

## Relato de Experiência



# Modelagem Matemática em Disciplina Específica

*Dr. Alvino Alves Sant'Ana<sup>9</sup>  
Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana<sup>10</sup>*

### Resumo

Neste trabalho, é relatada uma experiência de Modelagem Matemática com alunos do primeiro ano de um curso de Licenciatura em Matemática, em uma disciplina regular de conteúdo específico de Matemática. Os estudantes participaram de todas as etapas do processo, construindo junto com o professor um ambiente de aprendizagem investigativo, que pode ser classificado como *caso 3* de acordo com Barbosa (2001). São apresentadas as etapas do processo, com destaque para alguns pontos importantes em cada uma delas. O trabalho de um dos grupos é evidenciado, observando sua evolução ao longo de um mês e meio de duração da atividade.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; Ambiente de Aprendizagem; Licenciatura em Matemática

### Introdução

Neste trabalho, relatamos uma experiência de Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Matemática que não conta com disciplina exclusiva que trate deste tema.

A Modelagem Matemática é compreendida como ambiente de aprendizagem, entendendo este como a totalidade das condições de ensino, sejam elas físicas ou psicológicas, de acordo com Skovsmose (2000). No ambiente de Modelagem Matemática “os alunos são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na

realidade” (BARBOSA, 2001). Desse modo, não exigimos a construção de modelos matemáticos formais e valorizamos a totalidade das atividades desenvolvidas e das discussões ocorridas no ambiente.

Muitos autores têm relatado experiências de Modelagem Matemática com futuros professores, como Almeida e Dias (2004), que destacam o potencial da Modelagem Matemática para a atribuição de significados à Matemática, bem como sua influência nas expectativas de licenciandos em sua futura prática profissional. Também Oliveira (2007)

<sup>9</sup>UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. E-mail: [alvino@mat.ufrgs.br](mailto:alvino@mat.ufrgs.br)

<sup>10</sup>UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. E-mail: [marilaine@mat.ufrgs.br](mailto:marilaine@mat.ufrgs.br)

analisa experiências iniciais de estudantes de Licenciatura em Matemática em um curso que conta com duas disciplinas de Modelagem Matemática, nas quais eram realizados estudo de problemas aplicados, interpretação de modelos matemáticos e utilização de tecnologias informáticas na confecção de modelos, dentre outros. Em ambos os casos, destaca-se a existência de disciplina exclusiva para Modelagem Matemática. Como nosso curso não conta com tal tipo de disciplina, nossa experiência ocorre em um ambiente bem diferente, inserida em uma disciplina teórica de Matemática.

Barbosa (2001) apresenta uma classificação em casos para a Modelagem Matemática, que variam de 1 a 3 de acordo com a divisão de atribuições entre professor e alunos em sala de aula. Ele considera que o ambiente de aprendizagem constituído pode ser configurado através de três casos. O Caso 1 é caracterizado pela problematização de situações reais, ou seja, o problema e os dados (reais) são propostos pelo professor e investigados pelos alunos. No Caso 2 o professor apresenta um tema ou problema, mas a coleta de dados e a investigação são realizadas pelos alunos. Já no Caso 3, a partir de um tema gerador, os alunos coletam informações, formulam e

solucionam problemas, sob a orientação do professor. Nossa experiência se caracteriza como pertencente ao Caso 3, ou seja, todas as ações são compartilhadas entre os alunos e o professor.

### **A disciplina / os estudantes**

A experiência ocorreu entre 13 de outubro e 3 de dezembro de 2010, em uma turma composta por 45 estudantes da disciplina Geometria II, que aborda Geometria Espacial e compõe a segunda etapa (semestre) do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Esta disciplina conta com dois encontros semanais, cada um com duas horas-aula.

Consideramos muito importante a presença da modelagem matemática no início do curso, visto que no primeiro ano os estudantes percebem que a Matemática da Universidade é diferente daquela que conheceram na escola básica, da qual gostavam e que os levou a optarem por seguir a carreira de professor de Matemática. Esta percepção nem sempre é positiva, ou seja, muitas vezes, em vez de despertar a curiosidade para a exploração desta “nova” Matemática, formulando questões e levantando hipóteses, os estudantes assumem uma postura passiva, tendendo à reprodução e ao desejo de

acomodar-se em uma “zona de conforto”. Um dos objetivos desta prática era desencadear o movimento para uma “zona de risco” a fim de favorecer uma postura mais ativa, desafiadora e autônoma deste grupo.

