

Pesquisa com Implicações para Sala de Aula

A Influência do Contexto e do Tipo de Problema na Compreensão de Problemas Combinatórios por Alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental



Laís Thalita Bezerra dos Santos¹⁵
Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa¹⁶

Resumo

O presente estudo objetiva investigar a possível influência do contexto envolvido no enunciado de problemas combinatórios, além de perceber se a ordem de organização dos problemas influencia na compreensão de 40 alunos do 5º ano, os quais responderam a um teste contendo oito problemas. Os resultados apontam que mais da metade dos alunos respondem corretamente a, pelo menos, um dos tipos de problemas e o fazem em contextos infantis ou adultos. Iniciando por *permutações*, os alunos apresentam um melhor desempenho, de modo geral. Percebe-se que o contexto não exerceu influência na compreensão Combinatória e destaca-se a importância de ressaltar os *invariantes* dos problemas e as diversas estratégias válidas para a resolução, buscando-se proporcionar uma aprendizagem mais contextualizada.

Palavras-chave: Análise Combinatória. Contexto. Ensino Fundamental. Tipos de Problemas Combinatórios.

Introdução

Análise Combinatória, segundo Merayo (2001), é a técnica de saber quantos objetos há em um conjunto sem realmente ter que contá-los, porque essa técnica não necessita listar ou enumerar todos os elementos que formam o conjunto.

Pessoa e Santos (2011), em estudo com 40 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, encontraram diversificadas estratégias dos alunos ao resolverem problemas combinatórios, sendo possível verificar algumas das dificuldades/facilidades desses alunos em relação aos *invariantes* de cada situação. As autoras identificaram que o contexto, no qual os problemas combinatórios estavam inseridos, pode interferir nos resultados. Por exemplo: no estudo-piloto, um dos problemas envolvia em seu enunciado “um congresso de professores”, e os alunos demonstraram não compreender o significado de tal termo, o que dificultava e até mesmo, por vezes, impedia a resolução do problema.

Pessoa e Santos (2012), em estudo com intervenções, também chamaram a atenção para a possível influência do contexto durante a resolução dos problemas combinatórios.

¹⁵Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: laishalita@hotmail.com

¹⁶Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: cristianepessoa74@gmail.com

**A INFLUÊNCIA DO CONTEXTO E DO TIPO DE PROBLEMA NA COMPREENSÃO DE PROBLEMAS
COMBINATÓRIOS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Elas afirmaram que, no pós-teste do estudo, pode-se perceber que houve acertos totais em todos os tipos de problemas, exceto no de *permutação* com número maior de possibilidades. Elas diziam ainda que uma explicação para tal ocorrência poderia ser encontrada no contexto envolvido, que era o anagrama da palavra GATO, o que pode ter dificultado a compreensão dos alunos. Desse modo, o estudo atual busca investigar, a partir de uma necessidade que foi apresentada por estudos anteriores (PESSOA; SANTOS, 2011, 2012), a possível influência dos contextos dos problemas na compreensão da Combinatória por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, de modo a auxiliar os docentes, em sala de aula, no trabalho com este conteúdo.

2. Combinatória

2.1 Conceito

Pessoa e Borba (2009) afirmam que:

A Combinatória permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações selecionados a partir de um conjunto dado, ou seja, a partir de determinadas estratégias ou de determinadas fórmulas, pode-se saber quantos eventos ou quantos elementos são possíveis em uma dada situação sem necessariamente ter que contá-los um a um (p. 72).

Essas autoras organizam os problemas combinatórios em quatro tipos, sendo eles: *arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto cartesiano*. Cada um desses significados (tipos de problemas) possui propriedades específicas, os invariantes, discutidos a seguir.

