

A Formulação das Estratégias Utilizadas pelos Alunos no Ambiente de Modelagem Matemática

Marcelo Leon Caffé de Oliveira

RESUMO

Neste trabalho, analiso como as estratégias utilizadas pelos alunos são formuladas durante a implementação de atividades de modelagem matemática. Utilizei uma abordagem qualitativa de pesquisa, coletando os dados através da observação de um grupo de estudantes da 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual de Conceição do Jacuípe, Bahia. A análise dos dados sugere que a formulação das estratégias está associada à maneira como a interação entre o professor e os alunos acontece e ao fato do tema da atividade de modelagem matemática fazer referência ao cotidiano dos estudantes.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Construção de modelos matemáticos. Formulação de estratégias.

The Formulation of Strategies Used by Students in Mathematical Modeling Environment

ABSTRACT

In this paper I analyze how the strategies used by students are made during the implementation of mathematical modeling activities. I used a qualitative research approach, collecting data through observation of a group of students from the 8th grade of elementary school to a state school of Conceição do Jacuípe, Bahia. The data analysis suggests that the formulation of strategies is related to how the interaction between teacher and students happens and the fact that the theme of the activity of mathematical modeling to refer to the daily lives of students.

Keywords: Mathematical modeling. Construction of mathematical models. Formulation strategy.

INTRODUÇÃO

Na pesquisa desenvolvida durante o mestrado, busquei construir entendimentos sobre como os alunos formulam e/ou reformulam as estratégias¹ adotadas durante a

Marcelo Leon Caffé de Oliveira é Mestre em Ensino, Filosofia e História das Ciências (UFBA/UEFS). Professor assistente da Área de Educação Matemática do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Endereço para correspondência: Rua Monsenhor Aderbal Miranda, nº 702, Brasília, Feira de Santana, Bahia, CEP: 44088-180. E-mail: leoncaffé@yahoo.com.br

¹ Segundo Ferreira (1986, p. 726), uma estratégia é "a arte de aplicar os meios disponíveis com vista à consecução de objetivos específicos". Neste artigo, considero, de forma mais específica, que as estratégias são os procedimentos utilizados pelos alunos para viabilizar a construção de modelos matemáticos.

Acta Scientiae	Canoas	v. 14	n.2	p.295-308	maio/ago. 2012
----------------	--------	-------	-----	-----------	----------------

construção de modelos matemáticos. Neste trabalho, faço um recorte e discuto mais especificamente como as estratégias utilizadas pelos alunos foram formuladas durante a implementação de atividades de modelagem matemática².

Neste estudo, entendo modelagem como “um ambiente de aprendizagem em que os estudantes são convidados a solucionar matematicamente problemas não matemáticos com referência na realidade que possuam potencialidades de gerar reflexões sobre a presença da Matemática na sociedade” (OLIVEIRA, 2010, p.7).

Esta compreensão caracteriza o ambiente de modelagem em termos da natureza da situação – ter referência na realidade – e do fato de ser um problema para os alunos. No problema, eles não possuem um encaminhamento prévio sendo incentivados assim a levantar questões, palpites (problematizar) e a coletar e organizar dados, checar conjecturas (investigar), enquanto que no exercício, os alunos possuem esquemas prévios a serem diretamente aplicados (CHRISTIANSEN, 1997).

O modelo matemático está sendo entendido como qualquer representação matemática do problema em questão (BARBOSA, 2007c), ou em outras palavras, ele “pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.” (BIEMBENGUT, 1999, p.20). Esta ideia mais ampla do que vem a ser um modelo matemático é particularmente importante, pois diferentes modelos matemáticos podem ser produzidos para a mesma situação em estudo, dependendo das estratégias adotadas e dos conhecimentos dos alunos.

Em estudo realizado por Almeida e Dias (2004), encontramos a descrição de um trabalho desenvolvido por um grupo de alunos que resolveu analisar como ocorre o crescimento de um formigueiro da formiga saúva-limão por meio da modelagem. Este grupo demonstrou grande preocupação em selecionar, de forma adequada, as variáveis envolvidas no problema e relacioná-las de forma a determinar a postura média da rainha dessa espécie. Esta preocupação estava diretamente relacionada às inquietações demonstradas com relação à capacidade de resolver problemas por meio da Matemática, e a quais conteúdos matemáticos podem ser usados na resolução dos problemas.

As preocupações demonstradas pelos alunos estão em consonância com os objetivos apresentados pelas pesquisadoras de “mostrar que a Modelagem Matemática é uma alternativa para o ensino e aprendizagem da Matemática escolar” (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 25), e de priorizar a abordagem de conteúdos matemáticos por meio da utilização da modelagem como estratégia de ensino.

Araújo e Barbosa (2005) desenvolveram um estudo com um grupo formado por alunas que deveria abordar conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral por meio de uma função que retratasse uma situação do dia a dia. Para executar esta tarefa, as alunas do grupo escolheram o tema *temperatura*. Depois da escolha do tema, aparentemente inspiradas em suas experiências escolares, elas inicialmente escreveram uma função e

² Como artifício para evitar repetições, me referirei à modelagem matemática algumas vezes apenas como modelagem.

escolheram os conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral que queriam abordar e, por último, escreveram uma situação-problema que pudesse ser representada pela função escolhida.

As ações implementadas pelo grupo inverteram a ordem proposta pelo professor para a atividade, que era primeiro escolher uma função que representasse uma situação cotidiana e depois estudar esta função com os conteúdos do Cálculo. Esta estratégia, adotada pelas alunas na execução do *projeto de modelagem matemática*, foi denominada por Araújo e Barbosa (2005) de estratégia inversa.

Zbiek e Conner (2006) relatam a experiência de um grupo de estudantes, futuros professores secundários de Matemática, que deveria determinar qual a melhor localização para um hospital que seria construído na região noroeste dos Estados Unidos para atender a três cidades circunvizinhas. Para determinar a localização do hospital eles construíram um triângulo, em que cada um dos vértices era uma das cidades em questão, e calcularam as coordenadas de um ponto no seu interior que fosse equidistante dos vértices (circuncentro), ignorando outras informações importantes para construir a solução.

Após os estudantes darem a tarefa como concluída, a pesquisadora levantou alguns questionamentos de ordem reflexiva sobre, por exemplo, a influência das populações das cidades na determinação do local onde o hospital seria construído. Isso fez com que a estratégia utilizada pelos estudantes fosse reformulada, fazendo com que as soluções e os modelos apresentados fossem reavaliados e sofressem alterações que incluíssem as novas variáveis consideradas.

Nos três estudos é possível perceber a ênfase na aplicação de conceitos matemáticos na resolução das tarefas de modelagem propostas. No primeiro estudo (ALMEIDA; DIAS, 2004), a prática dos alunos parece ser um reflexo dos objetivos apresentados pelas pesquisadoras, uma das quais era professora da disciplina. Já no segundo estudo (ARAÚJO; BARBOSA, 2005), a adoção da estratégia inversa parece estar associada às experiências prévias das alunas e à maneira como o professor conduzia suas aulas. O terceiro estudo (ZBIEK; CONNER, 2006), sugere uma preocupação com a prática profissional futura, que possivelmente reflete também suas experiências prévias como alunos.

Dessa maneira, é possível sugerir que as experiências prévias e as expectativas futuras dos alunos interferem, direta ou indiretamente, em suas práticas de modelagem. Esta conclusão aponta para a necessidade de discutir sobre os caminhos percorridos pelos alunos e como seus traçados são elaborados ou reelaborados.

Borromeo Ferri (2006), levando em consideração que há uma ausência de investigações que busquem descrever as fases de modelagem em um nível micro e assim compará-las com *fases ideais*, desenvolveu um estudo em que descreveu as fases empíricas do processo de modelagem e suas transições, com o auxílio da reconstrução dos encaminhamentos individuais de modelagem dos alunos enquanto trabalhavam em grupos.

A autora apresentou a ideia de rota de modelagem para denotar o processo de modelagem individual num nível interno e externo. Sob um ponto de vista cognitivo, ela

tem denotado as rotas de modelagem verbais como aquelas que se referem somente às declarações verbais ou representações externas. Barbosa (2007b), a partir da noção de rotas individuais de modelagem proposta por Borromeo Ferri (2006), levanta o problema da constituição das rotas de modelagem, considerando a natureza discursiva das mesmas.

O que faz com que os alunos realizem mudanças de sentido e/ou direção nas suas rotas de modelagem? Esta pergunta está relacionada com a formulação e/ou reformulação das estratégias utilizadas pelos alunos. Neste artigo, fiz um recorte e proponho-me a analisar o modo como as estratégias utilizadas por um grupo de alunos no ambiente de modelagem matemática foram formuladas.

O CONTEXTO

Neste estudo observei um grupo de alunos da 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual, localizada na zona urbana do município baiano de Conceição do Jacuípe. O município está localizado a 25 km de Feira de Santana e a 94 km de Salvador, possui área total de 145,1 km² e uma população, estimada em 2006, de 28.593 habitantes.

O professor de Matemática da 8ª série, professor Boli³, cursou as disciplinas Metodologia e Estágio Supervisionado II e III do curso de Licenciatura em Matemática para Professores da Rede Pública Estadual da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Nas aulas destas disciplinas ele participou de discussões teóricas sobre modelagem e elaborou o projeto de modelagem que foi implementado na 8ª série.

O professor Boli dedicou ao projeto de modelagem duas horas-aula (100 minutos) semanais no período de agosto a outubro de 2006. Neste projeto o objetivo era investigar, através de diferentes tarefas⁴ apresentadas aos alunos, qual o impacto do preço da cesta básica⁵ sobre as finanças das famílias de Conceição do Jacuípe que tinham renda familiar igual a um salário mínimo.

O grupo de alunos que foi observado durante o desenvolvimento do projeto de modelagem elaborado pelo professor Boli era composto por sete adolescentes que faziam parte da população menos favorecida economicamente do município que, por questões éticas, serão identificados pelos pseudônimos: Camila, Carol, Dalila, Gabriela⁶, Gaspar, Gerusa e Roberto.

Camila, muito tímida, na maioria das vezes se manteve em silêncio, apesar de sempre estar atenta às discussões que aconteciam. Carol exercia a liderança no grupo. Dalila sempre deixava sua opinião registrada, mesmo que fosse apenas para demarcar espaço. Gabriela se agregou ao grupo depois, mas conquistou seu espaço participando

³ Boli foi o pseudônimo escolhido pelo professor.

⁴ Por tarefa, entendemos uma atividade mais específica oferecida aos alunos, normalmente que se encerra em curto espaço de tempo.

⁵ Para fins do projeto, Boli não considerou os itens oficiais da cesta básica, mas uma idealizada por ele e julgava reflexo das necessidades da comunidade local.

⁶ Gabriela se agregou ao grupo no quarto encontro dedicado ao projeto.

ativamente das tarefas relacionadas ao projeto. Gaspar também era muito tímido e quase não participou das discussões. Gerusa sempre deixava sua opinião registrada e participava da realização das tarefas. Roberto sempre tentou manter-se inserido nas discussões, expressando suas opiniões, levantando hipóteses.

A METODOLOGIA

Este estudo é de natureza qualitativa, segundo a caracterização feita por Bogdan e Biklen (1994), pois os alunos foram observados na sala de aula com o objetivo de entender como foram formuladas as estratégias que eles usaram durante a construção de modelos. Isso se deu a partir das transcrições dos dados filmados e da análise das discussões dos alunos.

A observação foi escolhida como o principal procedimento de coleta de dados por possibilitar que estes fossem registrados em seu contexto temporal-espacial. Essa observação se deu de forma não estruturada, já que os comportamentos a serem observados não foram predeterminados e foram relatados da forma como ocorreram, visando descrever e compreender o que estava ocorrendo na situação observada (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNADJER, 1999).

Os registros da observação foram realizados por meio da gravação de vídeos, estas realizadas pelo autor deste artigo. Alguns motivos podem ser apresentados para se utilizar a gravação de vídeo como instrumento de coleta de dados: a possibilidade de reexaminar os dados com a frequência que for necessária, permitir que nuances sutis da fala e do comportamento não verbal sejam reveladas momento-a-momento e o fato de não envolver edição automática. Isso faz com que o vídeo seja um instrumento valioso para coletar dados (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004).

Neste artigo em particular, apresento dois episódios⁷ para análise e discussão. O primeiro episódio foi selecionado por apresentar uma clara intervenção do professor na elaboração da estratégia de ação do grupo durante a realização das atividades do projeto. O segundo episódio tem como característica a formulação, pelos próprios alunos, da estratégia utilizada durante a construção do modelo matemático.

Depois que cada episódio foi selecionado, foi feita uma descrição do contexto de onde ele foi retirado e foram intercalados comentários aos trechos transcritos com o intuito de facilitar o entendimento do episódio. Ao final de cada episódio foi feita uma análise preliminar relacionando o seu conteúdo com a pergunta diretriz. A seguir eles foram interpretados à luz da literatura, gerando os entendimentos finais do estudo.

⁷ Os episódios são situações em que o grupo observado estava envolvido nas atividades/tarefas de modelagem, eles apresentam os momentos em que aconteceram formulações das estratégias.

OS EPISÓDIOS

O primeiro episódio foi retirado de uma aula em que os alunos estavam envolvidos com o cálculo do custo de uma cesta básica para atender às necessidades de uma família com cinco pessoas. Para tanto, Boli tinha solicitado que cada grupo de alunos escolhesse um mercado da cidade e pesquisasse os preços dos itens de uma lista de produtos que havia sido preparada na aula anterior. O segundo episódio foi retirado de uma outra aula em que a atividade era fazer um levantamento das despesas mensais de uma família que deveriam ser custeadas por um salário mínimo.

Nos episódios transcritos abaixo, além das falas dos seis alunos do grupo observado e do professor, algumas vezes encontraremos as falas de alunos de outros grupos. Isso acontecerá quando elas forem significativas para o entendimento dos episódios, ou quando interferirem nos procedimentos adotados pelos integrantes do grupo observado. Os alunos dos outros grupos serão identificados apenas como “aluno”, enquanto que os alunos do grupo observado e o professor serão claramente nomeados.

Primeiro episódio: determinação da quantidade a ser registrada na lista de produtos da cesta básica

Neste episódio o professor Boli solicitou sugestões aos alunos para as quantidades de cada item da cesta básica. Depois de ouvir as sugestões dadas ele estabeleceu o valor a ser registrado pelos grupos. Assim, cada grupo deveria anotar a quantidade estabelecida na lista com os produtos, fazendo que todos construíssem cestas básicas iguais.

Aparentemente, a estratégia de discutir coletivamente as quantidades foi adotada para que as cestas básicas pesquisadas se aproximassem das cestas compradas pelas famílias dos alunos, e dessa maneira representassem mais apropriadamente a realidade do município.

Abaixo trazemos um trecho de discussão entre Boli e os alunos da turma sobre a quantidade dos itens postos na cesta básica:

Boli: *Então, a quantidade de arroz, aliás, a quantidade de feijão, quanto vocês acham que, numa cesta básica, a gente vai estabelecer o tempo para um mês, tem que ser para um mês né? A duração tem que ser de um mês. Então, quantos quilos vocês acham que deveria conter a cesta básica?*

Aluno: *Dez.*

Aluno: *Sete. [Até este ponto, parece que os grupos vão registrar os valores sugeridos pelo próprio grupo].*

Boli: *Registre aí onde tem o preço. Oh! Onde tem o preço você coloca vezes sete. [A partir daqui, Boli começou a estabelecer o valor que os grupos deveriam anotar].*

Este trecho ilustra a estratégia formulada por Boli de solicitar que os alunos deem palpites sobre as quantidades a serem atribuídas para os itens da cesta básica. A partir deles, Boli indica um valor para ser registrado por todos. A seguir, temos um outro trecho que confirma essa estratégia:

Boli: *Vêzes sete vocês, aí [falando com outro grupo]. Aqui [falando com outro grupo], coloque vezes sete, onde tem arroz coloque três vezes sete.* [Aparentemente Boli estava conversando com alguns grupos que ainda não tinham feito o registro da quantidade de feijão].

Carol: *Professor!*

Boli: *Aqui [outro grupo]! Aqui, pra quem ainda está faltando, a lista tá aqui oh! Onde tem o preço coloca o preço vezes sete.* [Ainda se referindo a quantidade de feijão]. *Tá fazendo já?* [Perguntando ao grupo observado].

Carol: *A gente vai colocar vezes sete como o senhor pediu.*

Boli: *Precisava o quê? Que aqui, o feijão, quantos quilos seriam? Então, onde tem o feijão colocar vezes sete. Correto? Cada preço que a gente falar você vai colocando aí.* [Aqui, Boli enfatiza que a quantidade que deve ser registrada na lista é a que ele disser, reafirmando que a estratégia elaborada por ele deve ser utilizada pelos grupos].

No trecho acima, o diálogo entre Carol e Boli confirma a estratégia de anotar na lista de produtos da cesta básica a quantidade indicada por ele.

Uma análise preliminar deste episódio leva-nos, inicialmente, a considerar a natureza da tarefa proposta por Boli aos alunos. Ela mesma já era estruturada, ou seja, cabia aos alunos anotar as quantidades para os produtos contidos na lista. Assim a estratégia proposta foi requerer sugestões dos alunos e, a partir delas, homogeneizar valores para todos os grupos.

Não há, neste episódio, muito espaço para os alunos *fugirem* da estratégia de listar os produtos e suas quantidades proposta pelo professor. Observamos no episódio que não coube, naquele momento, o debate sobre que quantidade era razoável para o contexto do município de Conceição do Jacuípe. No final das contas o professor acaba legislando sobre o mais adequado. Parece-nos, portanto, que o fato da estratégia ter origem no professor acabou limitando as possibilidades de discussão dos alunos. Neste momento, em particular, isto pode ter sido oriundo do desejo de viabilizar a estratégia estabelecida e, conseqüentemente, a realização da tarefa proposta aos alunos. Outro fator importante a ser considerado é que esta foi a primeira experiência de Boli com a implementação de uma atividade de modelagem como professor, o que pode ter provocado ansiedade e insegurança, gerando o direcionamento e o controle das ações dos alunos.

Segundo episódio: a estimativa dos gastos a serem custeados com um salário mínimo

O professor Boli iniciou a aula apresentando uma lista de despesas a serem custeadas com um salário mínimo. Dentre os itens listados no quadro de giz, alimentação, água, luz, telefone, gás, remédio, vestuário, lazer e educação, só houve discordância com relação a inclusão do item lazer. Como não houve unanimidade com relação a este item, Boli sugeriu que cada grupo decidisse sobre a inclusão ou não desta despesa. O grupo observado considerou que lazer não deveria constar como uma despesa a ser custeada pelo salário mínimo, por considerarem que este item não era essencial.

Depois que a tarefa de definir quais despesas deveriam ser custeadas por um salário mínimo foi terminada, o professor Boli solicitou que os grupos montassem uma tabela contendo essas despesas e seus respectivos valores. Os grupos foram orientados por Boli a utilizar o valor da cesta básica nacional em Conceição do Jacuípe⁸ no item alimentação. No grupo observado, os valores das outras despesas foram decididos pelos integrantes a partir da estimativa dos gastos em suas próprias casas e da posterior determinação do maior desses gastos. O fragmento abaixo ilustra a estratégia utilizada pelo grupo:

Roberto: *A luz.* [Roberto estava se referindo aos gastos com energia elétrica].

Carol: *Ave Maria! Lá em casa é doze reais.*

Gabriela: *Lá em casa é doze, quatorze.*

Carol: *As vezes quinze, vai até vinte, mas é mais ou menos doze.*

Dalila: *Lá em casa é quarenta e oito, cinquenta reais.*

Gabriela: *Lá em casa tem vezes que dá isso também.*

Dalila: *Vamos botar o mais alto?*

Carol: *Lá em casa agora tá vindo doze, quinze porque a televisão quebrou. Quem quer me dar uma televisão de presente? A televisão de lá de casa quebrou.*

Roberto: *Bota aí oh...*

Dalila: *O de lá vem vinte e nove, cinquenta e um, quarenta e nove. Lá tem muita coisa.*

Roberto: *Dezesseis. Bota dezesseis reais.*

Dalila: *Que dezesseis, dezessete? Bota o mais alto.*

Carol: *Bota o mais alto. Bota vinte e dois.*

Gerusa: *O dela é maior.* [apontando para Dalila].

⁸ Este valor foi calculado pelo grupo como uma das atividades do projeto de modelagem.

Dalila: *É cinquenta, sessenta que tem muita coisa. Lá tem uma bomba que pega água, que joga água pra todos.*

Gerusa: *Na casa de minha tia ali dá mais de quase cem reais.*

Gabriela: *Minha tia disse que é porque lá é gato sabe, dá um valor que todo mundo usa e depois é dividido com todo mundo.*

No fragmento acima é possível identificar a estratégia formulada pelo grupo para realizar a tarefa de determinar os valores das despesas de uma família a serem custeadas com um salário mínimo. No fragmento seguinte, os integrantes do grupo sentem a necessidade de ter a estratégia formulada por eles confirmada pelo professor Boli.

Dalila: *Remédio lá em casa só compra quando está precisando.*

Carol: *Lá em casa quando a gente compra...*

Dalila: *Mas é assim, mais...*

Gerusa: *Vamos ver quais...*

Carol: *Dipirona um real, vamos calcular. Um real, dipirona,...*

Dalila: *Não, vamos ver a de Gerusa primeiro.*

[Gerusa apresenta uma lista de remédios que são comprados mensalmente em sua casa, com seus respectivos preços. Enquanto Gerusa dita os preços dos remédios, Carol faz o cálculo do total gasto mensalmente].