### A prática “Convite”

Como já enfatizado, o objetivo era a criação de um cenário de investigação, mais precisamente, um ambiente de aprendizagem inserido no Caso 3 de Modelagem Matemática, ou seja, no qual todas as tarefas fossem compartilhadas por estudantes e professor.

O projeto teve início no dia 13 de outubro de 2010, quando o professor fez o convite à turma. O convite foi feito a partir de uma conversa sobre Modelagem Matemática e ambientes de aprendizagem, tomando como base os artigos de Barbosa

(2001) e de Skovsmose (2000). O professor então convidou os alunos a se dividirem em grupos entre três e seis componentes.

Dos 45 alunos, 38 aceitaram o convite e se dividiram em 8 grupos. Logo após foi feita a combinação das datas e dos formatos dos relatórios, que poderiam ser entregues em papel ou enviados por e-mail. Os grupos, então, iniciaram as discussões acerca da escolha dos temas.

### Os temas

Os grupos foram numerados e os temas escolhidos, após discussões internas ou com a participação do professor. Suas escolhas estão representadas no quadro 1 (abaixo).

Os encaminhamentos dados pelos grupos seguiram caminhos distintos, embora o professor tivesse os orientado

Grupo	Número de	Tema	Conceitos Abordados
1	3	Desenhos 3D	Projeção
2	5	Origami	Ângulos, semelhanças, congruência, áreas e volumes
3	6	Pistas de Skate	Geometria, cicloide, plano, escala, proporção, paralelismo,
4	5	Esporte	Proporção, combinatória (estudo das diversas “pontuações”)
5	6	Pontes	Formas geométricas e suas propriedades
6	4	Comida Servida no Restaurante	Unidades de medida, proporção,
7	5	Música	Escala, proporção
8	4	Bola de Futebol	Área de superfície, volume, poliedros

Quadro 1: Temas escolhidos pelos grupos / Fonte: anotações do professor

quanto a um roteiro básico.

É importante observar que, entre o convite e o primeiro relatório, os estudantes aproveitavam pequenas partes das aulas, geralmente no início, para discussão com o professor acerca do andamento de seus projetos. Em paralelo, ocorria a aula teórica de Geometria Espacial.

### Relatório parcial

O roteiro do professor sugeria que para o primeiro relatório os estudantes:

- Informassem o tema escolhido, com justificativa;
- Informassem, caso houvesse, os encaminhamentos matemáticos já realizados na investigação do tema, bem como suas curiosidades a este respeito sob a forma de perguntas.

No dia 3 de novembro foi feita a entrega do primeiro relatório, que foi corrigido pelo professor e discutido com os grupos a fim de auxiliá-los no processo.

Os grupos cumpriram a primeira etapa acima descrita, alguns descreveram também como pretendiam obter mais dados. Dois deles, grupo 3 e grupo 7, elaboraram roteiros organizados, compostos por: visitas, entrevistas, medições, etc.

O grupo 4, que abordou *esportes*, justificou que a escolha do tema se deu a partir de alguns questionamentos na análise de esportes, como: “*Por que os goleiros se adiantam na cobrança de um pênalti no futebol? Qual a vantagem que eles obtém ao fazer isso?*” (extraído do primeiro relatório do grupo 4). O mesmo grupo já deu indícios do encaminhamento matemático ao colocar como objetivo principal de seu trabalho analisar as chances de pontuar em situações diversas de esportes com bola, levando em consideração a “*área do campo, dimensões da bola, obstáculos, ângulos [...]*” (extraído do primeiro relatório do grupo 4). Ainda neste relatório, eles apresentaram muitos dados numéricos acerca de medidas de bolas e de campos ou quadras de esportes.

