de la construction d'une organisation didactique de nature à favoriser le dépassement de cet obstacle est seulement évoqué de façon allusive à la fin de l'article. Signalons en outre que l'idée qu'il faut également constituer des organisations mathématiques adaptées à l'écologie institutionnelle est, quant à elle, totalement absente – le fait de ne pas considérer le processus historique de formation d'un concept comme un processus d'étude étant une condition invalidante à cet égard¹⁰, tout comme la non-prise en charge de la relativité institutionnelle de la connaissance.

On le voit, une analyse avec les outils mis à disposition par la TAD de ce qui est proposé par cette auteure met en évidence que distinguer des types de tâches qui seraient « procéduraux » et des types de tâches qui seraient « structuraux » dans une organisation mathématique conduit à une modélisation non pertinente. Cela revient à introduire, sous couvert de la notion de type de tâches, une structure qui, d'un côté, prend la place du *logos* et de sa fonction justificative ou productrice de *praxis*, d'un autre côté, cherche à situer dans l'organisation mathématique des éléments de l'organisation didactique, soit ici des types de tâches permettant de réaliser le moment technologico-théorique. Le premier aspect est assez clairement lisible dans les propos des auteurs relatifs au MPR schématisé plus haut :

Nos praxéologies OM_1 , OM_2 et OM_3 , sont associées à des types de tâches procédurales [*sic*], OM_4 et OM_5 sont basées sur des types de tâches structurales [*sic*]. En effet, les blocs technologico-théoriques d' OM_1 et d' OM_2 (respectivement d' OM_3) constituent le bloc pratico-technique d' OM_4 (respectivement d' OM_5) dans l'enseignement universitaire du Théorème de Lagrange. On peut supposer que l'activité mathématique essaie d'allier le côté structural avec le côté procédural. Cependant, l'importance accordée à chacun

¹⁰ Cela est à relier à l'illusion de la transparence du savoir : le fait de ne pas considérer la fabrication des mathématiques par les mathématiciens comme un processus d'étude conduit par exemple à isoler certains ingrédients « historiquement datés » comme ingrédients de l'OM « savante » alors qu'ils n'en sont qu'un élément de l'OD. À cet égard, l'exemple de la « formule de Laplace », qui définit la probabilité dans le cas d'un espace fini d'éventualités par le rapport du nombre de « cas favorables » au nombre de « cas possibles » et qui est désignée souvent en France par l'expression « définition classique de la probabilité », nous paraît paradigmatique.

de ces deux aspects de l'activité mathématique dans les processus d'enseignement et d'apprentissage et dans la réalisation des tâches inhérentes à chaque type d'activité varient d'une institution à l'autre. (XHONNEUX ; HENRY, 2012, p. 764)

Le second en revanche apparaît de façon souterraine dans l'explicitation du MPR, mais est plus explicite dans la brève présentation de l'analyse de deux cours traitant du thème du théorème L en utilisant les moments de l'étude, comme en témoigne par exemple l'extrait suivant portant sur l'analyse du premier cours :

Le professeur met en place une organisation didactique dans laquelle on peut dégager quatre moments :

1. un moment de première rencontre avec l'enjeu de la séance, à savoir résoudre des problèmes d'optimisation sous contraintes d'égalité (OM₂) ;
 2. un moment d'élaboration d'une technique relative à ce type de tâches qui aboutit au Théorème de Lagrange (OM₁), ainsi que des germes d'une constitution de l'environnement technologico-théorique associé à T_1 (tâches d'OM₄) ;
 3. un moment plus long de travail de la technique (T_1 et T_2) et
 4. un long moment de constitution de l'environnement technologico-théorique associé à T_1 , à savoir prouver le Théorème de Lagrange (tâche d'OM₄).
- [...]

La deuxième heure de cours est entièrement consacrée à une tâche de type T_4 , à savoir prouver le Théorème de Lagrange. Remarquons que le cours réalise ses deux objectifs (trouver une technique de résolution de T_2 et démontrer le Théorème de Lagrange) l'un à la suite de l'autre. Le développement des tâches procédurales se fait alors de manière déconnectée du travail des quelques tâches structurales, en conséquence de quoi les techniques d'OM₂ ne sont rendues intelligibles qu'implicitement par les tâches structurales d'OM₄. (*Ibid.*, p. 766-767)

C'est bien la question de la réalisation des moments de l'étude, en particulier celle du moment technologico-théorique – et donc de la fonction de production, de justification ou d'intelligibilité de la technique L –, qui se trouve ainsi intégrée « de force » dans la structuration des types de tâches de l'OM autour du théorème L servant de MPR aux auteurs.

