

A Teoria dos Conceitos Figurais e o GeoGebra no estudo de parábolas: uma experiência com graduandos em Matemática

The Theory of Figural Concepts and GeoGebra in the study of paraboles: an experience with undergraduate students in Mathematics

<https://doi.org/10.37001/ripem.v12i2.2893>

Renata Teófilo de Sousa

<https://orcid.org/0000-0001-5507-2691>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
rtsnaty@gmail.com

Francisco Régis Vieira Alves

<http://orcid.org/0000-0003-3710-1561>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
fregis@ifce.edu.br

Italândia Ferreira de Azevedo

<https://orcid.org/0000-0002-4684-5397>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
italandiag@gmail.com

Resumo

Este trabalho é oriundo de um projeto piloto de uma pesquisa de mestrado, realizado com estudantes da licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE), bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). O objetivo deste trabalho é reconhecer as concepções epistêmicas dos professores de matemática em formação inicial com base em suas ações e estratégias para solucionar uma situação-problema envolvendo parábolas, analisadas a partir da Teoria dos Conceitos Figurais. Em busca de atingir este objetivo, utilizamos como recurso didático o software GeoGebra, em suas versões software para computadores e aplicativo para smartphones. A metodologia utilizada neste estudo foi a Engenharia Didática, em suas quatro fases - análises preliminares, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação - em que os estudantes construíram a estrutura do farol de um carro utilizando o conteúdo de parábolas em uma perspectiva geométrica com o software GeoGebra. Os resultados apontam para a necessidade de compreensão da parábola para além de uma curva que representa o gráfico de uma função quadrática, bem como um maior estudo de suas propriedades e aplicações.

Palavras-chave: Geometria Analítica. Raciocínio Geométrico. Engenharia Didática. GeoGebra. Ensino de Matemática.

Abstract

This work comes from a pilot project of a master's research, carried out with undergraduate students in Mathematics at the State University of Ceara (UECE), scholarship holders of the Institutional Program for Teaching Initiation Scholarships (PIBID). The objective of this work is to recognize the epistemic conceptions of mathematics teachers in initial formation based on their actions and strategies to solve a problem-situation involving parabolas, analyzed from the Theory of Figural Concepts. In order to achieve this goal, we used the GeoGebra software as a didactic resource, in its versions, software for computers and application for smartphones. The methodology used in this study was Didactic Engineering, in its four phases - preliminary analysis, design and a priori analysis, experimentation and a posteriori analysis and validation - in which students built the structure of a car headlight using the content of parabolas in a geometric perspective using GeoGebra. The results point to the need to understand the parabola beyond a curve that represents the graph of a quadratic function, as well as a further study of its properties and applications.

Keywords: Analytical Geometry. Geometrical Reasoning. Didactic Engineering. GeoGebra. Mathematics teaching.

1. Introdução

As parábolas têm grande relevância no desenvolvimento da sociedade e da tecnologia e se fazem presentes em diferentes áreas do conhecimento. Temos exemplos de sua utilização na construção de lentes parabólicas, antenas, fogões solares, cálculo de trajetórias de astros e corpos celestes, na arquitetura, entre outros. Dada a sua importância, enfatizamos o quanto seu estudo deve ser incentivado e explorado.

Entretanto, apesar de sua relevância, o estudo da parábola na educação básica é tratado de forma meramente algébrica - quando se refere apenas à função quadrática, e analítica - apenas quando se estudam os pressupostos da Geometria Analítica. Tais estudos normalmente ocorrem sob um enfoque fragmentado, pouco contextualizado e sem a devida exploração geométrica, gerando dificuldades em etapas de estudos sucessoras, como o Ensino Superior (Louzada, 2013; Cerqueira, 2015; Vargas & Leivas, 2019).

Assim, este trabalho busca uma alternativa diferenciada para o estudo da parábola, favorecendo sua exploração de forma geométrica por meio da visualização com o uso do *software* GeoGebra, a partir da discussão de suas particularidades e compreensão do conceito de parábola enquanto lugar geométrico.

Buscamos, a partir deste estudo responder ao seguinte questionamento: a Teoria dos Conceitos Figurais possibilita, de fato, o reconhecimento de concepções epistêmicas de estudantes/licenciandos em Matemática, no que diz respeito à investigação dos elementos da parábola a partir de uma situação-problema proposta, explorando o viés da visualização geométrica?

Nesse sentido, traçamos como objetivo deste trabalho reconhecer as concepções epistêmicas dos professores de matemática em formação inicial com base em suas ações e estratégias para solucionar uma situação-problema envolvendo parábolas, analisadas a partir da Teoria dos Conceitos Figurais.

Para tentar alcançar este objetivo, utilizamos o GeoGebra para explorar a visualização geométrica da parábola. O GeoGebra é um *software* de livre acesso, que permite manipulações em um ambiente computacional de Geometria Dinâmica. No que tange à compreensão do

mundo que nos cerca a partir da visualização geométrica, Alves (2019) afirma que com o *software* GeoGebra, os estudantes podem desenvolver uma capacidade de análise global e local de propriedades extraídas do ambiente computacional e geométrico.

A metodologia adotada para estruturar este trabalho foi a Engenharia Didática (ED), em suas quatro fases - Análises preliminares, Concepção e Análise *a priori*, Experimentação, Análise *a posteriori* e validação - pois, segundo Artigue (1996), a ED caracteriza-se como um esquema experimental, que se baseia nas realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino.

O público-alvo deste trabalho foi um grupo de dezesseis estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE), bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). A pesquisa foi realizada em formato de oficina, em um encontro de 3 horas/aula, de forma remota utilizando a plataforma Google Meet, devido ao cenário da pandemia COVID-19. A coleta de dados se deu por meio de registro fotográfico (*printscreen*), gravação de áudio e vídeo da plataforma Google Meet, registro do chat de mensagens, registros de construção no GeoGebra e questionários (inicial e final) propostos aos participantes durante o encontro.

A partir do exposto, nas próximas seções trazemos as análises preliminares, abordando a Teoria dos Conceitos Figurais e a epistemologia acerca do estudo da parábola em Geometria Analítica, bem como este assunto é abordado na grade curricular da licenciatura em Matemática; a análise *a priori*, partindo de uma análise matemática e didática da situação-proposta na oficina; a experimentação realizada e a coleta dos dados; a análise *a posteriori* e a validação da situação desenvolvida.

2. Análises preliminares

Conforme Almouloud e Silva (2012), as análises preliminares de um estudo apontam considerações acerca do quadro teórico didático geral, bem como a análise epistemológica do ensino atual de um determinado assunto, as concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, além da análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática.

Neste sentido, elaboramos nossa análise preliminar de modo a tratarmos de forma breve a Teoria dos Conceitos Figurais, base teórica das observações realizadas a partir da experimentação proposta neste trabalho; a epistemologia do estudo da parábola no campo da Geometria Analítica, bem como este tópico é abordado na grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE), como forma de conhecer a realidade dos estudantes e público-alvo deste trabalho.

2.1. Teoria dos Conceitos Figurais

A obra de Fischbein (1993), *The Theory of Figural Concepts* (A Teoria dos Conceitos Figurais) explica de forma pertinente como a Geometria se utiliza de entidades mentais, as chamadas figuras geométricas, que por sua vez possuem peculiaridades de ordem conceitual e figural. Ou seja, para a compreensão da Geometria a partir de tais entidades mentais, deve-se entender a associação entre suas características. Costa (2020, p. 153) reforça que “o elemento imagem que estimula novas orientações do pensamento geométrico, mas existem as restrições lógicas e conceituais que controlam o rigor formal do processo”.

Pais (1996) afirma que há quatro elementos fundamentais que interferem diretamente no entendimento e aprendizagem de Geometria Euclidiana plana ou espacial: o objeto, o

conceito, o desenho e a imagem mental. No que diz respeito a estes quatro elementos, é imprescindível aditar a semântica presente na linguagem geométrica dentro de problemas. Ainda segundo o autor, tais objetos e suas respectivas representações por desenho interferem no raciocínio procedimental e na construção do conhecimento geométrico do aluno.

Fischbein (1993), ao tratar sobre os componentes essenciais dos objetos geométricos – o conceito e a imagem –, afirma que estes concebem a aprendizagem da geometria de maneira significativa, em que a passagem da etapa de experimentação para a abstração demanda equilíbrio entre tais componentes, que podem ser propiciados pelo uso de *softwares* matemáticos, como é o caso do GeoGebra, apresentado neste trabalho.

Alves (2019) reitera que, com base no potencial do *software* GeoGebra, o professor, ao utilizá-lo, pode estimular o envolvimento do aluno em uma exploração dinâmica de propriedades numéricas e geométricas, desenvolvendo a visualização, percepção e intuição, essenciais para a evolução da aprendizagem dos estudantes.