O grupo 5 apresentou um relatório bem mais simples que os demais, apenas informou a escolha do tema *pontes* e afirmou que os membros têm interesse em entender melhor a Matemática presente neste.

Após a discussão com os grupos, na qual o professor expôs suas observações e deu sugestões para encaminhar os trabalhos, os estudantes seguiram trabalhando em encontros extraclasse e nos inícios das aulas da

disciplina, quando aproveitavam a presença do professor para esclarecimento de dúvidas.

### **Finalizando os Trabalhos**

No dia 26 de novembro foram finalizados os projetos e entregues os relatórios de todos os grupos, para posterior apresentação. Neste dia o professor conversou com os grupos e ainda fez algumas últimas sugestões para ajustes nos trabalhos.

Os grupos 1 e 2, que trataram de *desenho 3D* e *origami* obtiveram como resultado muito mais matemática que modelagem, ou seja, os dois grupos priorizaram a escolha dos conceitos matemáticos a serem abordados e, em função desta escolha, os grupos tomaram suas decisões acerca dos temas a serem trabalhados. Este posicionamento mudou o foco do convite feito pelo professor, que priorizava a realidade, conforme BARBOSA (2001) “[...] a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”. Atribuímos em parte às características específicas dos temas, com origem diretamente ligada a Matemática, mas também não podemos deixar de considerar a possibilidade de acomodação na zona de conforto de uma abordagem já conhecida.

O grupo 5, mais uma vez, teve uma produção mais modesta, apresentando pouca conexão entre o tema e a Matemática, com mais ênfase em dados técnicos e históricos de uma *ponte* específica.

Os projetos dos demais grupos foram considerados muito satisfatórios. Enfatizaram aspectos importantes dos temas investigados, utilizando Geometria para suas interpretações e/ou resolução de problemas.

Destacamos em particular os grupos 3 e 4. O desenvolvimento do trabalho do grupo 3, sobre “*pistas de skate*”, que pode ser visto com detalhes em Sant’Ana et al (2011), apresentou fortes características relacionadas à corrente sociocrítica, de acordo com Barbosa (2001). O grupo partiu de uma matéria de jornal, realizou entrevistas e visitas, comprovou falhas técnicas em uma pista através da Matemática e propôs uma pista “ideal”, que resultou na elaboração de uma maquete.

Já o grupo 4, cujo tema escolhido foi *esportes*, que havia apresentado um primeiro relatório muito completo, sentiu insegurança diante da quantidade de informações e variáveis relacionadas às questões previamente formuladas e acabou modificando um pouco o trabalho. Esta é

uma situação comum em Modelagem Matemática. Cabe ao professor o papel de orientar os estudantes na busca de alternativas para o projeto. Neste caso, o professor deixou claro que nem tudo que estava previsto no relatório parcial precisava ser concluído, nem haveria tempo para que o grupo tratasse de todos os desdobramentos do tema expostos no relatório parcial. Eles poderiam particularizar seus questionamentos ou fazer escolhas dentre os mesmos.

O grupo 4 decidiu direcionar suas questões iniciais para um único esporte, o futebol, e também acrescentar uma investigação acerca dos estádios, abordando as visões que os espectadores têm dos jogos nos diversos locais dos estádios Beira Rio, do Sport Club Internacional, e Olímpico, do Grêmio Foot-Ball Porto Alegrense, bem como a relação entre este posicionamento e o preço dos ingressos.

Desejando investigar se vale a pena um goleiro se adiantar na cobrança de um pênalti, analisaram as medidas de uma goleira e a posição em que é colocada a bola para a cobrança. A seguir, a partir destes dados, obtiveram variações de ângulos da trajetória da bola. Compararam então com a possibilidade de um goleiro com altura pré-estabelecida de saltar em

direção à bola e alcançá-la em diversas posições em relação à trave. Também compararam a diminuição do tempo de reação do goleiro quando ele está adiantado com o ganho que ele tem ao se adiantar e “fechar o ângulo” do batedor do pênalti, concluindo que a prática irregular dos goleiros de se adiantarem nas cobranças de pênalti de fato é vantajosa.