On perçoit mieux pourquoi le modèle praxéologique présenté par les auteurs cités peine à être utilisé de manière phénoménoteknique. L'analyse en termes de structures, qui reprend le découpage donné à voir par l'institution, fait apparaître une « déconnexion » entre un type de tâches et son environnement technologique, nous dit-on ; mais cela ne dit rien sur la nature de cette déconnexion, qui pourrait être uniquement temporelle. Analyser la réalisation du moment technologico-théorique, ainsi que son articulation avec celle du moment exploratoire, pourrait permettre d'évaluer cette réalisation et d'examiner en quoi le fait de démontrer le

théorème L apparaît comme satisfaisant, au moins partiellement, les fonctions d'intelligibilité, de justification ou de production de la *praxis* ou pas. On pourrait encore, par exemple, mettre au jour l'influence (positive ou négative) de l'allocation du temps d'horloge aux différents moments sur l'existence de ces fonctions, ou plus généralement des conditions ou des contraintes d'existence de ces fonctions, etc. Cela nécessiterait de disposer d'un modèle praxéologique de référence (qui, en dehors de modéliser ce qui existe, envisage ce qui pourrait, voire devrait exister) mais aussi d'un modèle *didactique* de référence de la même ampleur – et c'est précisément ce qui manque ici.

Cet évitement du travail didactique par le biais de la structuration du savoir nous paraît être un trait commun de ce que donnent à voir les institutions – le lecteur en trouvera d'autres exemples dans nos travaux (ARTAUD, 2018, 2019 notamment). Il nous paraît essentiel que ξ puisse s'en dépendre pour pouvoir observer et analyser le didactique, et cela suppose, comme nous venons de le voir, une interrogation systématique de ce que propose l'institution et de ses modèles, qu'ils soient établis par ξ ou non, sous l'angle des fonctions didactiques identifiées en TAD. Dans cette perspective, les fonctions didactiques incluses dans le modèle des moments de l'étude sont particulièrement productrices : distinguer dans l'analyse – autant que faire se peut – ce qui relève de l'OM et ce qui relève du processus d'étude qui aura permis, pourrait ou devrait, permettre de la construire, soit de la réalisation des moments de l'étude, est un geste de recherche crucial. Il permet en effet de contribuer à l'identification des fonctions de l'étude prises en charge par les institutions étudiées par ξ et de la façon dont elles les réalisent, soit encore des praxéologies de réalisation des moments de l'étude, et des conditions et des contraintes d'existence de ces praxéologies.

MASQUER LES FONCTIONS DE L'ÉTUDE : STRUCTURER LA GESTE DU PROFESSEUR

La place de l'écrit dans l'étude des mathématiques

Cette mise au jour de praxéologies de réalisation des fonctions de l'étude et de leur écologie apparaît essentielle lorsque l'on s'intéresse, comme c'est le cas dans de nombreux travaux ces dernières années, à l'étude de la position de professeur dans une institution

didactique. Le chercheur ξ va alors devoir étudier les praxéologies de direction d'étude mises en œuvre par cette instance, ou encore celles qui pourraient, voire devraient, être mises en œuvre, ce qui le conduira à observer, analyser ou évaluer « la geste du professeur » – contenant notamment ce que le professeur « a à faire » – en s'appuyant notamment sur la description fournie par l'institution¹¹.

Dans le programme français de mathématiques pour le cycle 4 (élèves de 12 à 15 ans), on trouve ainsi nombre d'éléments devant faire partie de l'équipement praxéologique *du professeur*. Ce dernier doit notamment diriger l'étude de ce que le programme présente comme six « compétences spécifiques »¹², qui sont autant de genres de tâches : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. C'est cette dernière compétence que nous considérerons dans ce qui suit. Sa présentation par les auteurs du programme tient en peu de mots :

Communiquer

– Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique.

Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française.

– Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

– Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes. (RÉPUBLIQUE FRANÇAISE, 2020, p. 129)

On voit ici des types de tâches, plus ou moins « gros », que doivent savoir accomplir les élèves et qui relèvent, au moins partiellement, des mathématiques, comme par exemple « lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes ». D'autres types de tâches sont plus génériques, qui peuvent être mis en œuvre dans l'émergence d'une OM ou lors du moment du travail d'une OM, comme « vérifier la validité d'une information » ou encore « argumenter dans l'échange ». Le premier item est un peu différent, car il ne recouvre pas des types de tâches que les élèves auront à accomplir ; ce sont plutôt des éléments qui se matérialiseront par l'intermédiaire de types de tâches qui ne sont pas explicités. Par exemple, dans la mise en forme de la solution d'un exercice, un professeur pourra être amené

¹¹ Le mot *geste* désigne, au féminin, l'ensemble des « hauts faits » d'une personne ou d'une institution. L'expression de « geste professorale » a été introduite par Y. Chevallard (1997, p. 19).

¹² Sur la notion de compétence et sa modélisation en termes de praxéologies, on pourra se reporter à l'intervention de Michèle Artaud à l'IREM de Lima (2020).