Carol: *Oh professor. Ele não vem e eu estou com dívida.*

Dalila: *O remédio deu quanto mesmo? Bota uns cinquenta reais?*

Carol: *Deu cinquenta e um e oitenta centavos. Dá hora que eu estou chamando o senhor e o senhor só tira dívida dos outros grupos.*

Boli: *Pergunte o que vocês querem saber.*

Carol: *Oh, a gente está colocando o preço do remédio pedindo assim a cada um aqui o que gasta, pra ver se alguma pessoa gasta mais.*

Dalila: *O mais alto.*

Boli: *Mas é assim mesmo.*

Enquanto calculava as despesas com remédio, o grupo observado sentiu a necessidade de confirmar, com o professor Boli, a utilização da estratégia elaborada por eles. Isso aconteceu assim que Boli pode atender a solicitação do grupo.

Neste episódio os integrantes do grupo observado estavam fazendo um levantamento das despesas de uma família que deveriam ser custeadas com um salário mínimo. O grupo seguiu as orientações iniciais do professor Boli, construindo uma tabela com as despesas que deveriam ser pagas com um salário mínimo. Essa tabela foi preenchida com os valores estimados pelo grupo para as despesas, levando em consideração os próprios consumos em cada item.

A estratégia para realização desta atividade foi elaborada pelos integrantes do grupo, levando em consideração suas experiências pessoais. Para cada uma das despesas eles estimaram o gasto em suas respectivas casas e depois determinaram o maior valor. Isso pode ter acontecido pelo fato da situação estar relacionada ao cotidiano dos alunos e conseqüentemente eles possuem conhecimento sobre o assunto, sobre os gastos mensais em suas residências. Outro fator a ser considerado é que este episódio foi retirado de uma das últimas aulas dedicadas por Boli ao projeto de modelagem, isto é, os estudantes já haviam vivenciado outras experiências no ambiente de modelagem. Assim, a formulação da estratégia para construir um modelo matemático pode acontecer pelo fato dos alunos levarem em consideração suas experiências pessoais enquanto executam a atividade/tarefa de modelagem, bem como suas experiências anteriores no ambiente de modelagem.

DISCUSSÃO

Os dois episódios analisados podem ser vistos como extratos das rotas de modelagem, se considerarmos a definição de que elas são os discursos produzidos pelos alunos e pelo professor (BARBOSA, 2007b, 2007c). Neste caso específico, são retirados do contexto de execução de tarefas de um projeto de modelagem que objetivava estudar o impacto do custo da cesta básica nas finanças de uma família da cidade de Conceição do Jacuípe.

No primeiro episódio a tarefa proposta pelo professor mostrou-se estruturada, já que foi apresentada em termos de uma lista de produtos pré-definida, seus respectivos preços coletados pelos alunos e a definição pelo professor das quantidades que seriam registradas para cada produto. A tarefa dos alunos era fazer os registros destas quantidades.

Na abordagem desta tarefa o professor acabou elaborando a estratégia utilizada pelos alunos ao indicar as quantidades a serem registradas para cada produto. A estratégia de abordagem da tarefa, portanto, teve origem no professor, cabendo aos alunos a sua execução. A análise desse episódio aponta que os discursos dos alunos referem-se à tentativa de viabilizar as indicações do professor.

Uma das conseqüências disto é que não houve, no primeiro episódio, espaço para os alunos produzirem outras discussões a não ser aquelas voltadas a viabilizar a estratégia proposta pelo professor. Não foi possível perceber evidências de que os alunos tentassem se desviar deste propósito, o que está de acordo com as experiências anteriores deles com o ensino de Matemática. Essas experiências estão associadas à prática comum de utilizar estratégias já previamente estabelecidas para resolver um exercício ou aguardar que o professor sugira as estratégias para abordar um problema.

De forma contrária ao que aconteceu neste primeiro episódio, temos no estudo de Araújo e Barbosa (2005) um grupo de estudantes que aborda um problema proposto pelo professor utilizando a estratégia inversa. Esse fato representou um afastamento dos alunos em relação às recomendações do professor, ainda que esse afastamento tenha acontecido, segundo os autores, também por causa das experiências anteriores das alunas do grupo. Portanto, nesses dois casos, as experiências anteriores dos grupos de estudantes envolvidos em atividades de modelagem geraram comportamentos diferentes frente às orientações dadas pelo professor.

Como os alunos estavam interessados em executar as indicações do professor, não havendo confronto de opiniões, parece legítimo dizer que não houve problematização nem investigação neste episódio, tal como sugerido pelo conceito de modelagem matemática (OLIVEIRA, 2010) apresentado na introdução deste artigo. Os alunos não estavam se defrontando com um problema, mas a tarefa parecia ter mais as características de um exercício. Apesar de não se ter claramente um esquema de resolução prévio, o professor estava fazendo este papel.

Convergente com este ponto, Barbosa (2007a) focou os estilos de interações professor-alunos no ambiente de modelagem através da análise das atividades de um grupo de alunos. O autor tem identificado dois estilos de interações: um mais diretivo, em que o professor indica as ações a serem desenvolvidas pelos alunos; e um mais aberto, em que eles são convidados a formularem suas próprias ações/estratégias. Uma de suas conclusões é que o estilo diretivo pode dissolver uma das características da modelagem matemática, que é levar os alunos a indagar e investigar por meio da matemática.

Retornando ao primeiro episódio, podemos identificar o estilo de comunicação entre Boli e seus alunos como diretivo, já que ele apresentava as indicações do que eles deveriam fazer. Análogo ao estudo de Barbosa (2007a), parece que algumas características do conceito de modelagem foram dissolvidas. Isto não quer dizer que isto tenha acontecido durante todo o projeto, mas, em particular, neste primeiro episódio.

O segundo episódio apresenta algumas características peculiares relacionadas tanto à postura do professor quanto à postura dos alunos relativamente à tarefa de modelagem. Ambas apresentam diferenças perceptíveis com relação ao episódio anterior. O fato da estratégia para construção do modelo ter sido elaborada pelos alunos evidencia essas diferenças.

A partir desse fato – a elaboração da estratégia pelos alunos – podemos fazer algumas inferências. Como este episódio foi retirado de uma das últimas aulas dedicadas ao projeto de modelagem, podemos supor que o professor e os alunos estavam se sentindo mais à vontade para lidar com as características do ambiente de modelagem. Essa suposição é reforçada pelo fato do professor ter adotado um estilo de interação professor-alunos mais aberto (BARBOSA 2007a) e pelo fato dos alunos terem aceitado o desafio de formular sua própria estratégia para abordar a tarefa de modelagem proposta.

A adoção de um estilo de interação professor-alunos mais aberto possibilitou aos alunos adotar uma postura mais independente, ainda que a tarefa proposta pelo professor

fosse um tanto quanto estruturada. Assim como no episódio anterior, percebemos aqui que a prática dos alunos pode refletir a maneira como o professor conduz a atividade/tarefa de modelagem.

Outro fator a ser levado em consideração, relativamente à adoção de uma postura mais independente por parte dos alunos neste episódio, é que o tema proposto pelo professor para a tarefa de modelagem estava inserido no cotidiano deles e, conseqüentemente eles tinham conhecimentos construídos a partir de suas experiências pessoais suficientes para abordar a situação-problema.

Como consequência do estilo de interação mais aberto adotado pelo professor e da postura mais independente dos alunos, as discussões ocorridas entre os alunos e entre estes e o professor, neste episódio, compuseram o caminho percorrido pelos alunos para construir o modelo matemático referente à tarefa proposta pelo professor, isto é, estas discussões efetivamente constituíram a rota de modelagem dos alunos neste episódio.

Como consequência do estilo de interação mais aberto adotado pelo professor e da postura mais independente dos alunos, as discussões ocorridas entre os alunos e entre estes e o professor efetivamente constituíram a rota de modelagem dos alunos. Isto é, essas discussões compuseram o caminho percorrido pelos alunos para construir o modelo matemático referente à tarefa proposta pelo professor. Outra consequência, diferentemente do que aconteceu no primeiro episódio, foi que os alunos problematizaram e investigaram, por meio da Matemática, situações relativas ao cotidiano deles, fazendo com que estas características da modelagem estivessem presentes no segundo episódio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste artigo foi analisar como podem ser formuladas as estratégias utilizadas pelos alunos no ambiente de modelagem matemática. A análise realizada indica que o estilo de interação professor-alunos é um importante fator a ser considerado quando analisamos a postura adotada pelos alunos na abordagem de tarefas/atividades de modelagem, pois o discurso do professor pode formatar as ações dos alunos e, conseqüentemente, dissolver características do ambiente de modelagem matemática pautadas nas noções de indagação e investigação.