Ao final, o grupo 4 se mostrou muito satisfeito com o trabalho, pois conseguiu responder à pergunta inicial. Os membros do grupo afirmaram ter pesquisado muito e aprendido, além de Matemática, conteúdos de Física e Educação Física. Afirmaram em seu relatório final, acreditarem que *“uma grande vantagem que a Modelagem Matemática tem na educação é a interdisciplinaridade que possibilita”* (extraído do relatório final do grupo 4).

Nos dias 1 e 3 de dezembro ocorreram os encontros de socialização dos projetos. Os grupos apresentaram seus trabalhos, utilizando *PowerPoint* e materiais diversos. Destacamos o grupo 3, que apresentou a todos sua maquete da pista de “skate” ideal, surpreendendo os colegas por sua dedicação, envolvimento e habilidades artísticas. Também destacamos o grupo 7, que convidou uma

violinista para participar da apresentação de seu trabalho sobre música.

### **Avaliação**

A disciplina de Geometria II tem sido ministrada pelos dois autores deste relato por diversas vezes, desde o ano de 2006, e já foi incorporada em seu plano de ensino a realização de um projeto que contribui na composição dos conceitos dos alunos.

A avaliação de projetos de Modelagem Matemática é necessariamente diferente da avaliação usual em disciplinas de caráter teórico, da maioria dos cursos de Licenciatura em Matemática. É necessário levar em consideração, além do desenvolvimento do projeto e da consistência matemática deste, aspectos subjetivos, como comprometimento, participação e autonomia. Estes aspectos foram observados pelo professor, principalmente, em seus diálogos com os grupos, que, neste caso, ocorreram nas brechas nos inícios das aulas de *Geometria II*.

Um momento muito importante para a avaliação é a apresentação final do grupo, quando todos os membros têm (ou deveriam ter) a oportunidade de se expressar. Neste momento, foi feita uma

avaliação conjunta, mais precisamente, enquanto um grupo apresentava, cinco colegas os avaliavam junto com o professor, considerando os aspectos: clareza, organização, domínio de conteúdo e integração entre os membros do grupo. É interessante observar que, em geral, os estudantes têm uma postura muito mais exigente que o professor neste momento, tecendo críticas consistentes, o que podemos atribuir à importância dada à atividade e ao compromisso que tiveram ao elaborar seus próprios projetos.

### **Considerações finais**

Destacamos a importância de práticas como esta, especialmente em turmas de Licenciatura em Matemática, principalmente no início do curso, quando os estudantes estão no processo de inserção no meio universitário e ainda não se vêm totalmente como futuros professores.

Consideramos essa experiência muito positiva e percebemos que os estudantes também tiveram essa impressão. Pudemos observar em seus relatos orais e também nos relatórios dos projetos, uma grande satisfação por compor este ambiente, bem como o reconhecimento da importância da Modelagem Matemática. Por exemplo, o

grupo 4, afirmou em seu relatório final “Pensamos que isso vai ser muito importante para o nosso futuro como professores, pois vimos na prática, os benefícios e oportunidades que a modelagem traz aos alunos” (extraído do relatório final do grupo 4).

Podemos afirmar com certeza que na próxima vez que ministrarmos a disciplina, tornaremos a propor este tipo de atividade, convidando novos estudantes para a Modelagem Matemática.

### Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. Um Estudo sobre o Uso da modelagem matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem. **Bolema**, n. 22, p. 19-35. Rio Claro: 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para

o Debate Teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24. **Anais**. Rio de Janeiro: ANPED, 2001, 1 CD-ROM.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. As análises dos futuros professores sobre suas primeiras experiências com modelagem matemática. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti; ARAÚJO, Jussara Loiola (org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007, p. 233-252. cap. XIV.

SANT'ANA, A. A. et al. Pista de skate e Modelagem Matemática. In: VII CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Belém, PA: UFPA, 2011. v. 1. p. 1-13. 2011.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**. nº 14, p. 66 – 91. Rio Claro: 2000.

International Journal for Research  
in Mathematics Education

**RIPEM**

Revista Internacional de  
Pesquisa em Educação Matemática



Veja mais em [www.sbemrasil.org.br](http://www.sbemrasil.org.br)

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA