

Área en unidades triangulares

*Erika Iveth Acero Russi**
*John Fredy Puentes Maldonado***
*Zayda Andrea Rojas Sánchez****

RESUMEN

El presente trabajo está enmarcado en los pensamientos espacial y métrico propuestos por el MEN (2006). En él se presenta un taller relacionado con la construcción de una fórmula que permita hallar el área de figuras planas en unidades triangulares (utilizando como unidad de medida un triángulo equilátero de lado 1 centímetro). Este taller se estructuró gracias al trabajo realizado durante

algunas de las sesiones de clase del espacio de formación Didáctica de la Geometría, asignatura de quinto semestre del proyecto curricular Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas dirigido por el docente William Jiménez, REPITE EN PÁGINAS 2 Y 3 además de tener en cuenta algunos referentes teóricos para su consecución.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: erikaceror@gmail.com

** Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: johnfredypuentes@gmail.com

*** Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: zaydandrea@hotmail.com

PRESENTACIÓN

En Colombia los contenidos del área de matemáticas están sustentados en los estándares básicos de matemáticas propuestos por el MEN (2006), que se encuentran organizados en cinco pensamientos matemáticos. Este taller está enmarcado en los siguientes: pensamiento espacial y sistemas geométricos y pensamiento métrico y sistemas de medida; según el MEN (2006) algunos indicadores de estos pensamientos por ciclos son:

- Primer ciclo (primer a tercer grado): "analizar y explicar la pertinencia de usar una unidad de medida y un instrumento de medición" (p. 12).
- Segundo ciclo (cuarto a quinto grado): "describir y argumentar relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando es constante una de las dimensiones" (p. 15).
- Tercer ciclo (sexto a séptimo grado): "calcular áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos" (p. 16).
- Cuarto ciclo (octavo a noveno grado): "generalizar procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y volumen de sólidos; seleccionar y usar técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados" (p. 18).

Estos indicadores permiten conjeturar que los estudiantes deben comprender verdaderamente el significado del concepto área y no solamente memorizar fórmulas y aplicarlas.

Según Del Olmo, Moreno y Gil (1993), el concepto de área se puede desarrollar a partir de la idea del recubrimiento de cuerpos planos; este es un medio para calcular cuánta superficie plana puede ser cubierta en términos de una unidad de medida. Además, Godino (2002) considera que la comparación de áreas a simple vista es muy complicada, incluso para los mayores; por ejemplo, al comparar un cuadrado, un triángulo y un pentágono que ocupan la misma porción del plano es difícil identificar que pueden tener la misma área. Es importante que los niños comprendan la utilidad del concepto área en la vida diaria; por ejemplo, al determinar cuántas baldosas deben comprar para recubrir el piso de una sala o cuántos ladrillos necesitan para hacer una pared que divida en dos un espacio, entre otros.

La intención de este es permitir a los participantes reflexionar sobre el cálculo de áreas de figuras planas, cuestionando el uso de las unidades cuadradas para el cálculo de dichas áreas y facilitando herramientas para desarrollar los conceptos de unidad de medida y área.

REFERENTES TEÓRICOS

Hay una cualidad de los objetos llamada área o superficie; en la actualidad está presente en gran número de actividades cotidianas. Algunos autores establecen diferencias entre estos dos términos, entendiendo "superficie" para designar dicha cualidad y "área" para su medida. Por lo general cuando se trabaja alrededor del concepto se realiza una primera aproximación al área sobre objetos bidimensionales en los que se pueden distinguir el largo y el ancho, y se generaliza posteriormente a figuras tridimensionales en las que ya no se pueden distinguir estos conceptos, como en la superficie de una esfera.

Freudenthal (1983), citado por Del Olmo, Moreno y Gil (1993), indica que en muchas situaciones, la superficie aparece ligada a un proceso de medida, ya sea para comparar, repartir o valorar. Además, plantea que este proceso de medida puede realizarse de varias formas. En presente trabajo se hace necesario resaltar la siguiente:

Rellenando el interior de la superficie a medir con unidades (de superficie) colocadas unas junto a las otras y no superpuestas, y en aquellas donde no quepan se recurre a llenar con unidades más pequeñas. Este proceso se continúa hasta que se recubra totalmente la superficie a medir o se considere que la porción no recubierta es despreciable para la actividad que estamos realizando. Esta técnica se utiliza por lo general para medir cualquier superficie irregular (p. 35)

CORRESPONDENCIA ENTRE UNIDADES CUADRADAS Y TRIANGULARES

La siguiente imagen representa el área de diferentes polígonos en unidades cuadradas; estas áreas se pueden calcular fácilmente usando las fórmulas para calcular el área de polígonos como triángulos, cuadrados y rectángulos. Esto significa contar el número de cuadros de lado uno que son necesarios para recibir la figura 1 (haciendo alusión al método de Eudoxo).

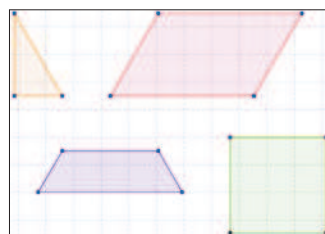


Figura 1. Polígono en una regilla cuadrada



Figura 2. Polígonos en regilla isométrica

¿Pero que ocurre si esta representación de área se da en unidades triangulares?, es decir, contar el número de triángulos equiláteros de lado uno que son necesarios para recubrir los polígonos (figura 2). ¿Cuáles propiedades cambiarán con respecto a las unidades cuadradas y cómo calcular esta nueva área?