	Exemplos de Situações-problema	Invariantes
Produto Cartesiano	Juliana é jogadora de tênis e tem quatro raquetes (vermelha, azul, preta e marrom) e duas bolinhas (amarela e verde) para jogar no torneio. Quantas combinações diferentes ela pode formar, combinando todas as raquetes com todas as bolinhas?	Dados dois ou mais conjuntos distintos, os mesmos são combinados para a formação de um novo conjunto. A ordem de organização dos elementos na formação do novo grupo poderá ou não gerar novas possibilidades.
Permutação simples	Lívia, Cintia e Giselle estão sentadas em um sofá de três lugares, sendo que Lívia está no primeiro assento, Cintia está no segundo e Giselle está no terceiro. Trocando as três meninas de lugar, em quais posições diferentes podem sentar Lívia, Cintia e Giselle?	Todos os elementos do conjunto são utilizados, cada um apenas uma vez (nos casos sem repetição), e a ordem de organização dos elementos exerce influência na formação das possibilidades.
Arranjo simples	Elizabeth, Joaquim e Maria formam a comissão de eventos da escola. Eles precisam escolher entre eles um presidente e um vice. De quantas formas diferentes poderemos ter essa escolha?	De um grupo de elementos são formados subgrupos e a ordem de organização dos elementos exerce influência na formação das possibilidades.
Combinação simples	Uma lanchonete tem à disposição 5 variedades de frutas (morango, laranja, pera, banana e graviola) e pretende misturá-las duas a duas na fabricação de sucos. Quantos serão os tipos de sucos disponíveis?	De um grupo de elementos são formados subgrupos e a ordem de organização dos elementos não exerce influência na formação das possibilidades.

Quadro 1 – Caracterização dos *significados* combinatórios, situações-problema e *invariantes*
Fonte: autoria própria

2.2 Invariantes dos problemas de Combinatória

Tendo cada um dos significados combinatórios propriedades específicas, os alunos necessitam compreender os *invariantes* de cada um dos tipos de problemas para respondê-los com êxito.

3. Influência do contexto na solução de problemas

Carraher, Carraher e Shliemann (1982), em estudo realizado com cinco crianças e adolescentes, com idades entre nove e 15 anos, investigaram a resolução de 63 questões de Matemática em um teste informal e 99 questões em um teste formal, pelos sujeitos já citados, que trabalhavam com os pais em negócios próprios. No teste informal, os sujeitos foram avaliados através de seus ambientes naturais: na barraca de coco, junto ao carrinho de pipoca, etc. Já no teste formal, os pesquisadores identificaram os cálculos que foram feitos no teste informal e os transformaram a partir de representações matemáticas. Os resultados indicaram uma decisiva influência do contexto sobre a solução de problemas de Matemática. No teste informal, 98,2% dos problemas foram resolvidos corretamente, enquanto no teste formal, apenas 36,8% das operações e 73,7% dos problemas foram resolvidos corretamente, o que demonstra uma forte influência do contexto.

Ao investigar, dentre outras variáveis, o contexto de problemas, Câmara (2011) analisou o resultado da pretestagem dos itens para a composição do banco de itens da Provinha Brasil de Matemática (PBM). Foram aplicados 192 itens para 12 mil alunos de diferentes unidades da federação e observou-se, de modo geral, a influência do contexto durante a resolução dos problemas pelos alunos. O autor conclui que diferenças de variáveis nos problemas, estando dentre estas o contexto, mesmo que bastante sutis, afetam o sucesso dos alunos nos itens. Assim, é importante que seja dada a devida atenção ao fator contexto, como propõe o estudo atual, de modo que ele, ao invés de interferir negativamente, seja um aliado na aprendizagem dos alunos e no desenvolvimento do trabalho docente.

No que se refere a estudos que investiguem a influência do contexto, especificamente na resolução de problemas combinatórios, Schliemann (1988) objetivou avaliar como o uso de regras, fórmulas e algoritmos contribui para a compreensão do sistema combinatório, investigando a resolução de problemas de permutação por grupos diferenciados (20 cambistas de jogo de bicho que lidavam com Análise Combinatória no trabalho; 20 estudantes recém aprovados no vestibular; 20 trabalhadores do mesmo grupo socioeconômico dos cambistas, que desempenhavam funções que não exigiam o uso da

**A INFLUÊNCIA DO CONTEXTO E DO TIPO DE PROBLEMA NA COMPREENSÃO DE PROBLEMAS
COMBINATÓRIOS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Análise Combinatória). Treze cambistas e apenas cinco estudantes relacionaram os problemas com suas experiências prévias. A autora concluiu que a experiência proporcionada pelo jogo de bicho contribui para a descoberta de como gerar, sistematicamente, todas as permutações de um conjunto.

O estudo apresenta dados que levam à percepção de que nem só as experiências extraescolares nem só a experiência escolar são suficientes para a aprendizagem da Combinatória, sendo importante o trabalho com a resolução e compreensão de problemas, principalmente se aliados a contextos da vida real, que sejam, de fato, atrativos para os alunos. Essa relação com a vida real pode gerar um maior interesse e, até mesmo, curiosidade por parte dos alunos, uma vez que é possibilitada a percepção, por eles, de que o que é trabalhado em sala de aula é visto também no cotidiano e tem uma utilidade prática.

4. Objetivos

- Investigar a possível influência do contexto envolvido no enunciado de problemas combinatórios, comparando o desempenho de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental ao resolverem problemas combinatórios que envolvam contextos infantis ou contextos adultos.
- Perceber se a ordem na qual são apresentados os tipos distintos de problemas exerce influência na compreensão combinatória, pelos alunos.

5. Método

Pretendeu-se, a fim de investigar a influência de *contextos infantis* e de *contextos adultos* na resolução de problemas combinatórios por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, aplicar com turmas de uma escola particular, da região metropolitana de Recife, perfazendo um total de 40 alunos do referido ano, oito problemas combinatórios, sendo dois de cada um dos tipos (*produto cartesiano, arranjo, combinação e permutação*), organizados como segue:

GRUPO 1		GRUPO 2	
Permutação Combinação Arranjo PC	Infantil	Permutação Combinação Arranjo PC	Adulto
GRUPO 3		GRUPO 4	
PC Combinação Arranjo Permutação	Infantil	PC Combinação Arranjo Permutação	Adulto

Quadro 2 – Organização dos testes de acordo com os tipos de problemas e os contextos
Fonte: autoria própria

**A INFLUÊNCIA DO CONTEXTO E DO TIPO DE PROBLEMA NA COMPREENSÃO DE PROBLEMAS
COMBINATÓRIOS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Os 40 alunos foram divididos em quatro grupos de 10 estudantes. O Grupo 1 iniciou a resolução por problemas apresentados em estudos anteriores como de maior dificuldade¹⁷, os de *permutação*, resolvendo, em seguida, problemas de *combinação*, *arranjo* e, por fim, problemas de maior facilidade, os de *produto cartesiano*. Além disso, esse grupo iniciou a resolução pelos problemas que estão inseridos em *contextos infantis*. O Grupo 2, por sua vez, também iniciou a resolução pelos problemas tidos como de maior dificuldade, porém, diferentemente do primeiro grupo, resolveu primeiro os problemas inseridos em *contextos adultos*. Já o Grupo 3 iniciou a resolução pelos problemas tidos como de maior facilidade e com *contextos infantis*, enquanto o Grupo 4 iniciou a resolução também pelos problemas tido como de maior facilidade de resolução, porém com *contextos adultos*. A escolha das turmas ocorreu de acordo com a disponibilidade de uma escola particular da região metropolitana do Recife (RMR) em receber a pesquisadora.

A seguir apresentam-se os problemas que foram elaborados pelas pesquisadoras e organizados em cada um dos grupos anteriormente descritos.

Tipos de Problemas	Contexto
Produto Cartesiano	Infantil: Maria tem 3 blusas (branca, verde e azul) e 3 shorts (marrom, preto e cinza) para ir à festa da escola. Quantos conjuntos ela poderá formar, combinando todas as blusas com todos os shorts?
	Adulto: Em um laboratório de química, os alunos têm que misturar cada um dos 3 metais (sódio, lítio e magnésio) com cada um dos 3 ametais (fósforo, nitrogênio e cloro). Combinando todos os metais com todos os ametais, quantas combinações diferentes é possível fazer entre um metal e um ametal de cada vez?
Arranjo	Infantil: Na gincana de matemática da escola estão participando Filipe, Rafael e Bruno. De quantas maneiras diferentes podemos ter o 1º e o 2º colocado para ganhar as medalhas?
	Adulto: Numa seleção para os cargos de gerente e subgerente de uma empresa, há 3 candidatas (Paula, Daniele e Fernanda). Quantos são os possíveis resultados para que a empresa tenha uma gerente e uma subgerente?
Combinação	Infantil: Cristiane tem que escolher duas amigas entre três (Juliana, Adriane e Rute) para ir com ela ao shopping. Quantas duplas diferentes de amigas Cristiane poderá formar?
	Adulto: Para ir a um congresso de professores, a escola poderá escolher dois entre os três professores (Túlio, Lúcia e Mônica) interessados em participar. Quantas duplas de professores a escola pode escolher para ir ao congresso?
Permutação	Infantil: Amanda, Camila e Julia querem sentar no banco do parquinho da escola. Sabendo que o banco possui 3 lugares, de quantas maneiras diferentes as meninas podem sentar lado a lado?
	Adulto: Na biblioteca da universidade, a bibliotecária tem que arrumar 3 livros (metafísica, teologia e filosofia) na estante. Quantas são as possíveis ordens nas quais ela pode organizar os livros?

Quadro 3 – Problemas combinatórios utilizados nos testes

Desse modo, a partir das resoluções apresentadas pelos alunos, que responderam a dois problemas de cada tipo, com a mesma grandeza (até 9 possibilidades), variando o contexto no qual os significados combinatórios estavam inseridos e a ordem na qual os tipos de problemas foram apresentados, foi possível identificar a eventual influência do tipo de contexto na compreensão Combinatória por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

¹⁷Os problemas são considerados como de maior ou de menor dificuldade com base em resultados de estudos anteriores (PESSOA e BORBA, 2009; PESSOA e SANTOS, 2011).

6. Resultados e discussão

6.1 Análise da influência do contexto

Dos 40 alunos investigados, 23 foram os que apresentaram acertos totais¹⁸ em, pelo menos, um tipo de problema com *contexto infantil* e *adulto*. Ou seja, estes alunos, apresentando indícios de que perceberam os invariantes dos problemas combinatórios, conseguiram solucioná-los, estando inseridos em contextos mais próximos (*infantis*) ou distantes da realidade do universo infantil (*contextos adultos*). Destes 23, apenas 5 foram os que apresentaram também acertos em apenas um dos contextos no qual os problemas estavam inseridos, o que leva a percepção de que a maior parte dos alunos que consegue solucionar os problemas combinatórios, o faz seja em *contextos infantis* ou *adultos*.

A fim de melhor visualizar os dados obtidos, a seguir, na Tabela 1, apresentam-se os acertos totais dos *contextos infantis* e *adultos* de cada um dos grupos, de modo a verificar a possível influência do contexto na resolução dos problemas combinatórios.

	Contexto Infantil	Contexto Adulto
Grupo 1	16	16
Grupo 2	13	15
Grupo 3	10	5
Grupo 4	8	9

Tabela 1: Quantidade de acertos totais nos contextos infantis e adultos dos Grupos 1, 2, 3 e 4
Fonte: Autoria própria

É possível perceber que os resultados de acertos totais, quando comparados os *contextos infantis* e *adultos* do mesmo grupo, foram bastante próximos (por exemplo, no G4, houve 8 acertos totais com contexto infantil e 9 com contexto adulto) e até mesmo iguais, como ocorreu com o Grupo 1 (16 acertos totais em problemas com contexto infantil e também adulto), o que leva à percepção de que, para os alunos investigados, o contexto no qual os problemas combinatórios estava inserido parece não ter sido fator determinante na resolução dos problemas.