Ainda sobre a perspectiva de Fischbein (1993), as figuras geométricas se constituem em uma entidade mental, elaboradas a partir de um raciocínio geométrico, em que uma figura é diferente tanto de sua definição formal quanto de sua imagem mental e por sua vez é apoiada em uma percepção sensorial de uma representação particular fornecida. Ainda conforme o autor, o que retrata um conceito é o fato de que este expressa uma ideia, uma forma de representação ideal de uma classe de objetos que apresentam características comuns. Já uma imagem (mental) remete à uma representação sensorial de um objeto ou fenômeno (Fischbein, 1993).

Deste modo, o conceito figural expressa uma realidade mental, sendo uma construção tratada pelo raciocínio matemático no domínio da Geometria. Assim, o conceito figural é totalmente desprovido de propriedades concretas como peso, cor, densidade, etc., no entanto apresenta as propriedades figurais, como explicitado por Fischbein (1993):

Os objetos de manipulação no raciocínio geométrico são as entidades mentais, chamadas de conceitos figurais, que refletem as propriedades espaciais (forma, posição, magnitude) e, ao mesmo tempo, possuem qualidades conceituais – como idealidade, abstração, generalização e perfeição. (Fischbein, 1993, p. 143, tradução nossa).

No fragmento apontado e a partir da perspectiva do autor, entende-se que por meio da natureza dual entre conceito e imagem, constrói-se uma imagem mental baseada primeiramente em conceitos previamente estabelecidos e formalizados. Por exemplo, a imagem de um quadrado não consiste em uma mera imagem desenhada em uma folha de papel de forma arbitrária, mas sua concepção, embora possa ser influenciada por um objeto real, parte de uma definição formal dentro de um sistema axiomático que impõe que *um quadrado é um retângulo com todos os lados iguais*. Ou seja, de forma geral, as imagens são controladas por conceitos.

Vale ressaltar que, para uma compreensão por parte do docente acerca das conjecturas e relações que os estudantes estabelecem entre conceito e imagem em Geometria, é necessário que os estudantes busquem demonstrar ou explicar seu ponto de vista. Fischbein (1999) aponta que, de modo geral, no ensino de matemática, é importante que o professor tome conhecimento sobre as interações entre o intuitivo, o formal e os aspectos procedimentais nos processos de compreensão, memória e resolução de problemas estabelecidos pelos estudantes. Desta forma, o professor pode auxiliá-los em suas dúvidas, desconstruir modelos mentais e generalizações inadequadas.

Costa (2020), a partir de sua pesquisa e análise sobre os estudos dos autores Fischbein (1993), Duval (2012, 2011) e Pais (1996), aponta que o pensamento geométrico é uma habilidade mental na construção do conhecimento geométrico, de modo a aplicar coerentemente a Geometria na resolução de problemas. Assim, o autor reitera que o pensamento geométrico é imprescindível “para compreender a natureza dos fenômenos e inferir sobre eles, de identificar e perceber a Geometria como uma ferramenta para entendimento do mundo físico e como um modelo matemático para compreensão do mundo teórico” (Costa, 2020, p. 177).

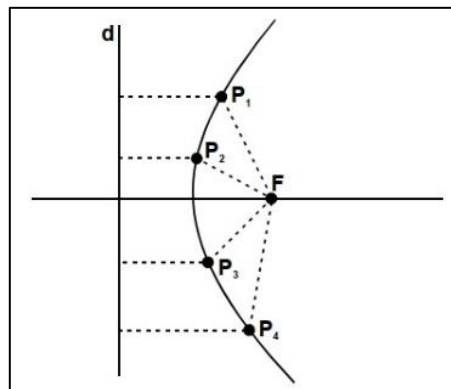
Assim, neste trabalho, buscamos analisar a etapa de experimentação com base nesta teoria, observando a construção do raciocínio geométrico dos participantes no encontro, com arrimo do GeoGebra enquanto facilitador do processo de compreensão da parábola em Geometria Analítica, sendo um aporte na visualização e percepção. A partir do exposto, na seção seguinte trazemos um levantamento epistemológico acerca da parábola e sua abordagem em Geometria Analítica.

2.2. Epistemologia do estudo da parábola em Geometria Analítica

As parábolas fazem parte do dia a dia dos estudantes: a trajetória do chute em uma bola, as antenas parabólicas, os faróis de carro, lanternas e espelhos parabólicos, além das construções mais diversas no campo da Arquitetura e Engenharia.

Uma definição analítica da parábola, segundo Venturi (2003, p. 41) é: “Considere em um plano α , um ponto F e uma reta d que não contém F . Denominamos parábola de foco F e diretriz d ao lugar geométrico dos pontos do plano α que equidistam de F ”. Esta definição pode ser observada na Figura 1:

Figura 1: Representação geométrica da parábola.



Fonte: Venturi (2003, p. 41).

Na Figura 1 apresentada temos a representação de alguns pontos que pertencem à parábola de foco F e diretriz d , equidistantes do ponto F e da reta d . Esta definição apontada por Venturi (2003) é comumente vista nos livros de Geometria Analítica, mas sem explorar geometricamente o significado de cada elemento. Cerqueira (2015) e Macedo (2015) apontam em seus trabalhos que este assunto é abordado de modo lacônico, em uma visão analítica/algébrica, não explorando as características e possibilidades geométricas da parábola, quiçá o uso da tecnologia na exploração de seus elementos.

Bermúdez e Mesa (2018) afirmam que as cônicas - elipse, parábola e hipérbole - de modo geral, são apresentadas nos livros como uma unidade didática e sua demonstração toma por pressuposto que os estudantes possuem uma base prévia sobre o seu conceito matemático. Isto pode ser percebido no modo como o conteúdo é introduzido em sala de aula e na forma

como se chegam às suas definições, a partir da generalização de conceitos, sem realizar uma sondagem prévia que permita ter alguns julgamentos ou elementos geométricos básicos na construção e obtenção da equação que representa a curva de uma cônica.

Alves e Pereira (2016) reforçam que a linguagem apresentada nos livros didáticos e usada na transmissão dos conceitos em Geometria Analítica ocasiona dificuldades no entendimento do assunto, sendo tratada como se estes conceitos fossem construídos em um passo a passo fragmentado, desconectado, sem a exploração do real significado de cada termo envolvido. Contudo, a compreensão eficiente destes conceitos é necessária para o desenvolvimento cognitivo do estudante no âmbito da geometria, não apenas para o estudante da educação básica, mas também do ensino superior.

Isto fortalece a relevância da competência profissional do docente no âmbito epistêmico, em que este deve buscar meios para uma apresentação clara do conteúdo, com real significado matemático, possibilidades de aplicações, bem como uma melhor desenvoltura do docente, refletindo no aprendizado de seus alunos.

Com relação ao ensino de parábolas dentro da Geometria Analítica, poucas são as aplicações vistas em sala de aula (Cerqueira, 2015; Macedo, 2015). Esta é uma temática pouco explorada no Ensino Médio, em que o aluno é, de algum modo, furtado da aprendizagem deste assunto, “inclusive, não é um tema que aparece, com frequência nos exames de seleção em várias partes do país” (Siqueira, 2016, p. 6), o que reverbera na dificuldade do estudante ao se deparar com algumas disciplinas de nível superior como Geometria Analítica Vetorial, Álgebra Linear e Cálculo Diferencial e Integral, por exemplo.

Contudo, vale ressaltar que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) frisa a articulação entre a Geometria e a Álgebra, construindo significado para o estudante, reforçando que não se deve tratar as equações de modo desvinculado de sua interpretação geométrica. No documento da BNCC podemos encontrar uma das habilidades que reforçam a importância do conhecimento acerca de funções polinomiais do 2º grau e que pode ser estendida para o estudo de parábolas:

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (Brasil, 2018, p. 534).

Assim, entendemos a importância em relacionar a Geometria e a Álgebra dentro do assunto de parábolas na própria Geometria Analítica, em busca de uma articulação que faça sentido para o aluno. Cabe mencionar também a relevância de se trabalhar esta temática com professores atuantes na educação básica, o que geralmente não ocorre em sua formação inicial (Siqueira, 2016). Além disso, a BNCC oferece como sugestão o uso de recursos tecnológicos por meio de *softwares* ou aplicativos, como forma de viabilizar a metodologia empregada pelo professor.

Guedes (2015) afirma que os *softwares*, se utilizados de forma bem elaborada na metodologia do professor, são capazes de impulsionar a participação dos alunos, promovendo um espaço de aprendizagem ativa e de reflexão, em que o aluno se sente envolvido no processo e pode explorar manipulações e variações dos dados, obtendo respostas às perguntas que possam surgir no decorrer das atividades propostas, de modo autônomo.

Por diversas vezes o ensino de Geometria Analítica, parte da utilização de algoritmos e técnicas que privilegiam a apresentação dos conceitos via definições formais, demonstrações e realização de exercícios que não propiciam, a princípio, um desenvolvimento cognitivo do

raciocínio geométrico do estudante (Bermúdez & Mesa, 2018). O uso recorrente de analogias e uma exploração inadequada da intuição na construção do conhecimento, acompanhado de diversos exemplos e contraexemplos até que se tenha uma demonstração formal e generalizada, consiste no formato de ensino dos conceitos fundamentais deste assunto/disciplina.