Guiados por estas preguntas logramos hacer una correspondencia entre unidades cuadradas y triangulares. A continuación se presenta el proceso llevado a cabo. Inicialmente hallamos áreas de polígonos en unidades cuadradas utilizando en cada caso la fórmula correspondiente; dado que no encontramos una fórmula para hallar el área de un polígono en unidades triangulares, el algoritmo utilizado fue el conteo de los triángulos que los conformaban. Al ver que este algoritmo no funcionaba en todos los casos, decidimos hacer una función para pasar de unidades cuadradas a triangulares, y viceversa. Entonces, si tenemos un cuadrado de lado uno (figura 3), formamos un triángulo equilátero a partir de uno de sus lados, calculamos su altura y obtenemos: $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

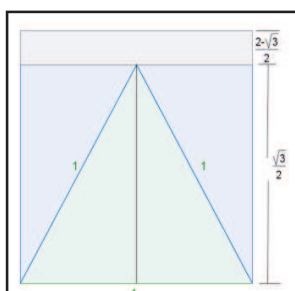


Figura 3. Triángulo equilátero de lado 1 inscrito en un cuadrado de lado 1

La correspondencia entre unidades cuadradas y triangulares se hace tomando una unidad cuadrada (cuadrado de lado 1) y observando cuántas unidades triangulares (triángulos equiláteros de lado 1) pueden ser superpuestas en dicha unidad cuadrada; si se construye un triángulo equilátero en uno de los lados del cuadrado y se traza la perpendicular por el vértice que no pertenece a dicho lado, se obtiene una figura como la anterior, en la cual dos unidades triangulares (triángulo equilátero verde y triángulo equilátero formado por los dos triángulos azules) corresponden a una unidad cuadrada (u_c) menos el área de la parte gris, de tal forma que:

$$2U_t = 1U_c - \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)U_c = 1U_c - \frac{2}{2}U_c + \frac{\sqrt{3}}{2}U_c = \frac{\sqrt{3}}{2}U_c$$

$$1U_t = \frac{\sqrt{3}}{2}U_c = \frac{\sqrt{3}}{4}U_c$$

U_t: Unidades Triangulares.
U_c: Unidades Cuadradas.

Obteniendo así una función para pasar de unidades cuadradas a triangulares que permite hallar el área de cualquier polígono en unidades triangulares.

METODOLOGÍA DEL TALLER

Para la realización del taller se usará material manipulativo, puesto que según Kennedy (1986), el uso de material manipulativo permite a los estudiantes comprender mejor el significado de las ideas matemáticas como las aplicaciones de estas ideas a las situaciones del mundo real. El taller se realizará en dos sesiones cada una de hora y media, y se desarrollará de manera individual, para que cada participante experimente con material y conjeture acerca del cálculo de áreas en unidades triangulares.

| <i>Clasificación del recurso</i> | <i>Función del recurso</i> | <i>Hipótesis de aprendizaje</i> |
|--|---|---|
| Material manipulativo tangible: polígonos, triángulos equiláteros y cuadrados de lado 1cm. | A través del uso de los cuadrados y triángulos será más fácil recubrir cada uno de los polígonos. | Realizar recubrimiento de los polígonos teniendo en cuenta que no se deben sobreponer los triángulos y los cuadrados ni dejar espacios, para comprender el significado de las fórmulas matemáticas para hallar el área. |
| Material manipulativo gráfico-textual: hojas de registro. | En las hojas podrán realizar operaciones para hallar el área triangular de los polígonos. | Al recubrir los polígonos se podrán tener ideas sobre las fórmulas matemáticas para hallar el área de dichos polígonos. |

ACTIVIDADES

Actividad 1: rellenar superficies poligonales con cuadrados de áreas menores a las superficies, colocando unos junto a los otros sin sobreponerlos, y calcular el área de estas teniendo en cuenta la unidad de medida (cuadrados de lado 1).

Actividad 2: descomponer superficies poligonales en polígonos regulares de menor área, y calcular el área de estas superficies teniendo en cuenta la unidad de medida creada.

Actividad 3: observar un trabajo realizado en Geogebra, en donde las áreas de distintos polígonos se presentan a partir de unidades triangulares y no cuadradas. Crear hipótesis relacionadas con lo trabajado acerca de unidades triangulares.

Actividad 4: explorar y crear fórmulas para calcular el área de un polígono en unidades triangulares.

Actividad 5: crear una función para pasar de unidades cuadradas a triangulares, y viceversa.

REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

Del Olmo M., Moreno M., Gil F., (1993). Superficie y volumen. Madrid: Editorial Síntesis.

Font V., Godino J. & D' Amore B. (SF). Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática. Extraído 29 de mayo de 2011 en www.urg.upr.es/jgodino/funciones-semioticas/enfoque_ontosemiotico_representaciones.pdf

Godino J. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Universidad de Granada. Extraído 15 de febrero de 2011 en <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

MEN (1998). Lineamientos curriculares para matemáticas. Bogotá, Colombia.