

As interdependências entre as operações aritméticas e o rendimento escolar em matemática

Karen Hyelmager Gongora Bariccatti e Rosely Palermo Brenelli***

Resumo: A presente pesquisa tem como objetivo analisar as condutas dos participantes do jogo FAN TAN, referentes às interdependências entre as operações aritméticas fundamentais. Para tanto, foram investigados quarenta e oito alunos pertencentes à terceira e à quinta série do Ensino Fundamental de escolas públicas de Toledo-PR. Os participantes foram organizados em grupos, segundo o rendimento escolar apresentado em matemática. O trabalho com o jogo de regras envolveu, em um primeiro momento, a compreensão e a prática das regras, em que estavam presentes as operações de multiplicação e divisão e, num segundo momento, conforme o experimento do grupo de Genebra, foram propostas aos sujeitos situações-problema que envolviam as interdependências entre as adições e as subtrações. Através da análise dos resultados, constatou-se que a maioria dos participantes da pesquisa está iniciando a realização de adições e subtrações relativas. As interdependências efetuadas relacionaram-se com o rendimento escolar.

Palavras-chave: Interdependência; operações aritméticas; jogos de regras.

The interdependence between arithmetical operations and students' performance in mathematics

Abstract: This research is aimed at analyzing the FAN TAN game participants' performance concerning the interdependence between the basic arithmetical operations. In order to do this, forty-eight students attending the third and fifth grades at elementary public schools in Toledo - PR were investigated. The game participants were organized in groups according to their math performance at school. At first, working with this game of rules involved the understanding and

* Doutoranda em Educação pelo Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da UNICAMP e professora do Curso de Filosofia da PUCPR – Toledo. E-mail: karen@certto.com.br

** Professora do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da UNICAMP. E.mail: roselypb@unicamp.br

practice of the rules with multiplication and division operations. Afterwards, according to an experiment with a group in Geneva, some problem situations were proposed to the subjects, involving interdependences between addition and subtraction calculations. Through the analysis of the results, it was verified that most of the research participants are beginning to make relative addition and subtraction calculations. The interdependences established were related to the students' performance at school.

Key words: Interdependence; arithmetical calculations; rule games.

Introdução

Emília examinou-a [tabuada de somar] com toda a atenção e disse:

Mas aqui só está a soma dos números pequenos, que vão de 2 a 9. E depois do 9? Como se somam os números compridos?

Isso já é mais complicado. Temos que fazer uma conta. O melhor é chamar Dona Regra para ensinar o jeitinho- disse o Visconde, estalando o chicote.

Dona Regra apareceu.

Faça o favor de explicar ao respeitável público como se faz uma soma de números grandes.

Com todo o gosto- respondeu a madama. Mas não estou vendo aqui nenhum quadro-negro. Sem quadro-negro nada posso fazer...

(LOBATO, Monteiro. Aritmética da Emília , 1957/1981, p.47-48)

Esta citação nos parece bastante atual ao evidenciar pelo menos dois aspectos ainda presentes na metodologia do ensino da matemática, em nossas escolas:

1- *Tabuada de somar, conta mais complicada, regras, jeitinhos de resolver...* constata-se um ensino voltado às operações de adicionar e subtrair que enfatiza o emprego das regras, os “jeitinhos” transmitidos pelo professor para a resolução das contas, exigindo dos alunos infinitas memorizações e absoluta concentração para garantir o acerto nos resultados.

2- *Sem o quadro-negro nada podemos fazer...* apesar de muitas pesquisas terem ressaltado o caráter construtivo do aprendizado na área matemática, o quadro-negro e a aula expositiva tornam-se muitas vezes os únicos recursos disponíveis nas aulas.

Quanto ao primeiro aspecto, centraremos a discussão na organização dos conteúdos escolares, mais precisamente as operações aritméticas elementares, que segue a seguinte ordenação: em um primeiro momento são ensinadas as adições, depois as subtrações, a seguir as multiplicações e as divisões. Esses conteúdos assim organizados rigidamente negligenciam as interdependências desses conceitos para que seja garantida ao aluno a construção do conhecimento matemático.