Desta forma, reafirmamos a importância da compreensão do tópico de parábolas a partir de um viés que explora a visualização geométrica, visando compreender como a construção de seu conceito matemático ocorre. Almejamos, ainda, que esta compreensão ocorra de forma gradual, conectada e seguindo uma lógica de pensamento a partir dos estímulos propiciados pelo formato de trabalho (oficina) proposta e que o aprendizado por meio da tecnologia (GeoGebra) possa instigar um novo olhar e uma busca por diferentes possibilidades metodológicas pelos sujeitos desta pesquisa.

2.3. As parábolas dentro da grade curricular do curso de Matemática/UECE

O curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará é ofertado na modalidade presencial, onde sua carga horária de 3920 h/a é distribuída ao longo de nove semestres e, para além das disciplinas específicas, outros componentes curriculares, como atividades acadêmico-culturais, práticas e estágio supervisionado estão apresentados no Projeto Pedagógico do Curso (Ceará, 2009). Contudo, devido ao cenário da pandemia COVID-19, as aulas passaram a ter formato remoto, em virtude das questões sanitárias e do isolamento social.

No que diz respeito ao nosso objeto matemático - parábolas - este é estudado na disciplina de Geometria Analítica Vetorial, a ser cursada no terceiro semestre. A ementa desta disciplina traz como principais tópicos a serem abordados: Operações com vetores em R^2 e R^3 , Retas e planos, Distâncias, Cônicas e Quádricas, Equação geral de segundo grau a duas e a três variáveis e Classificação das cônicas e quádricas, onde o graduando estuda a parábola dentro da temática de cônicas.

Um dos objetivos da disciplina de Geometria Analítica Vetorial é conhecer as equações canônicas das cônicas e quádricas. No Quadro 1, apresentamos o tópico de cônicas e sua respectiva divisão:

Quadro 1: Cônicas na licenciatura em Matemática / UECE.

- | |
|---|
| <p>Cônicas:</p> <ul style="list-style-type: none"> 3.1. Definições como lugar geométrico; 3.2. Mudança de coordenadas em R^2: troca de eixos, translação e rotação. 3.3. Equação geral de segundo grau a duas variáveis. 3.4. Classificação via discriminante. |
|---|

Fonte: Recorte do programa da disciplina (Ceará, 2019).

Pelo exposto no Quadro 1, temos que a parábola, desenvolvida dentro do conteúdo de cônicas, tem enfoque analítico e desenvolvimento baseado em procedimentos algébricos. Isto é reforçado pela bibliografia utilizada para o desenvolvimento da disciplina, como apontada no Quadro 2:

Quadro 2: Bibliografia utilizada no estudo de Geometria Analítica Vetorial (UECE).

- | |
|---|
| <p><i>Livro-texto:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> 1. BOULOS, Paulo; CAMARGO, Ivan de. Geometria Analítica – Um Tratamento Vetorial. 3.ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda., 2005. <p><i>Básica:</i></p> |
|---|

1. AZEVEDO FILHO, Manoel Ferreira de. **Geometria Analítica e Álgebra Linear**. Fortaleza: Edições Livro Técnico, 2003.
 2. STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. **Geometria Analítica**. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora LTDA., 1987.
- Complementar:*
1. EFIMOV, N. **Elementos de Geometria Analítica**. Belo Horizonte: Livraria Cultura Brasileira Editora Ltda., 1972.
 2. KLÉTÉNIC. **Problemas de Geometria Analítica**. Belo Horizonte: Livraria Cultura Brasileira Editora Ltda., 1977.
 3. LEHMANN, Charles H. **Geometria Analítica**. Porto Alegre: Editora Globo S.A., 1982.
 4. LIMA, Elon Lages. **Coordenadas no Plano**. Rio de Janeiro: SBM, 1992.
 5. LIMA, Elon Lages. **Coordenadas no Espaço**. Rio de Janeiro: SBM, 1992.

Fonte: Recorte do programa da disciplina (Ceará, 2019).

No Quadro 2 mostra uma lista de referências que trazem as cônicas por um prisma analítico, partindo de suas demonstrações formais. Dependendo da metodologia do professor, pode ocorrer um enfoque na análise geométrica da parábola, explorando suas características e possibilidades de construção, ou não. Contudo, com relação ao uso da tecnologia para a abordagem deste assunto, constatamos a partir de um questionário introdutório que, dos 16 participantes do encontro, apenas 1 afirmou ter estudado Geometria Analítica com uso de *softwares*, o que será discutido mais adiante.

Partindo do quadro teórico geral evidenciado, na seção seguinte apresentamos a análise a priori deste estudo.

3. Análise a priori

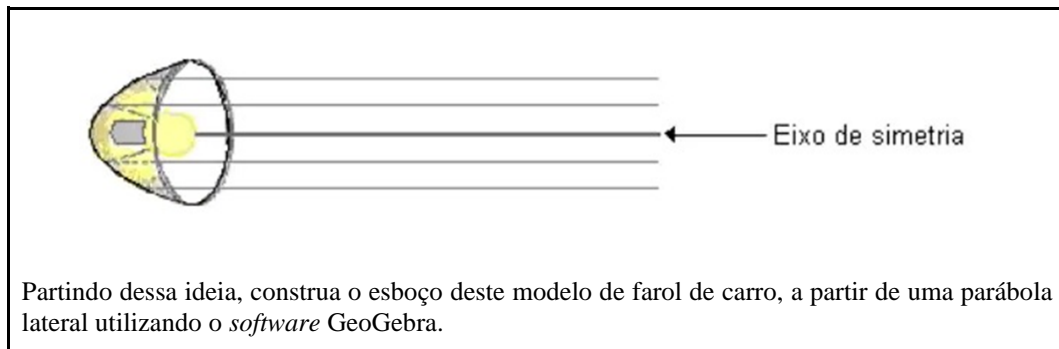
Segundo Almouloud e Coutinho (2008) em uma análise *a priori* devemos levar em consideração as variáveis didáticas do estudo e todas as características da situação didática a ser desenvolvida, buscando ter controle, no sentido de previsibilidade dos possíveis comportamentos dos estudantes mediante uma situação didática, em que “As ações do aluno são vistas no funcionamento quase isolado do professor, que, sendo o mediador no processo, organiza a situação de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aprendizagem” (Almouloud & Coutinho, 2008, p. 67).

Artigue (1988) diferencia dois tipos distintos de variáveis didáticas a serem manipuladas pelo pesquisador, que são as variáveis *macrodidáticas* ou globais, relativas à organização global da engenharia; e as variáveis *microdidáticas* ou locais, relativas à organização local da engenharia, ou seja, que tratam da organização de uma sessão ou etapa de ensino.

Nesse sentido, uma situação de ensino que busca tratar a parábola por uma perspectiva geométrica, a partir da construção do esboço do farol de um carro, a ser analisado com base na Teoria dos Conceitos Figurais. No Quadro 3 temos a situação proposta no encontro:

Quadro 3: Situação de ensino proposta no encontro.

Matematicamente, o farol de um carro funciona desta forma: ao ligar os faróis de um carro, os raios de luz, provenientes da lâmpada que se encontra no foco da parábola, incidem sobre um espelho parabólico e são refletidos paralelamente ao eixo de simetria, como no esboço a seguir:



Fonte: Elaboração dos autores (2021).

Partindo da questão proposta no Quadro 3, apresentamos uma análise matemática e uma análise didática da situação. Segundo Almouloud (2016), a análise matemática busca identificar os métodos de resolução da situação, evidenciando os saberes matemáticos utilizados. Já a análise didática “verifica se as variáveis escolhidas não levam à construção de conhecimentos incompatíveis” (Almouloud, 2016, p. 129) levantando algumas hipóteses didáticas relativas à questão, apontando uma análise da dimensão cognitiva dos estudantes, prevendo as possíveis dificuldades a serem enfrentadas pelos alunos.

Análise Matemática: a questão traz uma situação que desafia os estudantes a construir uma parábola, contudo sem utilizar equações pré-determinadas ou mesmo as ferramentas “parábola” e “lugar geométrico” presentes na guia de recursos do GeoGebra. Nesse sentido, espera-se que o estudante tenha o conhecimento acerca de parábolas em que o eixo de simetria seja paralelo ao eixo x (ou coincida), com a possibilidade de ter sua concavidade voltada para a direita ou para a esquerda, de diretriz com equação $x = -\frac{p}{2}$. Contudo, almeja-se que este estudante construa esta parábola explorando elementos da geometria plana dentro do ambiente do GeoGebra, relacionando conceito, imagem e conceito figural de modo implícito na manifestação de sua solução.

Análise didática: Espera-se que o estudante, de posse do problema, relacione o assunto de parábolas aos seus conhecimentos prévios e estudados na disciplina de Geometria Analítica Vetorial, fazendo um paralelo entre a representação geométrica da parábola e a sua representação algébrica, a partir do prisma analítico. Neste caso, existe a possibilidade do estudante enfrentar dificuldades nos seguintes aspectos:

- (i) a construção da parábola proposta não traz equações previamente estabelecidas;
- (ii) os alunos podem apresentar dificuldades na manipulação do GeoGebra, tanto na versão *software* quanto na versão aplicativo para *smartphone*;
- (iii) os conhecimentos prévios em Geometria Plana e Analítica dos estudantes não são suficientes para realizar a construção proposta, levando em consideração a relação entre os componentes essenciais dos objetos geométricos, de ordem conceitual e figural.

Com base nas análises apresentadas e nas hipóteses levantadas, na seção seguinte apresentamos a etapa de experimentação da Engenharia Didática deste trabalho.

4. Experimentação

O encontro foi realizado com um grupo de dezesseis (16) bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE). O momento da oficina foi

adaptado para ocorrer de forma remota, utilizando a plataforma Google Meet, devido ao cenário da pandemia do Novo Coronavírus (COVID-19) e teve apenas um encontro, com duração de três horas/aula, em que os estudantes participaram de uma experimentação, explorando o conteúdo de parábolas com uso de geometria dinâmica por meio do *software* GeoGebra.

Em um primeiro momento, os estudantes responderam a um instrumental de coleta de dados, na forma de questionário introdutório, sendo uma maneira de os pesquisadores conhecerem o público participante. As perguntas do questionário introdutório são apresentadas no Quadro 4:

Quadro 4: Questionário introdutório.

<p>1. Qual o semestre que você está cursando na graduação? (Pode marcar mais de uma opção, se for o caso). <input type="checkbox"/> 1° <input type="checkbox"/> 2° <input type="checkbox"/> 3° <input type="checkbox"/> 4° <input type="checkbox"/> 5° <input type="checkbox"/> 6° <input type="checkbox"/> 7° <input type="checkbox"/> 8° <input type="checkbox"/> 9°</p> <p>2. Assinale quais destas disciplinas você já cursou: <input type="checkbox"/> Cálculo Diferencial e Integral I <input type="checkbox"/> Geometria Analítica Vetorial <input type="checkbox"/> Cálculo Diferencial e Integral II <input type="checkbox"/> Álgebra Linear <input type="checkbox"/> Cálculo Diferencial e Integral III <input type="checkbox"/> Desenho Geométrico</p> <p>3. Você já assistiu aulas no curso de graduação em que houve o uso do software GeoGebra? <input type="checkbox"/> sim <input type="checkbox"/> não</p> <p>4. Se sim, o uso do software GeoGebra ocorreu em aula(s) de qual(is) disciplina(s)? _____</p>
--

Fonte: Elaboração dos autores (2021).

A partir das questões apresentadas no Quadro 4, obtivemos o perfil dos estudantes que participaram da oficina, que pode ser descrito, em síntese:

- 1 estudante cursa disciplinas do 1° período; nenhum estudante cursa disciplinas do 2° período; 5 estudantes cursam disciplinas do 3° período; 6 estudantes cursam disciplinas do 4° período; 4 estudantes cursam disciplinas do 5° período; 1 estudante cursa disciplinas do 6° período; 1 estudante cursa disciplinas do 7° período e; 1 estudante cursa disciplinas do 8° período.
- 12 estudantes já cursaram Cálculo Diferencial e Integral I; 4 estudantes já cursaram Cálculo Diferencial e Integral II; 2 estudantes já cursaram Cálculo Diferencial e Integral III; 12 estudantes já cursaram Geometria Analítica Vetorial; 3 estudantes já cursaram Álgebra Linear e; 10 estudantes já cursaram Desenho Geométrico.
- 46,7% dos estudantes afirmam já terem usado o GeoGebra em alguma aula, enquanto 53,3% disseram nunca ter utilizado nas aulas do curso.
- 2 alunos afirmaram ter assistido aulas com o GeoGebra na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I; 2 alunos usaram o GeoGebra em aulas de Desenho Geométrico; 2 alunos em uma disciplina chamada Laboratório de Ensino de Trigonometria e os demais afirmaram não ter utilizado o GeoGebra em aulas.

Vale ressaltar que nas questões 1 e 2 do questionário introdutório, os estudantes poderiam assinalar mais de uma opção. Deste modo, a contagem dos dados foi apresentada em valor absoluto, para uma melhor interpretação do leitor. Uma outra observação é que, ao longo do trabalho, ao apontar as falas dos estudantes, utilizamos os termos Participante 1, Participante 2, e assim por diante, de modo a preservar a identidade dos mesmos.

Ao encerrar a oficina, os estudantes responderam a um questionário final, onde foram coletadas informações sobre a experiência vivenciada com o GeoGebra no estudo da parábola. As perguntas deste questionário foram subjetivas e estão apresentadas no Quadro 5:

Quadro 5: Questionário final.

1. Partindo da construção realizada, como você definiria uma parábola?
2. O GeoGebra ajudou na compreensão do assunto?
3. Quais as principais dificuldades encontradas ao realizar a construção?
4. O que você considera um ponto positivo da oficina?

Fonte: Elaboração dos autores (2021).

Como algumas respostas dos estudantes às perguntas do Quadro 5 apresentam similaridades, selecionamos dentre elas as mais pertinentes para a nossa análise. Em relação à primeira pergunta, no que diz respeito à definição de parábola, com base no exposto, obtivemos respostas como:

“Curva plana, onde os pontos distam de um ponto fixo e de uma reta fixa”. (Participante 1)

“Como um movimento de pontos de uma função”. (Participante 2)

“Uma semi-curva no plano cartesiano”. (Participante 3)

“Acho que seria uma curva plana”. (Participante 4)

“Baseado na construção do farol, pôde-se entender que a construção da parábola vai muito além das raízes de uma função. E que ela pode ser demonstrada de uma maneira muito mais concreta em suas aplicações no nosso dia a dia”. (Participante 5)

Com relação à segunda pergunta, 100% dos estudantes afirmaram que o GeoGebra facilitou a compreensão do assunto de parábolas.

Já no que diz respeito à terceira pergunta, algumas das dificuldades apontadas pelos estudantes foram: falta de habilidade no uso do GeoGebra; compreender o uso da ferramenta “reta perpendicular” dentro da construção; observar e analisar os elementos em movimento dentro da construção e; o uso do GeoGebra no celular. Dos 16 estudantes, apenas 3 apontaram não ter tido dificuldades na resolução da questão com uso do GeoGebra.

Na quarta pergunta, com relação aos pontos positivos do encontro e da experiência como um todo, foram apontados pelos estudantes: o aprendizado sobre o GeoGebra; a possibilidade de visualizar uma situação real com parábolas; a visualização geométrica e compreensão dos elementos da parábola com aporte do GeoGebra; a manipulação da construção e observação do seu comportamento com base no experimento; a didática, a dinâmica do encontro e a clareza com que as informações foram explicitadas, e; a possibilidade de replicar esta construção em sala de aula, em uma perspectiva futura.

Com base no levantamento e síntese das informações coletadas, na próxima seção tratamos da análise *a posteriori* e validação do experimento, retratando uma análise atitudinal dos estudantes no que diz respeito à Teoria dos Conceitos Figurais.

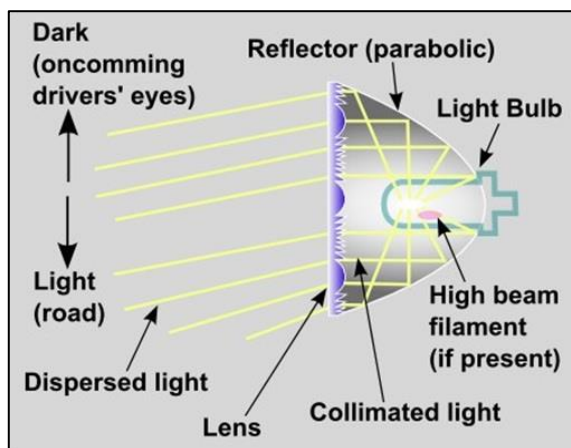
5. Análise *a posteriori* e validação

Almouloud (2016) aponta que na análise *a posteriori* é necessário investigar as produções dos alunos, levando em consideração as tarefas propostas e os dados coletados na etapa de experimentação. Ainda, segundo o autor, a análise *a posteriori* deve também considerar as distintas interações dos alunos com a situação e observar as possíveis modificações a serem realizadas no estudo, no que diz respeito ao objetivo a ser atingido pela pesquisa, ressaltando a importância de avaliar o conjunto das atividades propostas.

Partindo dessa premissa, nesta seção trazemos uma análise do experimento, buscando estabelecer uma relação entre a situação proposta, a ideia estruturada na análise *a priori* e o referencial teórico deste artigo.

Ao iniciar o encontro, a professora perguntou à turma se eles tinham conhecimento sobre o funcionamento do farol de um carro. A resposta dada por todos os participantes foi que não sabiam/conheciam seu funcionamento. Deste modo, a professora apresentou uma breve explicação de forma técnica, como mostrada na Figura 2:

Figura 2: Estrutura do farol de um carro.



Fonte: Nagpal (2021).

A partir da Figura 2, a explicação técnica fornecida pela professora foi que a luz era refletida diretamente para frente e passava pela lente, reorientando o fecho. Em caso de uso de lâmpada com duplo filamento, no fecho baixo apenas a parte superior da parábola do refletor seria utilizada, refletindo a luz para baixo e mais perto do veículo. Já no fecho alto, o segundo filamento da lâmpada usa toda a parábola e joga o fecho de luz para a frente (Nagpal, 2021).

Com essa explanação, a professora continuou a indagar os estudantes: “O que vocês enxergam de uma parábola a partir desta imagem?”, instigando-os a mostrar seus conhecimentos prévios sobre o assunto. Algumas das respostas obtidas, a partir da transcrição do áudio da oficina foram:

“O refletor é a própria parábola”. (Participante 3)

“A lente poderia ser o eixo, como se fosse o eixo y”. (Participante 4)

“O vértice está mais ou menos aí nesse light bulb aí” (Participante 7)

Observe que os elementos identificados inicialmente pelos estudantes se referem à parábola no contexto da função quadrática, em uma visão algébrica. Continuando as indagações, a professora questionou se eles já haviam estudado este assunto e, se sim, em que etapa escolar/acadêmica. A resposta unânime foi “no 1º ano do Ensino Médio”. Contudo, dentre os estudantes que afirmaram anteriormente ter cursado a disciplina de Geometria Analítica Vetorial, apenas dois (Participantes 1 e 5) comentaram ter estudado a parábola durante a disciplina.

Um outro questionamento feito pela professora foi “por onde vocês começariam esta construção no GeoGebra?” Algumas das respostas apontadas pelos estudantes apresentaram similaridades, logo, selecionamos as mais relevantes para esta análise:

- “Construindo uma função quadrática” (Participante 3)
- “Criando uma equação para a curva” (Participante 4)
- “Não sei bem como eu iria começar, só sei que iria escolher pontos que fossem convenientes no GeoGebra” (Participante 6)
- “Faria primeiro um esquema no papel pra depois passar pro computador” (Participante 7)
- “Criaria as raízes e depois montaria a função” (Participante 10)

Partindo destas respostas, podemos perceber que os estudantes fizeram uma associação da parábola apresentada na imagem com a função do 2º grau de maneira direta, possivelmente pela maior familiaridade com o assunto e sua recorrência no contexto da sala de aula da educação básica. Tal associação pode ter ocorrido de maneira intuitiva, pois, segundo Fischbein (1987) as intuições podem manifestar-se com base na experiência e conhecimentos prévios do estudante. Em outra de suas obras, o autor ainda afirma que:

Os mecanismos das intuições estão naturalmente ocultos em nossa atividade mental subconsciente. Por sua própria natureza, as intuições aparecem como reações súbitas, globais e sinérgicas, em oposição às cognições baseadas na lógica, que são, por definição, discursivas e analíticas. (Fischbein, 1999, p. 15).

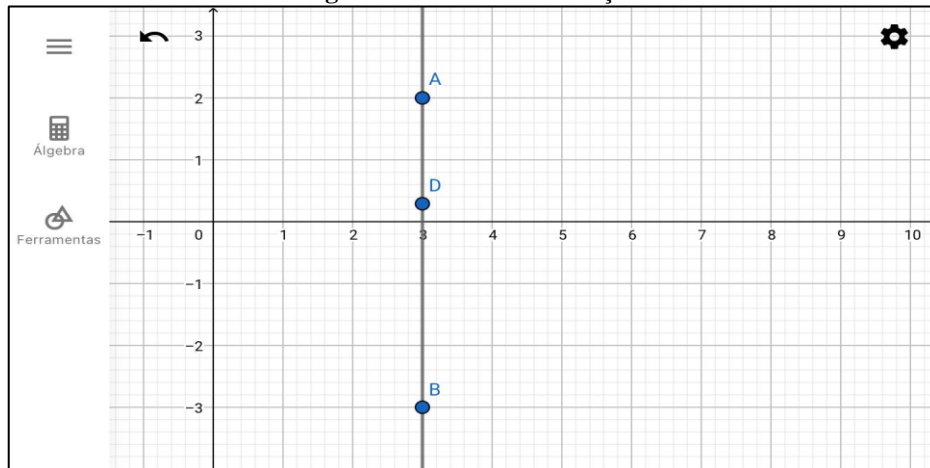
Geometricamente, e de modo natural, os estudantes identificaram a curva como uma parábola, e tendenciaram a associá-la de modo direto a uma função do 2º grau. Os comentários descritos pelos participantes 3, 4, 6, 7 e 10 sobre como fariam a construção apresentaram, em sua maioria, uma proposta de elaboração de uma função conveniente para a curva.

De acordo com Fischbein (1993) uma parábola, para ser um conceito figural, é determinada pela correspondência completa entre seus pontos e uma certa relação metricamente ou algebricamente definida. Neste caso, os participantes 3, 4, 6, 7 e 10 não apontaram de início elementos que identificassem a parábola pelo prisma da Geometria Analítica enquanto lugar geométrico, mas fizeram a menção à possibilidade de sua construção com uso de uma função do 2º grau. Contudo, vale ressaltar que uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, não geraria exatamente uma parábola como a proposta na situação apresentada, pelo fato de ser uma parábola lateral, com a abertura da concavidade voltada para a direita.

Os Participantes 1 e 5, que estudaram a parábola no contexto da Geometria Analítica, afirmaram que deveriam ser construídos um foco e uma reta diretriz, para então desenvolverem a equação da parábola, mas que não sabiam fazer parte da construção no GeoGebra. Eles sugeriram construir um ponto arbitrário e uma reta arbitrária para funcionarem como o foco f e a reta diretriz d .

Após a explicação técnica, a professora mostrou matematicamente e de forma sucinta como o farol do carro funciona, seguido da situação de ensino proposta, já apresentada anteriormente na análise *a priori*. Durante a construção, as etapas foram registradas, bem como as observações matemáticas apresentadas pelos estudantes. Vale ressaltar que a construção foi realizada pelo aplicativo GeoGebra, pois nem todos os estudantes tinham computador disponível. Posteriormente, a professora revisou toda a trajetória da construção com os estudantes utilizando a versão do GeoGebra *software*. Na Figura 3, tem-se uma sequência dos passos iniciais da construção, realizados pelos estudantes:

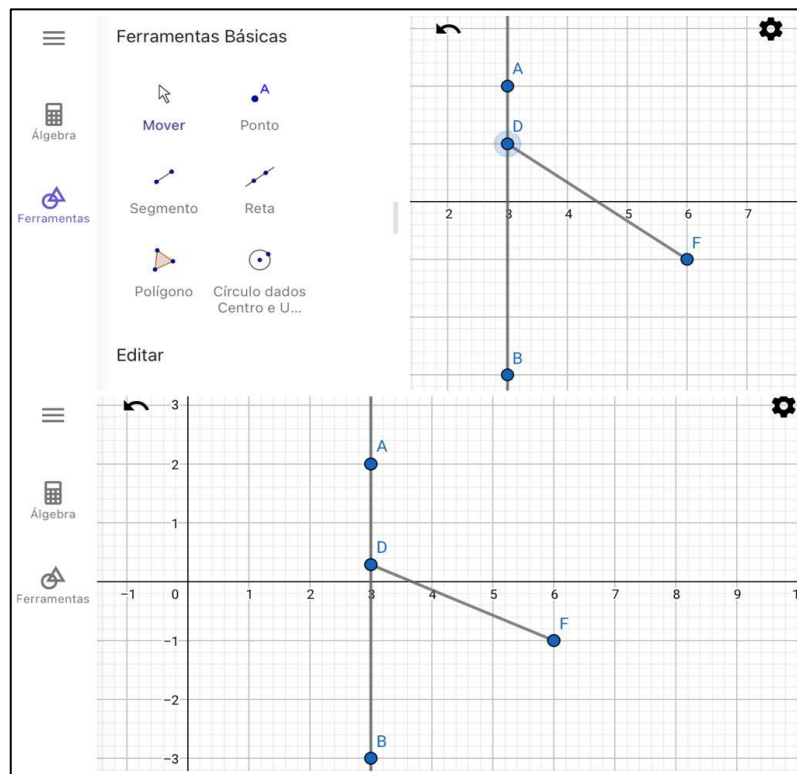
Figura 3: Passos da construção.



Fonte: Registro dos autores (2021).

Na Figura 3, inicialmente, os estudantes construíram uma reta paralela ao eixo y (mas reitera-se que um segmento de reta também poderia ser construído ao invés de uma reta). Após esta etapa, eles construíram um ponto deslizante sobre esta reta, utilizando a ferramenta “ponto em objeto” no GeoGebra. Na Figura 4, tem-se a sequência de outros passos:

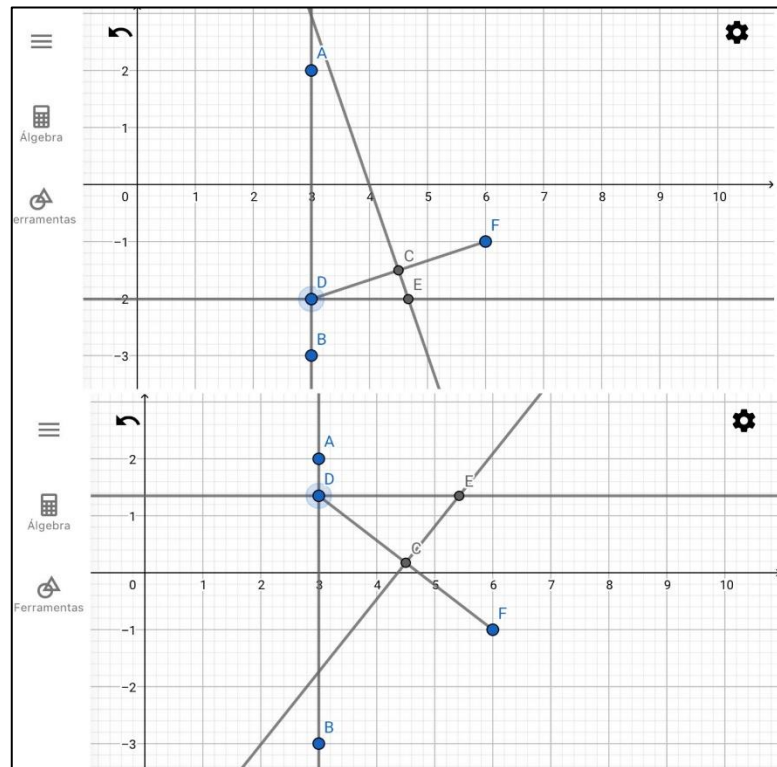
Figura 4: Passos da construção.



Fonte: Registro dos autores (2021).

Observe que na Figura 4 foi construído um ponto fora da reta e, a partir desse ponto, traçou-se um segmento que liga os pontos D e F. Na sequência destas etapas, temos a Figura 5:

Figura 5: Passos da construção.



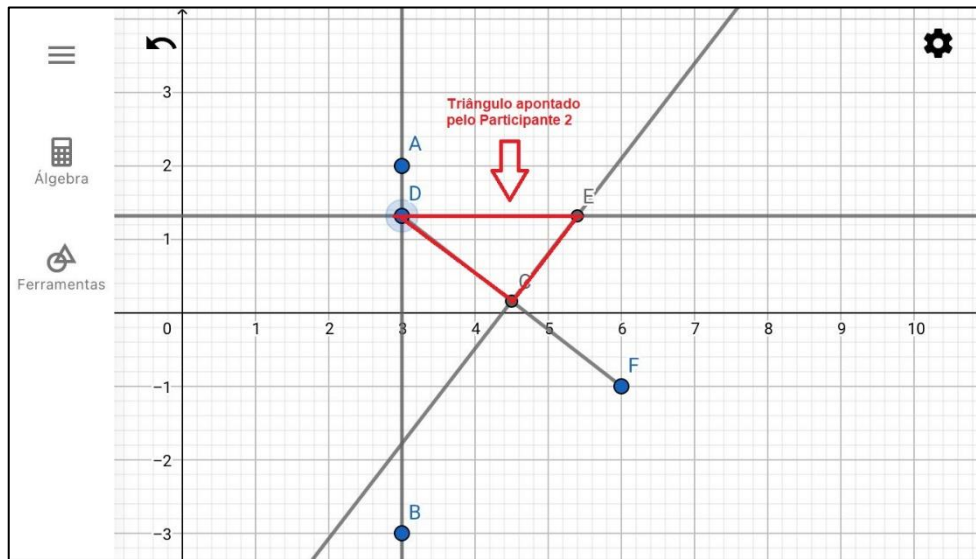
Fonte: Registro dos autores (2021).

Na Figura 5 foram construídos, respectivamente, o ponto C - ponto médio do segmento DF - e duas retas perpendiculares: a primeira sendo uma reta perpendicular à AB passando pelo ponto D e a segunda perpendicular ao segmento DF, passando pelo ponto C. Em seguida, construiu-se a intersecção entre as duas perpendiculares, representada pelo ponto E. Na parte inferior da Figura 5, busca-se mostrar diferentes posições a partir da movimentação do ponto D, almejando-se que os estudantes reconheçam que a trajetória percorrida pelo ponto E configura-se numa parábola.

Neste momento, a professora pediu aos estudantes que descrevessem o que conseguiam visualizar na tela do GeoGebra, em linguagem matemática e relacionando à temática de parábolas. Dentre os estudantes, apenas dois enxergaram que a trajetória descrita pelo ponto E formava uma parábola, enquanto outros ainda não conseguiam visualizar a parábola previamente, apenas com a movimentação.

Algo que chamou a atenção foi a descrição dada por um dos estudantes, que afirmou ver a construção de um triângulo. Na Figura 6, seria um esboço deste triângulo:

Figura 6: Observação de um triângulo na movimentação da construção.

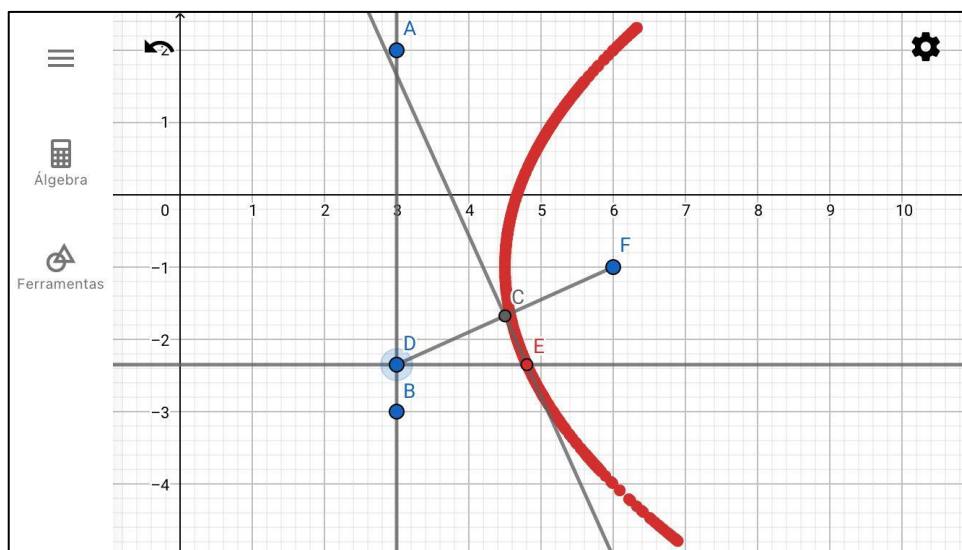


Fonte: Registro dos autores (2021).

Observe que a visualização do triângulo a partir da movimentação do ponto D gera, de fato, a figura de um triângulo formado pelos pontos CDE. Contudo, este triângulo não tem relação direta com o objetivo da construção. Na visão de Fischbein (1993), o raciocínio matemático, os objetos materiais - sólidos ou desenhos - são apenas modelos materializados das entidades mentais com as quais o matemático lida. Desta forma, uma figura geométrica não é um mero conceito, mas sim uma imagem visual. Portanto o equívoco partiu de uma observação errônea da imagem.

Para facilitar a visualização da parábola de forma clara, solicitou-se que os estudantes utilizassem a ferramenta “exibir rastro” com relação ao ponto E. O comando utilizado forneceu o que se registrou na Figura 7:

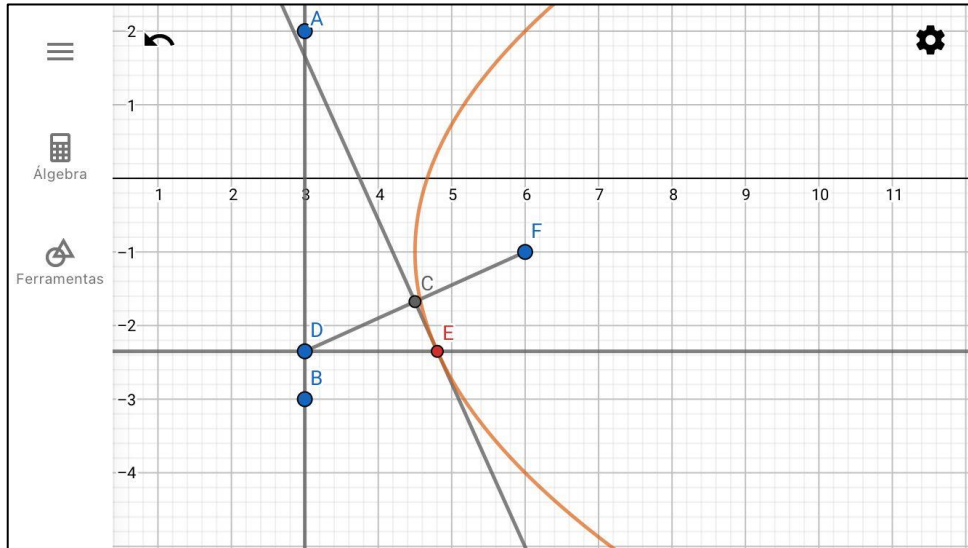
Figura 7: Rastro da trajetória do ponto E.



Fonte: Registro dos autores (2021).

Uma outra maneira também utilizada para visualizar a parábola foi a ferramenta “lugar geométrico”, ilustrada na Figura 8:

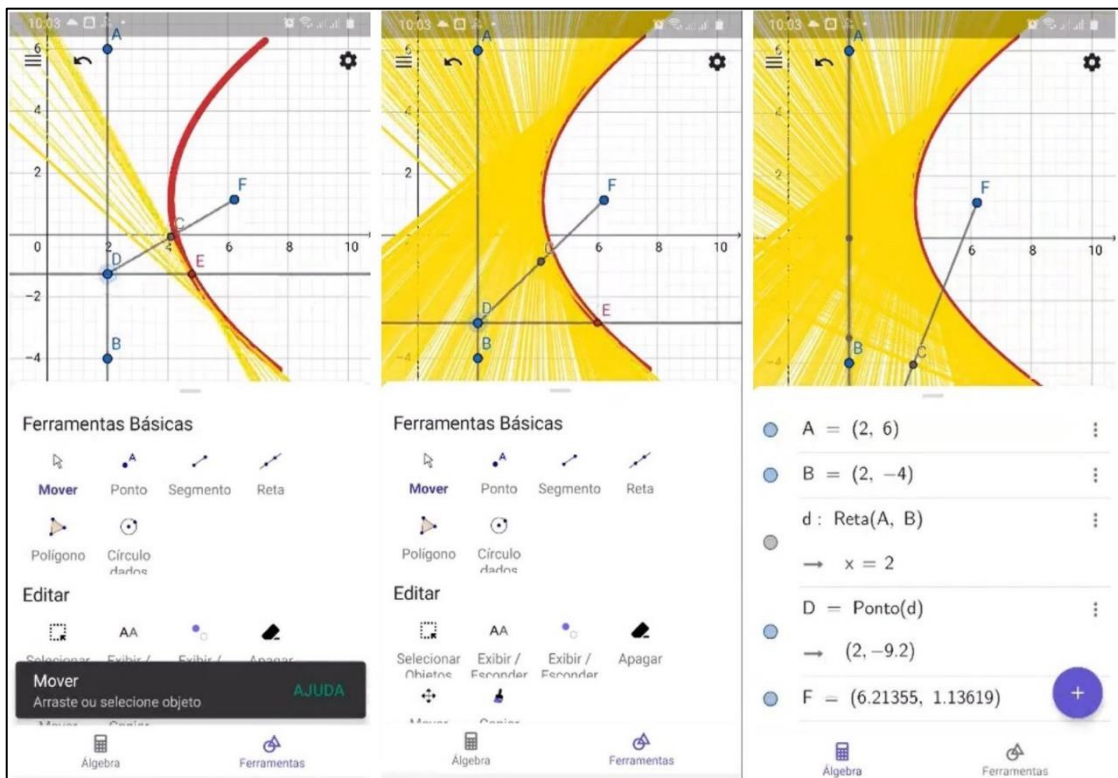
Figura 8: A parábola, a partir da ferramenta “lugar geométrico”.



Fonte: Registro dos autores (2021).

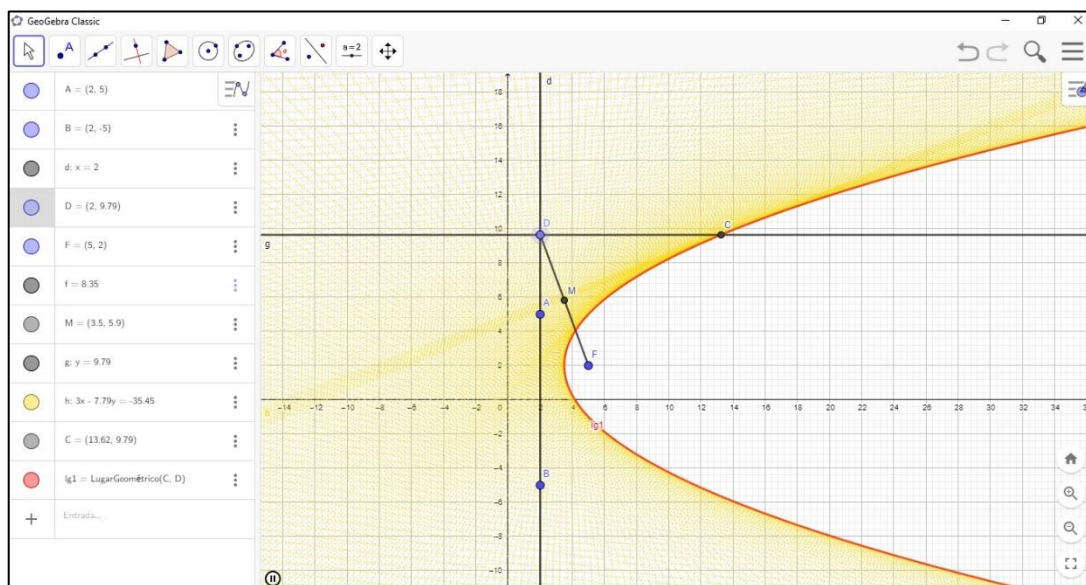
Uma simulação da luz do farol pode ser mostrada pela ferramenta “exibir rastro” no *software* (ou “habilitar rastro” na versão aplicativo para celular). Nas Figuras 9 e 10 temos uma sequência desse rastro e seu efeito visual, em que a construção é mostrada nas versões aplicativo para *smartphones* e *software* para computadores:

Figura 9: Iluminação do farol. Versão para smartphones.



Fonte: Registro dos autores (2021).

Figura 10: Iluminação do farol - Versão para computador.



Fonte: Registro dos autores (2021).

A visualização da parábola com a ferramenta lugar geométrico deu suporte aos estudantes, sendo base para algumas constatações e afirmações acerca da construção:

- (i) a reta que contém o ponto D é a reta diretriz da parábola;
- (ii) o ponto F é o foco da parábola;
- (iii) o rastro da reta perpendicular ao segmento DF pode representar a iluminação proveniente da estrutura do farol;

Uma observação interessante é que mesmo compreendendo elementos da parábola pelo viés da Geometria Analítica, um estudante afirmou: “- Seria legal usar isso em uma aula de função quadrática, para que quando os alunos falassem ‘onde eu vou usar isso na minha vida?’, esse exemplo ser mostrado” (Participante 2). Outra ocasião que chamou atenção ocorreu quando um dos estudantes indagou: “- Professora, a reta que tangencia a parábola é o vértice, né?” (Participante 4). Contudo, a posição da concavidade da parábola construída geralmente não aparece nos capítulos dos livros didáticos em que se estudam funções do 2º grau.

Estas asserções apontadas mostram certa fragilidade no domínio dos conceitos de maneira formal. Fischbein (1993) em sua perspectiva aponta que, embora a parábola seja uma imagem, uma representação espacial, sua existência e suas propriedades são inteiramente impostas por uma definição formal abstrata. “Nada é verdadeiro em termos de figuras que não seja verdadeiro e comprovável conceitualmente e vice-versa” (Fischbein, 1993, p. 156).

O modelo de parábola proposto e construído pelos estudantes não foi apresentado de modo a ser relacionado diretamente à função do 2º grau, mas sim à sua visão analítica, enquanto lugar geométrico e explorando suas particularidades e características. No entanto, a noção intuitiva do formato de uma parábola foi associada espontaneamente ao assunto de função quadrática. Sobre essa concepção, aponta Cerqueira (2015, p. 19):

[...], este mesmo aluno não conhece a definição, nem as características de uma parábola e nem consegue diferenciá-la de uma catenária ou do gráfico de uma função de grau 4, com coeficientes nulos, quando o expoente for ímpar. Apesar de ampla

utilização no cotidiano do aluno, esta cônica é vista em aula apenas para ilustrar o gráfico de uma função quadrática ou descrever a trajetória de um móvel em movimento oblíquo. (Cerqueira, 2015, p. 19).

Note que o autor reafirma a fragilidade na compreensão de parábolas por um viés diferente do que se estuda em funções do 2º grau. Observa-se nas manifestações do raciocínio dos estudantes, um pensamento direcionado à representação algébrica de uma parábola, embora não se faça menção ao uso de nenhuma equação ou função quadrática em específico, tanto no enunciado do problema apresentado na análise *a priori*, quanto no desenvolvimento da construção em si.