Quando se busca perceber a possível influência da organização dos testes, percebe-se que os Grupos 2 e 4 são os dois únicos grupos que iniciaram os testes por tipos de problemas envolvidos em *contextos adultos*, e foram também os únicos grupos que apresentaram a maior quantidade de acertos totais neste contexto (*adulto*). O Grupo 1, por sua vez, que iniciou a resolução pelo problema do tipo *permutação* envolvido em *contexto infantil*, apresentou a mesma quantidade de acertos para os dois contextos e o Grupo 3, que iniciou pelo problema de *produto cartesiano*, também envolvido em *contexto infantil*, apresentou a maior quantidade de acertos para este contexto (infantil).

¹⁸São considerados acertos totais aqueles em que os alunos chegaram à resposta final correta.

**A INFLUÊNCIA DO CONTEXTO E DO TIPO DE PROBLEMA NA COMPREENSÃO DE PROBLEMAS
COMBINATÓRIOS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Assim, é perceptível uma maior quantidade de acertos totais nos contextos iniciais apresentados nos testes, independente de serem contextos *infantis* ou *adultos*, o que indica que, possivelmente, os contextos não influenciaram o resultado, o que pode ter influenciado foi o tipo de problema com o qual os alunos começaram a responder o teste, o que será discutido adiante. Apesar de chamar atenção para o fato de que, no presente estudo, o contexto não exerceu influência na resolução dos problemas combinatórios, é importante ressaltar a defesa da importância da presença do mesmo, seja infantil ou adulto.

6.2 Análise da influência da ordem de apresentação dos problemas

A fim de melhor visualizar as respostas apresentadas pelos alunos e perceber se a organização de acordo com os quatro grupos propostos exerceu influência na percepção combinatória destes ao resolverem os problemas, apresenta-se, a seguir, na Tabela 2, os acertos totais dos 40 alunos participantes do estudo em todos os problemas combinatórios propostos para resolução.

	PC (I)	Arr (I)	Com (I)	Perm (I)	PC (A)	Arr (A)	Com (A)	Perm (A)	Acertos totais
G 1	5	3	4	4	6	2	5	3	32
G 2	8	1	2	2	9	1	3	2	28
G 3	8	0	1	1	5	0	0	0	15
G 4	5	0	3	0	8	1	0	0	17

Tabela 2 – Quantidade de acertos totais dos 40 alunos na resolução dos problemas
Obs.: I = Infantil; A = Adulto | Fonte: autoria própria

A partir dos dados apresentados na Tabela 2, é possível perceber que, no que se refere aos acertos totais, em ordem crescente, os grupos organizam-se da seguinte forma: Grupo 3 (que inicia pelo problema considerado mais fácil [*produto cartesiano*] envolvido em *contexto infantil*), Grupo 4 (que inicia pelo problema considerado mais fácil [*produto cartesiano*] envolvido em *contexto adulto*), Grupo 2 (que inicia pelo problema considerado mais difícil [*permutação*], envolvido em *contexto adulto*) e Grupo 1 (que inicia pelo problema considerado mais difícil [*permutação*], envolvido em *contexto infantil*). Assim, pode-se observar que, independentemente do contexto, os alunos que mais acertaram (Grupo 1) foram os que iniciaram a partir de problemas considerados mais difíceis por Pessoa e Borba (2009). Hipótese para tal ocorrência é a de que, ao iniciar a resolução por um problema que exige um maior esforço para resolução, tendo em vista não ser possível chegar ao resultado correto através de uma multiplicação direta, os alunos apresentem melhor desempenho na resolução dos demais.