Em relação ao conhecimento lógico-matemático, encontramos na teoria de Piaget que ele é inventado pelas crianças, construído através de suas interações dialéticas com o meio ambiente, visão diferenciada de teorias empiristas ou aprioristas. É um conhecimento de dupla natureza (empírica e dedutiva), resultante da atividade e da coordenação de ações do sujeito.

Segundo Piaget (1964/1981) a adição só é compreendida em termos operatórios, quando vai além de enumerações verbais e envolve o mecanismo geral de igualização de diferenças, ou seja, a relação entre processos aditivos e subtrativos. Para ele, a adição e a subtração formam um sistema de operações relacionado com a construção do número, compondo um progressivo, lento e complexo processo de “aritméticação”, partindo de ações iterativas mais elementares que acrescentam elementos $+1+1+1$ e retiram $-1-1-1$, até as crianças chegarem a operações reversíveis.

Nesse sentido, a nossa preocupação inicial foi buscar uma forma de trabalho relacional, portanto dialética, entre as operações aritméticas elementares e analisá-la. A utilização dos jogos de regras é um importante recurso, pois eles propõem desafios ao pensar. São fontes de descobertas, além de serem meios para um trabalho efetivo e significativo com a matemática. Resgatando o segundo aspecto da citação inicial do texto, certamente o quadro-negro não se reduz a um único recurso a ser empregado nas aulas de matemática. A literatura tem apresentado que diferenciados aspectos da área matemática podem ser desenvolvidos no trabalho com os jogos; destacam-se pesquisas de Brenelli (1986, 1993, 1996, 1999), Guimarães (1998), Grando (2000), Pauleto (2001), Alves (2002).

Assim, o jogo de regras Fan Tan (anexo A) foi analisado e utilizado com o objetivo de acompanhar a construção das interdependências entre as operações de adição e subtração, presentes nas situações-problema propostas aos jogadores, conforme o experimento do grupo de Genebra, além de relacioná-las com as operações de multiplicação e divisão presentes na própria regra do jogo.

Os processos de igualação de quantidades e construção de diferenças

A compreensão das operações aritméticas, como a adição e a subtração, envolve elementos que superam a aparente simplicidade da afirmação de que, ao somarmos, aumentam-se as quantidades e ao subtrairmos a quantidade de elementos diminui. É necessário ao aluno construir as relações dialéticas de interdependências entre os aspectos aditivos e subtrativos. Retomando as palavras de Piaget (1980/1996, p.41-42), *os matemáticos falam muito pouco de dialética, enquanto sua disciplina é, sem dúvida, a que produz o maior número de superações por síntese e a que mais constrói seus próprios conteúdos.*

A dialética caracteriza-se pela construção de interdependências entre domínios ou subsistemas concebidos anteriormente como distintos, ou mesmo podem se apresentar sem relação entre si e serem concebidos numa nova totalidade. Ela está sempre presente na relação sujeito-objeto na busca de descoberta do real e sob tríplice dimensão: interiorizável (perspectiva do sujeito), exteriorizável (perspectiva do objeto) e sintetizante (modelos) (Macedo, 1994).

Piaget (1964/ 1981), em sua obra *A gênese do número na criança*, menciona em diversos momentos a importância da igualização das diferenças e a relação entre adição e subtração:

... é esta combinação de igualdades e de diferenças, ou, mais sucintamente, essa igualização das diferenças que constitui a passagem da quantidade intensiva para a quantidade extensiva e explica a aritmetização da multiplicação lógica (p.47).

... é, portanto, a igualização das diferenças que é fonte da unidade e, por isso mesmo, do número (p.143).

... a construção do número consiste em igualizar as diferenças, isto é, reunir num só todo operatório a classe e a relação assimétrica... (p.145).