Outro fator a ser considerado é a necessidade do professor e dos alunos terem diversas experiências no ambiente de modelagem, pois assim o professor desenvolve a habilidade de lidar com a situação de não ter o controle de todas as ações que serão desenvolvidas na aula e os alunos desenvolvem autonomia para elaborar e implementar estratégias para resolver, com o auxílio da Matemática, problemas não matemáticos oriundos de situações cotidianas.

Nos dois episódios analisados neste artigo, a prática de modelagem dos alunos refletiu a maneira como o professor conduziu as tarefas de modelagem, isto aponta, como já foi observado em outros estudos (BARBOSA, 2007a; OLIVEIRA, 2007; OLIVEIRA;

BARBOSA, 2007), para a necessidade dos professores estarem atentos ao estilo de comunicação estabelecido com os alunos.

No primeiro episódio analisado, o fato do professor utilizar um estilo de interação mais direto levou os alunos a adotarem a postura de não se descolarem da condução dada por ele. Isso fez com que se limitassem à execução das estratégias formuladas pelo professor, na abordagem das tarefas de modelagem propostas. Associados a este estilo de interação, podemos citar como fatores para a adoção desta postura dos alunos, o fato de ser a primeira experiência deles no ambiente de modelagem, a questão da tarefa proposta pelo professor ser estruturada e o reconhecimento de que os discursos do professor possuem *privileging* (WERTSCH, 1993), isto é, eles são entendidos como mais legítimos do que outros discursos presentes na sala de aula.

No segundo episódio analisado, a utilização de um estilo de interação mais aberto, a experiência construída pelos alunos ao longo do desenvolvimento do projeto de modelagem e a utilização de um tema retirado do cotidiano mostraram-se como fatores importantes a serem considerados para a construção de uma postura mais independente por parte dos alunos, fazendo-os problematizar e/ou investigar com o objetivo de formular a estratégia utilizada na construção do modelo matemático.

Neste estudo, aponto alguns entendimentos preliminares sobre a questão da elaboração das estratégias utilizadas pelos alunos no ambiente de modelagem matemática. Entretanto ainda se faz necessário implementar novos estudos para ampliar os entendimentos construídos até aqui.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso de modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNADJER, F. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. 2.ed. São Paulo: Pioneira, 1999.
- ARÁUJO, J. L.; BARBOSA, J. C. Face a face com a modelagem matemática: como os alunos interpretam essa atividade? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n.23, p.79-95, 2005.
- BARBOSA, J. C. Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *ZDM: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Karlsruhe, v.38, n.3, p.293-301, 2006.
- _____. Teacher-student interactions in mathematical modelling. In: HAINES, C. et al. (Eds.). *Mathematical modelling: education, engineering and economics*. Chischeter: Horwood Publishing, 2007a. p.232-240.
- _____. Mathematical modelling and parallel discussions. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 5, Larnaca. Proceedings... Larnaca: European Society for Research in Mathematics Education, 2007b. v.1. p.1-10.

- _____. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007c. cap. 10, p.161-174.
- BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem de matemática*. Blumenau: Ed. da FURB, 1999.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORRAMEO FERRI, R. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM: Zentralblatt für Didaktik der Mathematic*, Karlsruhe, v. 38, n.2, p. 86-95, 2006.
- CHRISTIANSEN, I. M. When negotiation of meaning is also negotiation of tasks: analysis of the communication in an applied mathematics high school course. *Educational Studies in Mathematics*. v.34, n.1, p.1-25, 1997.
- FERREIRA, A. B. H. *Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa*. 2.ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, s/d.
- OLIVEIRA, M. L. C. *As estratégias adotadas pelos alunos na construção de modelos matemáticos*. 2007. 129f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia. Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2007.
- _____. Modelagem matemática: a construção de um conceito. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL EDUCAÇÃO E CONTEMPORANEIDADE, 4, 2010, São Cristóvão, SE. *Anais...* São Cristóvão, SE: UFS, 2010. 1 CD-ROM.
- OLIVEIRA, M. L. C.; BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: os alunos e a participação do professor nas suas estratégias. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2007, Ouro Preto. *Anais...* Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007. 1 CD-ROM.
- POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n.21, p.81-140, 2004.
- WERTSCH, J. V. *Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action*. Cambridge: Harvard University, 1993.
- ZBIEK, R. M.; CONNER, A. Beyond motivation: exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational studies in mathematics*. New York, n.63, p.89-112, 2006.

Recebido em: abr. 2012

Aceito em: jul. 2012