à faire remarquer que telle formulation ne s'emploie pas en mathématiques – ce qui relèvera de la distinction « des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française ». C'est le cas dans l'extrait suivant d'un compte rendu d'une séance en classe de 5^e (élèves de 12 à 13 ans), observée en France en 2005-2006. Cette classe travaillait sur la mise en forme de la solution d'un exercice relevant du type de tâches « montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ».

P demande s'il y a des questions. Un élève se signale : pourquoi écrire « Or, d'après la définition... » P répond. Puis elle donne la parole à une élève qui demandait à parler depuis un moment. La question, assez complexe à formuler, concerne la rédaction : l'élève pensait pouvoir écrire « D'après nos recherches » pour justifier telle conclusion ; P lui indique que l'usage n'est pas celui-là, qu'il faut dire « D'après l'énoncé », etc.

Semblablement, même si cela peut paraître un peu différent au premier abord, lors de l'étude d'un problème de détermination d'une grandeur, on pourra être amené à exprimer cette grandeur à l'aide d'une autre grandeur par l'intermédiaire d'un programme de calcul, puis à exprimer ce programme de calcul algébriquement ; cela donnera lieu à l'établissement d'un « lien entre le langage naturel et le langage algébrique ».

Cette compétence Communiquer fait l'objet d'un document de la collection *Ressources pour le cycle 4*, intitulé *Communiquer à l'écrit et à l'oral* (RÉPUBLIQUE FRANÇAISE, 2016) – il en est d'ailleurs de même pour les cinq autres compétences spécifiques. On y trouve trois parties : « Prendre en compte les spécificités de la langue utilisée dans l'activité mathématique » ; « Placer les élèves en situation de production écrite » ; « Développer les compétences d'expression orale » (*ibid.*, p. 1, p. 3, p. 5). Nous examinerons ici certains ingrédients de la deuxième partie, traitant de l'écrit et du rapport à l'écrit de la position d'élève voulu par l'institution, et corrélativement, donc, du rapport à ce même objet dans la position de professeur.

Les professeurs ont donc à « placer les élèves en situation de production écrite ». Ce type de tâches, que nous noterons désormais T_E , doit ainsi faire partie de l'équipement praxéologique *du professeur* de mathématiques, ce que confirme une remarque des auteurs du document : « ... la pratique d'écriture en classe ne saurait se réduire à la copie de ce que le professeur écrit au tableau. L'enjeu majeur à ce niveau consiste à procurer aux élèves une marge d'initiative suffisante pour leur permettre de progresser dans l'écriture de textes

mathématiques » (*ibid.*, p. 3). Le texte précise que « plusieurs modalités » peuvent être distinguées : « les écrits de la classe avec le professeur ; les écrits personnels ; les écrits de groupes » (*ibid.*, p. 3). Cela conduit à préciser trois sous-types de tâches de T_E que l'on peut formuler ainsi : placer la classe en situation de production écrite en collaboration avec le professeur ; placer les élèves en situation de production écrite de groupe ; placer les élèves en situation de production écrite individuelle.

Le texte donne encore des sous-types de tâches qui peuvent servir à mettre au point une infrastructure de technique pour le type de tâches T_E . Ainsi peut-on lire :

Une organisation efficace des supports utilisés (cahier, ordinateur, tablette, etc.) doit contribuer à la qualité des traces écrites conservées. Il est important de :

- définir l'organisation du cahier, en prenant appui sur un plan clairement affiché et sur d'autres éléments structurants ;
- préciser à chaque séance la place de la trace écrite (cours, exercices, écrits personnels, etc.) ;
- relever régulièrement les cahiers et si nécessaire les faire corriger par les élèves ;
- prévoir durant la séance des moments où l'élève copie ce qui est écrit au tableau ;
- s'assurer systématiquement de la compréhension du texte copié.

[...]

Ménager une certaine difficulté est nécessaire mais on évitera de fractionner artificiellement les difficultés dans l'espoir que l'élève saura ensuite réunir des savoir-faire exercés séparément.

[...]

Il faut accepter la production d'écrits intermédiaires, forcément imparfaits [...].

S'inscrivant dans le cadre de travaux collectifs, les écrits de groupe peuvent déboucher sur la synthèse de propositions individuelles.

[...]