Diz-se isso no sentido de que, ao resolver inicialmente problemas cuja resolução

correta seja possível através de uma multiplicação direta (*produto cartesiano* – problema inicial dos Grupos 3 e 4), os alunos podem inferir que, sendo os oito problemas do mesmo teste, os demais também sejam resolvidos da forma como foi o primeiro, com uma multiplicação direta. Em contrapartida, quando iniciam a resolução por um problema que, possivelmente, ainda não foi trabalhado em sala de aula e que não conseguem associar de início a alguma operação matemática que possam realizar, os alunos buscam outras estratégias de resolução, como a listagem de possibilidades, o desenho, a realização de um quadro ou diagrama, enfim, estratégias diversas e válidas para a resolução de todos os tipos de problemas, sendo esta uma hipótese para o melhor desempenho dos alunos nos Grupos 1 e 2, como já dito, os quais apresentam como problemas iniciais os de *permutação*.

Assim, faz-se a defesa de que o primordial é, além de trabalhar com os alunos os invariantes de cada um dos problemas combinatórios, colocá-los diante de situações que possibilitem o estímulo ao seu pensamento, de modo que seja possível desenvolver estratégias diversas para a resolução dos problemas propostos. Iniciar pelo problema considerado mais difícil, e, vale ressaltar, provavelmente desconhecido pelos alunos, possivelmente os estimula a buscar formas de resolução diversas e válidas, utilizando-as também durante a resolução dos demais problemas combinatórios.

7. Conclusões

Sendo a influência do contexto um questionamento apresentado por estudos anteriores, na busca por indicar, para os docentes em sala de aula, um caminho válido para o trabalho com a Combinatória e a esperada aprendizagem dos alunos, e tomando como base este estudo, pode-se refletir que o ponto principal a ser focado no trabalho com a Combinatória em sala de aula vai além do contexto, permeando, primordialmente, a chamada de atenção para os *invariantes* dos *significados* combinatórios, ou seja, para as propriedades específicas de cada um dos problemas. Os alunos, compreendendo as características, parecem desvincular-se do contexto no qual o problema está inserido e conseguir solucionar tanto aqueles que estão envolvidos em *contextos infantis* como *adultos*.

É importante que os docentes, além de chamar a atenção dos alunos para o fato de que nem todos os problemas podem ser solucionados da mesma forma, os incentivem a buscarem estratégias diversas e a reflitam sobre como pensam que os problemas podem ser solucionados, utilizando as diversas estratégias em suas resoluções e favorecendo, assim, uma aprendizagem mais contextualizada.

**A INFLUÊNCIA DO CONTEXTO E DO TIPO DE PROBLEMA NA COMPREENSÃO DE PROBLEMAS
COMBINATÓRIOS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Referências

CÂMARA, Marcelo. O que alunos de 7 anos sabem e não sabem fazer em matemática: análise dos resultados de uma avaliação em larga escala. In: **Anais do XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**. Recife 2011.

CARRAHER, Terezinha; CARRAHER, David William; SHLIEMANN, Analúcia Dias. Na vida dez; na escola zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, 1982.

MERAYO, Felix. **Matemática discreta**. Madri: Thomson Paraninfo, 2001.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. O desenvolvimento do raciocínio combinatório dos anos iniciais aos finais da escolarização básica. In: **Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - IV SIPEM**. Taguatinga – DF, 2009.

PESSOA, Cristiane; SANTOS, Laís Thalita Bezerra. GATO, GOTA, TOGA... A Combinatória no 5º ano do ensino fundamental. **Revista Unopar Científica Ciências Humanas e Educação**, 2012.

PESSOA, Cristiane; SANTOS, Laís. O que fazem alunos do 5º ano de escolarização básica diante de situações combinatórias? In: **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**. Recife 2011.

SCHLIEMANN, Analucia. A compreensão da análise combinatória: desenvolvimento, aprendizagem escolar e experiência diária. In: **Na vida dez, na escola zero**. NUNES, Terezinha; CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analucia. São Paulo: Cortez, 1988.

Coleção SBEM



Saiba como adquirir em: www.sbembrasil.org.br



Veja mais em www.sbembrasil.org.br