Nesse sentido, Fischbein (1993) traz que o uso sistemático de *loci* (ou lócus), no estudo da parábola enquanto lugar geométrico e com sua natureza dual explicitamente declarada - conceito e imagem - representa uma ferramenta didática importante para aprofundar a compreensão da natureza do conceito figural deste tema. Neste caso, o GeoGebra funciona como elemento para subsídio metodológico.

Uma outra dificuldade a ser mencionada é que devido a maior parte dos estudantes não possuir/ter acesso a um computador em casa, foi usado majoritariamente o aplicativo GeoGebra Suíte, o que gerou dificuldades, pois nem todos sabiam usá-lo. A professora auxiliou os alunos na localização de alguns comandos no aplicativo e após os alunos concluírem suas construções, demonstrou como seria a mesma construção utilizando o *software*, revisando os passos executados.

No que diz respeito às hipóteses previamente estabelecidas na análise *a priori*, de fato, os alunos apresentaram dificuldades na manipulação do GeoGebra na versão aplicativo para *smartphone*, alegando como pontos negativos: a própria falta de habilidade com o GeoGebra; o tamanho da tela do aparelho, e; a localização e o manuseio de algumas ferramentas. Além disso, a partir das falas registradas, constatou-se uma lacuna em alguns conhecimentos prévios sobre Geometria Analítica dos estudantes, mesmo aqueles que passaram pela disciplina de Geometria Analítica Vetorial. Dos doze alunos do grupo que afirmaram já ter estudado Geometria Analítica Vetorial, oito alegaram não ter chegado ao estudo do tópico de parábolas dentro desta disciplina.

Partindo do exposto, o objetivo deste trabalho foi atingido, pois conseguimos identificar algumas das concepções epistêmicas dos estudantes com base na solução da situação proposta. No que diz respeito à utilização do GeoGebra enquanto recurso didático, os estudantes afirmaram que ele contribuiu para a visualização da parábola e compreensão da questão, configurando-se em uma experiência positiva por mostrar uma possibilidade de aplicar os conceitos geométricos estudados em prática.

6. Considerações finais

As parábolas estão presentes no cotidiano em diversas áreas do conhecimento, no entanto seu estudo dentro do campo da Geometria Analítica ainda apresenta fragilidades. Assim, este trabalho trouxe um modelo de atividade diferente para o estudo deste conteúdo, propiciando sua exploração por uma perspectiva geométrica, trabalhando a visualização de seus elementos com o *software* GeoGebra.

A Engenharia Didática norteou o desenvolvimento deste trabalho, mostrando que ainda há muito a se desenvolver no que diz respeito ao estudo desse tema. Nas análises preliminares observamos vulnerabilidade tanto na forma com que se utiliza a linguagem matemática nos

livros didáticos para tratar do assunto no campo da Geometria, quanto a carência na óptica analítica/algébrica, ou tratamento do assunto com uso da tecnologia.

Na análise *a priori* deste trabalho desenvolvemos uma situação real, mas sem utilização de equações previamente estabelecidas, para que os estudantes pudessem desenvolver uma perspectiva geométrica sobre a parábola. Assim, analisamos a manifestação de seus conhecimentos de ordem epistêmica, a partir de suas estratégias e argumentos, com base na Teoria dos Conceitos Figurais.

Com base nos dados coletados na etapa de experimentação e a análise *a posteriori* e validação deste trabalho, constatamos que há uma lacuna no que diz respeito ao estudo da parábola, com algumas fragilidades em relação aos conceitos matemáticos e conhecimento de seus elementos. Esperamos que este trabalho possa contribuir, de forma geral, com uma compreensão do quadro teórico didático sobre a parábola, reconhecendo-a como uma curva mais ampla do que o gráfico de uma função, bem como a uma reflexão sobre a situação apresentada, visando o entendimento de propriedades da parábola de forma visual com o uso da tecnologia, no caso o *software* GeoGebra.

O GeoGebra teve papel importante na visualização da parábola, a partir da manipulação e do reconhecimento de seus elementos, sendo um recurso que se mostrou bem aceito pelos estudantes. Além disso, acreditamos que a utilização do GeoGebra possibilitou uma construção do conhecimento, a partir da formulação de conjecturas e da articulação entre a representação geométrica e os elementos básicos da parábola, promovendo uma aprendizagem matemática de forma dinâmica.

Por fim, esperamos que as análises apresentadas e a atividade proposta possam ser utilizadas como material complementar à metodologia do professor em suas aulas de Matemática, bem como por estudantes em formação inicial que buscam ampliar seu leque de conhecimentos, explorando novas possibilidades de se trabalhar este assunto.

Como perspectiva futura, pretende-se desenvolver esta pesquisa de uma forma mais ampla no curso de Mestrado, buscando aprimorar as observações e formas de se trabalhar com parábolas, contribuindo com a formação docente.

7. Agradecimentos

Agradecemos ao incentivo e aporte financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq para o desenvolvimento desta pesquisa no Brasil.

8. Referências

- Almouloud, S. A. (2016). Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 11(2), 128-141. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p109>.
- Almouloud, S. A., & Coutinho, C. Q. S. (2008). Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, 3(1), 62-77. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2008v3n1p62>.

- Almouloud, S. A., & Silva, M. J. F. (2012). Engenharia didática: evolução e diversidade. *Revemat: Revista. Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 22-52. DOI: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22>.
- Alves, F. R. V. (2019). Visualizing the Olympic Didactical Situation. (ODS): Teaching Mathematics with support of GeoGebra software. *Acta Didactica Napocensia*, 12(2), 97-116. DOI: 10.24193/adn.12.2.8.
- Alves, F. R. V., & Pereira, A. C. C. (2016). Ensino de Geometria Analítica: alguns pressupostos da Sequência Fedathi no contexto da formação do professor de matemática. *Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica*, 6(2), 26-45. DOI: <https://doi.org/10.36524/dect.v6i02.157>.
- Artigue, M. (1988). Ingénierie Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 9(3), 281-308. Retrieved October 10, 2020, from: <https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/>.
- Artigue, M. (1996). Engenharia Didáctica. In: Brun, J. (Org.). *Didáctica das matemáticas*. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 193-217.
- Bermúdez, E. A., & Mesa, J. H. L. (2018). Estudio histórico, epistemológico y didáctico de la parábola. *Práxis & Saber*, 9(19), 63-88. DOI: <https://doi.org/10.19053/22160159.v9.n19.2018.7922>.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Retrieved October 1, 2020, from: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.
- Ceará. (2009). *Conselho Estadual de Educação*. Câmara da Educação Superior e Profissional. Parecer nº 0024/2009.
- Ceará. (2019). *Programa da Disciplina de Geometria Analítica Vetorial*. Fortaleza: Universidade Estadual do Ceará - UECE.
- Cerqueira, A. A. (2015). *Parábola e suas aplicações*. Master dissertation, Universidade Federal da Bahia, Salvador. Retrieved August 15, 2021, from: <https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/22969/1/adriano.pdf>.
- Costa, A. P. (2020). Pensamento Geométrico: em busca de uma caracterização à luz de Fischbein, Duval e Pais. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 9(18), 152-179. Retrieved May 1, 2021, from: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/651>.
- Duval, R. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat*, 7 (2), 266-297. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>.
- Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas*. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM.
- Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162. Retrieved May 5, 2021, from: <http://www.jstor.org/stable/3482943>.
- Fischbein, E. (1999). Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38(11), 11-50. Retrieved January 10, 2021, from: <https://www.jstor.org/stable/3483129>.

- Guedes, P. C. C. (2015). Aplicação do software GeoGebra ao ensino da geometria analítica. *Ciência e Natura*, Santa Maria, 37 - Edição Especial PROFMAT, 365–375. Retrieved August 10, 2021, from: <https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/download/14555/pdf>.
- Louzada, S. (2013). *Relações entre cônicas e funções no ensino médio*. Master dissertation, Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo. Retrieved July 20, 2021, from: <http://repositorio.ufes.br/handle/10/4813>.
- Macedo, H. R. (2015). *Estudo sistemático das parábolas*. Master dissertation, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa. Retrieved July 22, 2021, from: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/9431>.
- Nagpal, S. (2021). *The Bright Side: Projector vs Reflector Headlight*. Go Mechanic Blog. Retrieved from July 15, 2021, from: <https://gomechanic.in/blog/projector-vs-reflector-headlight/>.
- Pais, L. C. (1996). Intuição, experiência e teoria geométrica. *Revista Zetetiké*, 6. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v4i6.8646739>.
- Siqueira, C. A. F. (2016). *Um Estudo Didático das Cônicas: Quadros, Registros e Pontos de Vista*. Master dissertation, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Vargas, A. F., & Leivas, J. C. P. (2019). Superfícies quádricas e o Ensino de Geometria Analítica: interseções na pesquisa. *Revista REAMEC*, Cuiabá - MT, 7(3), 37-55. DOI: <https://doi.org/https://doi.org/10.26571/reamec.v7i3.9053>.
- Venturi, J. J. (2003). *Cônicas e Quádricas*. 5 ed. Curitiba: Livrarias Curitiba.