Quelle que soit la modalité adoptée, la place de la production écrite dans la séance gagne à être méthodiquement programmée. L'un des enjeux est d'éviter de superposer les difficultés. Ainsi vaut-il mieux ne pas confondre le temps de la réflexion, où émergent les idées, celui de la mise en forme des idées, où l'on tend vers une formalisation de la solution, et celui de la rédaction de celle-ci sous une forme aboutie. (*Ibid.*, p. 3-4)

Mais le conseil que donnent les auteurs d'« [éviter] de fractionner artificiellement les difficultés dans l'espoir que l'élève saura ensuite réunir des savoir-faire exercés séparément » (*ibid.*, p. 4) peut s'appliquer à ce qu'ils écrivent ici à destination des professeurs : tout cela apparaît comme une structuration d'une partie de la geste du professeur sans que son insertion dans les fonctions de l'étude que celui-ci a à réaliser soit véritablement présente. En effet, on

ne trouve au détour des deux pages portant sur le type de tâches T_E que quelques brèves notations sur les fonctions à remplir, dont voici les principales : « les écrits rédigés par la classe avec le professeur ont généralement pour objet d’institutionnaliser et de structurer ce qui est à retenir » ; « [les écrits de groupes] sont un moyen d’apprendre à travailler ensemble à travers la mise en commun des idées ou la confrontation des démarches » ; ou encore le fait que la production écrite personnelle « peut consister à exposer des idées, à décrire une démarche, ou à exposer une solution ».

Si le chercheur ξ s’intéresse à la constitution d’infrastructures permettant de fonder didactiquement une geste du professeur, il devra questionner le discours de l’institution et la structuration de la geste du professeur qu’il contient relativement aux moments de l’étude. Ceux-ci constituent en effet une armature fonctionnelle autour de laquelle constituer une praxéologie de conception d’un processus d’étude et de sa direction en envisageant la manière de réaliser chacun d’eux.

Prenons ici le cas de la fonction d’institutionnalisation, puisque c’est la seule explicitement mentionnée dans le texte examiné. Considérons *une* technique qui répond à au moins certaines des conditions et contraintes actuelles de l’enseignement des mathématiques en France et qui pourrait exister dans les classes. Cette technique s’articule autour de deux grands dispositifs : des *bilans d’étapes* qui fixent provisoirement des éléments de la praxéologie mathématique qui viennent d’émerger ; une *synthèse* qui met en forme la praxéologie qui a émergé et qui l’amalgame¹³ aux praxéologies déjà connues. Un certain nombre de types de tâches vont donc devoir être accomplis dans la position de professeur ou d’élève parmi lesquels on peut citer de manière non exhaustive : identifier et formuler un type de tâches, formuler une technique relative à un type de tâches, mettre en forme une technologie – et notamment, en mathématiques, une démonstration ou une justification expérimentale –, prévoir la place de la synthèse dans la séquence, donner la préparation de la synthèse à effectuer hors classe, etc.

L’accomplissement de ces types de tâches supposera un travail sur l’écrit. Ce travail pourra être un travail de la classe en collaboration avec le professeur, comme cela est indiqué dans le document du ministère, mais aussi un travail écrit individuel si le professeur donne la synthèse à préparer hors classe. Le travail de formulation inhérent à l’institutionnalisation

¹³ Amalgamer signifie mêler à, incorporer. Il s’agit de rassembler plusieurs organisations mathématiques pour n’en former qu’une seule (ARTAUD, 2019).

amènera à « faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique » et également à « distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française ».

On pourrait objecter que ce n'est qu'un changement de point de vue. Cependant, poser le problème en termes de moments de l'étude amène à ouvrir le champ des possibles et à préciser, voire spécifier, le travail sur l'écrit à effectuer dans l'étude des mathématiques.

D'un côté, au sein d'un même moment de l'étude, ce travail pourra varier. Ainsi ξ pourrait-il juger, en observant la réalisation du moment de l'institutionnalisation en classe par exemple, que la formulation des techniques vit bien mais que des difficultés existent quant à celle des types de tâches ou des énoncés justificatifs. Cela pourra l'amener à étudier les conditions et les contraintes qui favorisent la formulation des techniques, à envisager les conditions et les contraintes qui gênent celle des types de tâches ou des énoncés justificatifs, et encore celles qui favoriseraient la formulation des types de tâches ou des énoncés justificatifs, etc.

D'un autre côté, le type de tâches T_E pourra se spécifier suivant les moments de l'étude à réaliser. Le chercheur ξ pourra juger par exemple que T_E est réalisé de façon satisfaisante dans les moments exploratoire ou de travail de l'organisation mathématique mais que des difficultés existent dans le moment d'institutionnalisation. Là encore, il pourra étudier l'écologie de T_E dans les moments de l'étude considérés et mettre au jour les conditions et les contraintes qui favorisent, permettent ou au contraire gênent, voire empêchent son existence.

Le modèle des moments de l'étude est ainsi pour ξ un outil lui permettant de déconstruire les structures, en mettant au jour des aspects fonctionnels, producteurs de phénomènes didactiques du point de vue de l'écologie d'un certain nombre de praxéologies. Nous en donnerons maintenant un second exemple.

La place des outils informatiques dans l'étude des mathématiques

Depuis plusieurs années, la geste du professeur comprend l'utilisation des technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement (TICE), ce qui inclut notamment, pour le professeur de mathématiques, l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique, de calcul formel, de programmation ou encore d'un tableur, d'une calculatrice, etc. Voici par

exemple ce que dit le programme français de mathématiques pour le cycle 4 (élèves de 12 à 15 ans)¹⁴ :

L'utilisation d'outils comme le tableur, la calculatrice, un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation permet de gérer des données réelles ou expérimentales, de faire des représentations et des simulations, de programmer des objets techniques et d'inscrire l'activité mathématique dans les domaines 4 et 5 du socle. (RÉPUBLIQUE FRANÇAISE, 2020, p. 128)

On en trouve également quelques mentions dans la description des compétences travaillées : « expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels) » (*ibid.*, p. 128) dans la compétence Chercher ; « comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique » (*ibid.*, p. 129) dans la compétence Modéliser et « calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel) » (*ibid.*, p. 129) dans la compétence Calculer. La description des cinq thèmes d'étude n'est pas beaucoup plus riche. Le thème A, « Nombres et calculs », ne mentionne pas le « calcul instrumenté » ; le thème B, « Organisation et gestion de données, fonctions », demande d'« utiliser un tableur grapheur pour présenter des données sous la forme d'un tableau ou d'un diagramme » (*ibid.*, p. 132) ; Le thème D, « Espace et géométrie », propose d'approcher les transformations planes par leur effet sur des configurations planes « essentiellement à partir de manipulations concrètes [...] ou virtuelles (logiciel de géométrie dynamique) » (*ibid.*, p. 135). Le dernier thème, « E – Algorithmique et programmation », concerne l'écriture, la mise au point et l'exécution d'un « programme simple ». En dehors des connaissances en programmation à enseigner, il comprend cette notation : « En créant un programme, [les élèves] développent des méthodes de programmation, revisitent les notions de variables et de fonctions sous une forme différente, et s'entraînent au raisonnement » (*ibid.*, p. 136).

Laissons de côté la question de la programmation, qui est un enjeu de l'étude, et intéressons-nous aux outils informatiques, logiciels et calculatrice. La situation est semblable à celle que nous avons observée pour le type de tâches T_E , même si elle est moins nettement

¹⁴ Le « socle » dont parle ce document est le « socle commun de connaissances, de compétences et de culture ». Le domaine 4 y est décrit ainsi : « Systèmes naturels et techniques : approche scientifique et technique de la Terre et de l'univers, qui vise à développer la curiosité, le sens de l'observation et la capacité à résoudre des problèmes. » Le domaine 5, quant à lui, fait l'objet de la présentation suivante : « Représentations du monde et [sic] l'activité humaine. Il s'agit de comprendre les sociétés dans le temps et l'espace, d'interpréter leurs productions culturelles et de connaître le monde social contemporain. » (RÉPUBLIQUE FRANÇAISE, 2020).

formulée : le professeur doit placer les élèves en situation d'utiliser logiciels et calculatrice. Des genres ou des types de tâches permettant au professeur d'y parvenir sont cités ou émergent dans le texte du programme : expérimenter, simuler, représenter et calculer, pour les genres de tâches ; « gérer des données réelles ou expérimentales », « présenter des données sous la forme d'un tableau ou d'un diagramme » et « approcher les transformations planes par leur effet sur des configurations planes » pour les types de tâches. Mais rien, ou presque, n'est dit sur l'insertion de ces ingrédients dans les organisations mathématiques ou les organisations de l'étude. Nous examinerons, comme précédemment, l'insertion de ces outils dans les fonctions de l'étude en adoptant le point de vue d'un chercheur, ξ , s'intéressant à la constitution d'infrastructures permettant de fonder didactiquement une geste du professeur.

À cet égard, le problème est toujours celui qu'analysait Yves Chevallard (1992) dans un texte sur l'intégration des objets informatiques dans l'enseignement, même si la pénétration des logiciels ou des ordinateurs est plus grande aujourd'hui qu'il y a presque 30 ans. Examinons tout d'abord la façon dont la question des conditions et modalités d'intégration fonctionnelle va être posée :

Dans tous les cas, l'introduction d'objets informatiques dans l'enseignement suppose un travail, plus ou moins exigeant selon le type de systèmes didactiques sur lequel on intervient, portant sur les conditions et les modalités de leur intégration fonctionnelle. Le premier problème qu'il convient de mettre en avant est alors celui de la manière dont ce problème d'intégration va être posé. (*Ibid.*, p. 193)

Cette question, nous dit l'auteur, conduit souvent à s'intéresser au savoir enseigné et au rapport de la position d'élève à ce savoir, en négligeant les effets sur le modèle didactique de référence¹⁵ :

Il y a ainsi un risque que le travail d'intégration didactique demeure incomplet et que les résultats obtenus (en termes de situations didactiques créées) soient à faible viabilité. L'origine de ces désagréments, notons-le, est toujours la même : de la relation didactique globale qu'il s'agit de faire exister et de maintenir vivante comme totalité dynamique, on tend à ne retenir que certains aspects, le savoir et le rapport de l'enseigné au savoir, en oubliant que ceux-ci ne peuvent exister seuls, dans un vide didactique, sans une « intendance » didactique fonctionnellement intégratrice. L'hypothèse semble être ici que,

¹⁵ Dans ce passage, l'auteur cité fait allusion à un mot célèbre prêté au général de Gaulle (1890-1970), qui niera l'avoir dit : « L'intendance suivra ». Cette formule signifie (ici) que les moyens (didactiques) devraient s'adapter coûte que coûte à la stratégie enseignante visée.

comme ailleurs, l'intendance suivra ! Or l'intendance, la gestion de ces aspects jugés implicitement seconds et secondaires sont laissées, en pratique, à la charge de l'enseignant. (*Ibid.*, p. 195)

C'est ainsi que les travaux effectués par certains chercheurs autour des notions d'*instrumentation* et d'*instrumentalisation* prennent en charge principalement le rapport d'une personne en position d'élève à l'objet informatique (OI), ordinateur ou calculatrice, en parlant d'instrument pour désigner ce rapport, ou au moins une partie de ce rapport : « Un instrument est ainsi le produit d'une *histoire* : on parlera, à un moment donné, de l'instrument que l'élève x a construit, à partir d'un artefact y , dans un environnement z , pour réaliser une tâche t » (TROUCHE, 2005, p. 7).

On notera qu'il s'agit bien du rapport d'une personne, ici un élève, et pas du rapport de la position elle-même, ici celle d'élève, puisque l'instrumentalisation « est un processus de *différentiation* [*sic*] des artefacts, par lequel chaque usager met cet artefact à *sa main* » (*ibid.*, p. 9), ou encore car il « n'y a pas d'automatisme stricte » dans l'instrumentation, qui est le « processus par lequel les contraintes et les potentialités d'un artefact vont conditionner durablement l'action d'un sujet pour résoudre un problème donné » (*ibid.*, p. 9). Cela est confirmé par l'extrait suivant :

... un même artefact ne va pas structurer nécessairement la même activité chez deux individus différents : il va rencontrer des habitudes de travail antérieures, des connaissances différentes qui vont jouer aussi dans le choix des commandes et de leur enchaînement et donc dans les nouvelles connaissances, les théorèmes-en-acte, qui vont être construites. (*Ibid.*, p. 9)

L'auteur explicite en effet ici que, pour un même artefact, y , et deux personnes x et x' , $R(x, y)$ et $R(x', y)$ seront différents. En dehors de ce point de vue « personnel », qui ne favorise pas la constitution d'infrastructures permettant la prise en charge par le professeur de la dynamique de l'étude du *collectif* des élèves, les questions relatives aux besoins praxéologiques (ARTAUD, sous presse) de la position de professeur en matière de *réalisation des fonctions de l'étude* ne sont pas mises en avant : les objets informatiques sont associés aux mathématiques comme enjeu principal de l'étude, sans que leur insertion dans les organisations de l'étude ne soit étudiée. L'auteur explicite ainsi à l'aide d'un exemple « la nécessité, pour la conception des situations, de prendre en compte à la fois la connaissance visée et l'environnement technologique » (*ibid.*, p. 12), en précisant que

il est difficile de concevoir des situations mathématiques pour lesquelles les TICE fassent *partie intégrante* du problème, c'est-à-dire donnent le caractère *mystérieux* et de *défi* de la situation et *assistent* le processus de résolution jusqu'à son terme. (*Ibid.*, p. 12)

C'est mettre beaucoup de contraintes sur la conception de situations sans que l'on sache en quoi les situations de ce type seraient utiles, voire indispensables, à l'étude des organisations mathématiques, ou même à celle d'une OM déterminée.

La notion d'« orchestration instrumentale » (*ibid.*, p. 13) est, quant à elle, liée à « un environnement donné ; elle dépend aussi de la situation que l'on veut mettre en œuvre et de ses propres intentions didactiques » (*ibid.*, p. 13). On pourrait donc y voir le moyen pour l'auteur d'étudier l'insertion des objets informatiques dans les organisations de l'étude. Mais, par l'intermédiaire de la « situation » et des « intentions didactiques », c'est bien le couple (OI, $R(x, OI)$) qui est considéré, où x est une personne occupant la position d'élève ou la position de professeur. Ainsi, dans l'exemple cité à l'appui de cette notion, à savoir la « configuration de l'élève-sherpa », Luc Trouche met-il l'accent sur ce qu'un instrument ouvre comme possibilités pour le professeur :

... la configuration de l'élève-sherpa [...], qui repose sur l'attribution d'un rôle particulier à un élève de la classe, dont la calculatrice est rétroprojetée sur l'écran de la classe, peut [...] être associée à différents modes d'exploitation (liés au choix de l'élève, à la durée de ce rôle, au cahier des charges que le professeur attribue à cet élève et aux autres, à l'articulation de ce qui apparaît à l'écran collectif et de ce que le professeur écrit au tableau, à l'articulation entre ce que les élèves font sur leur table avec leur calculatrice et sur leur cahier, au type de débat organisé dans la classe, etc.). (*Ibid.*, p. 13)

Une fois encore, l'outil considéré ajoute un élément de structure à la geste du professeur sans considérer les fonctions qu'un directeur d'étude a à réaliser et la pertinence de cet outil pour la réalisation de ces fonctions – « l'intendance » est encore et toujours ignorée. On évite ainsi de poser des questions didactiques dont les réponses conditionnent très fortement l'intégration d'une calculatrice ou d'un ordinateur à l'ordinaire du travail des classes : Comment réalise-t-on, comment pourrait-on ou devrait-on réaliser tel moment de l'étude ? Un ordinateur ou une calculatrice est-il utile, voire indispensable, pour cela ? Si oui, en quoi ? Cela dépend-il ou non de la nature de l'OM enjeu de l'étude ? Si oui, dans quelle mesure ? Quelles justifications donner de ces techniques, intégrant les TICE ou pas, qui existent, pourraient ou devraient exister ? Quelle est leur portée suivant les conditions et les contraintes prévalant dans

les systèmes didactiques considérés ? Ce qui suppose, bien entendu, d'identifier les conditions et les contraintes de tous niveaux – et pas seulement celles des niveaux du système didactique et de la pédagogie – qui influent sur les organisations didactiques.

Pour synthétiser et le dire autrement, si le chercheur ξ s'intéresse à ce que peut faire un directeur d'étude, y , pour aider un collectif d'étudiants, X , à étudier une question Q , le problème n'est pas de structurer la geste de y en de multiples types de tâches que y a à accomplir mais de produire des ingrédients praxéologiques infrastructuraux permettant à y d'effectuer un choix éclairé suivant les conditions et les contraintes du système didactique dans lequel il est amené à assurer la position de directeur d'étude. Et cela passe par un questionnement portant sur les praxéologies didactiques, et donc la constitution d'un modèle didactique de référence.

CONCLUSION

Le type d'analyses présenté ici, qui renverse le point de vue institutionnel pour adopter le point de vue fonctionnel que porte en elle la TAD, paraît ainsi essentiel.

Comme nous l'avons vu, les institutions donnent à voir des découpages de l'activité qui sont autant de structures. C'est le cas pour le savoir, partie visible des praxéologies enjeu de l'étude, qui vient masquer certaines fonctions de l'étude et notamment la fonction technologico-théorique : nous l'avons illustré avec le MPR sur le théorème L. Mais c'est également le cas pour les autres œuvres, de toute nature, qui s'inscrivent dans le milieu pour l'étude M d'une question Q dans le cadre d'un système didactique $S(X; Y; Q)$ donné – ce que résume le schéma herbartien semi-développé sous la forme : $[S(X; Y; Q) \rightarrow M] \rightarrow R^\forall$. Nous avons vu de cela deux exemples, avec l'écrit et les outils informatiques.

La mise en évidence de phénomènes didactiques ainsi que la constitution d'infrastructures appropriées à un développement didactique déterminé de nos sociétés nécessitent alors, selon nous, que les chercheurs en didactique déconstruisent ces structures pour mettre au jour les praxéologies de réalisation des moments de l'étude. Cette mise au jour suppose une analyse écologique dégagant les praxéologies qui existent comme celles qui pourraient ou devraient exister, ainsi que les conditions et les contraintes de nature à favoriser, permettre ou au contraire gêner, interdire l'existence de ces praxéologies. Il s'agit donc de

mettre en avant la constitution de modèles didactiques de référence (MDR), en s'appuyant notamment sur le modèle des moments de l'étude.

Mettre dans le milieu *M* la théorie anthropologique du didactique, accompagnée d'une vigoureuse dialectique des médias et des milieux (CHEVALLARD, 2007), nous paraît donc indispensable car hautement productif pour l'étude des questions de recherche en didactique. Nous espérons que cet article pourra, aussi modestement que ce soit, contribuer à faire avancer notre communauté scientifique sur ce point.

RÉFÉRENCES

ARTAUD, M. Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. Dans M. Bailleul, C. Comiti, J.-L. Dorier, J.-B. Lagrange, B. Parzysz, M.-H. Salin (Éds), **Actes de la IX^e école d'été de didactique des mathématiques**, p. 101-139. Caen, France : ARDM et IUFM, 1998.

ARTAUD, M. Constituir uma organização matemática e uma organização do estudo – Praxeologias para o professor, praxeologias para o pesquisador e sua ecologia. Dans S. Ag Almouloud, L.-M. Santos Farias, A. Henrique (Éds), **A Teoria Antropológica Do Didático: Princípios e Fundamentos**, p. 95-127. Curitiba : CRV, 2018.

ARTAUD, M. Des liens entre l'organisation de savoir et l'organisation de l'étude dans l'analyse praxéologique. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 4, p. 248-264, 2019. <https://revistas.pucsp.br/...>

ARTAUD, M. **Fonctionnaliser la notion de compétence en la modélisant avec le concept de praxéologie**. Conférence donnée au Séminaire de didactique des mathématiques de l'IREM de Lima, Pérou, 2020. <https://hal-amu.archives-ouvertes.fr/hal-02976904>

ARTAUD, M. Des grandeurs et de leur mesure : besoins praxéologiques de la position de professeur et leur satisfaction. Dans H. Chaachoua et al. (Éds), **Actes de la 20^e école d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble, France : La pensée sauvage, sous presse.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble, France : La pensée sauvage, 1985.

CHEVALLARD, Y. Esquisse d'une théorie formelle du didactique. Dans C. Laborde (Éd.), **Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique**, p. 97-106. Grenoble, France : La pensée sauvage, 1988. <http://yves.chevallard.free.fr/...>

CHEVALLARD, Y. Le concept de rapport au savoir : Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. **Actes du séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, année 1998-1989**, p. 211-235. Grenoble, France, 1989.

CHEVALLARD, Y. Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques. Dans B. Cornu (Éd.), **L'ordinateur pour enseigner les mathématiques**, p. 183-203. Paris : PUF, 1992.

CHEVALLARD, Y. Familiale et problématique, la figure du professeur. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 17, n. 3, p. 17-54, 1997. <http://yves.chevallard.free.fr/...>

CHEVALLARD, Y. Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. Dans G. Gueudet, Y. Matheron (Éds), **Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, année 2007**, p. 344-366. Paris : ARDM et IREM de Paris 7, 2007. <http://yves.chevallard.free.fr/...>

CHEVALLARD, Y. **Journal du séminaire TAD/IDD 2010-2011. Séance 4 du 11 mars 2011**. 2011. <http://yves.chevallard.free.fr/...>

CHEVALLARD, Y. **Journal du séminaire TAD/IDD 2012-2013. Séance 7 du 12 juillet 2013**. 2013. <http://yves.chevallard.free.fr/...>

CHEVALLARD, Y. La TAD et son devenir : rappels, reprises, avancées. Dans G. Cirade et al. (Éds), **Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société**, p. 27-65, 2017. <https://citad4.sciencesconf.org>

CHEVALLARD, Y. La question curriculaire à la lumière de la TAD : défigement praxéologique et questionnement du monde. Dans H. Chaachoua et al. (Éds), **Actes de la 20^e école d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble : La pensée sauvage, sous presse.

DOUADY, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 7, n. 2, p. 5-31, 1986.

GASCÓN, J. Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'« arithmétique généralisée ». **Petit x**, 1993-1994, n. 37, p. 43-63, 1995.

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE. Ministère de l'Éducation nationale. **Communiquer à l'écrit et à l'oral**. Mathématiques, Cycle 4, Ressources 2016, 2016.

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE. Direction de l'information légale et administrative (Premier ministre). **Qu'est-ce que le socle commun de connaissances, de compétences et de culture ?** Vérifié le 11 mai 2020. <https://www.service-public.fr/...>

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE. Ministère de l'Éducation nationale. Programmes du cycle 4. Mathématiques. **BOEN n°31 du 30 juillet 2020**, p. 127-137, 2020.

SCHNEIDER, M. Utiliser les potentialités phénoménotechniques de la TAD : quel prix payer ? Dans G. Cirade et al. (Éds), **Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société**, p. 157-184, 2017. <https://citad4.sciencesconf.org>

SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 2, p. 1-36, 1991. <https://doi.org/10.1007/BF00302715>

TROUCHE, L. **Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques**. Conférence donnée à l'Université d'été de Saint-Flour, 22-27 août 2005, Le calcul sous toutes ses formes, 2005. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01559831>

XHONNEUX, S. **Regard institutionnel sur la transposition didactique du Théorème de Lagrange en mathématiques et en économie**. Thèse de Doctorat – Université de Namur, Belgique, 2011.

XHONNEUX, S. ; HENRY, V. Le théorème de Lagrange en mathématiques et en économie : une étude didactique du savoir enseigné. Dans J.-L. Dorier, S. Coutat (Éds), **Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21^e siècle – Actes du colloque EMF 2012**, GT5, p. 760-771, 2012. <http://emf.unige.ch/...>