... este jogo de subtrações e adições combinadas produz-se espontaneamente quando se pede à criança para igualizar duas quantidades desiguais e permitir-nos-á analisar sob um novo aspecto a relação aditiva das partes e do todo. (p.255).

... um aumento só se torna uma adição se esse crescimento é colocado em reciprocidade operatória com uma subtração $(4+3) + (4-3) = 8$ (p.261).

Em sua última obra, Piaget (1980/1996) discute, utilizando experimentos e jogos de regras, sua visão sobre os processos dialéticos, sempre presentes em suas obras anteriores. Para ele, a dialética constitui o aspecto inferencial de todo processo de equilíbrio, que está presente quando ocorrem reações ativas do sujeito às perturbações do meio; é um processo construtivo, que conduz à formação de estruturas. O que é retirado das estruturas sem modificações ou enriquecimento envolve as inferências discursivas.

Há, nessa obra, um experimento de Piaget, Henriques e Maurice sobre igualação de quantidades e construção de diferenças que apresenta uma situação dialética com a construção de interdependências entre dois sistemas A e B, cuja reunião termina por considerá-los subsistemas de uma nova totalidade, subsistemas de direções opostas: adições e subtrações.

No experimento, são propostas às crianças situações para igualar quantidades diferentes de pequenos objetos, por exemplo, grãos de feijão, dispostos em colunas de 3 e 5 elementos ou 1, 5, e 9 elementos. A disposição espacial dos grãos respeita uma correspondência termo a termo. Em outra situação, a intenção é produzir a construção de diferenças quando as quantidades são iguais, como em colunas com 4 elementos cada uma, solicita-se que uma coluna fique com dois elementos a mais que a outra.

Após análise, as respostas das crianças pesquisadas foram classificadas em cinco níveis, denominados IA, IB, IIA e IIB. Em um primeiro nível IA, a igualação de elementos resulta de falsas implicações, em que são estabelecidas as correspondências figurais entre as colunas: com 3 e 5 elementos passam a ficar com 5 e 3. Há ilusão de igualações devido aos sentidos contrários das ações realizadas. No nível IB há um início das interações entre as operações e as

crianças recorrem à caixa reserva de elementos para igualizar as coleções desiguais ou introduzir as diferenças em coleções iguais, o que Piaget denominou de *adições ou subtrações simples*. O nível IIA é marcado pelo início das adições e subtrações relativas pelas crianças, ao compreenderem que uma transferência consiste em acrescentar elementos a outro conjunto final e também retirar elementos do conjunto inicial. No nível IIB alcançam a identidade dos contrários: os mesmos elementos que são tirados de um conjunto são acrescentados a outro, as igualizações são realizadas com compensações antecipadas e as implicações entre as operações não permanecem locais, encadeiam-se de maneira inferencial. No nível III as implicações entre as operações tornam-se mais complexas, com sínteses entre as operações de sentidos contrários.

O jogo FAN TAN como fator desencadeador de interdependências entre as operações aritméticas

Uma exploração mais consistente do jogo tem envolvido os sentidos de investigação antropológicos e os psicológicos, na literatura atual. Ele é uma atividade universal, encontrada nos vários grupos humanos, em diversos períodos históricos.

Muitos autores têm evidenciado o trabalho com jogos, apresentando aspectos diferenciados em suas análises. Huizinga (1938) apresenta o jogo como elemento da cultura; Chateau (1955) destaca o valor pedagógico do jogo; para Callois (1958), o valor do jogo é antropológico; Kamii & DeVries (1991) destacam seu valor escolar; Kishimoto (1994) evidencia a concepção histórica; Wajskop (1995), o direito de brincar; Vygotsky (1933/1984) destaca o desenvolvimento da linguagem via simbolismo lúdico; e, finalmente, Winnicott (1975) faz uma leitura psicanalítica do brincar e a realidade.

Para Piaget (1970), o jogo é um caso típico das condutas negligenciadas pela escola tradicional, que o considera como um descanso ou desgaste de energia. A idéia de que desenvolvimento e aprendizagem dependem de desequilíbrios é difícil de ser aceita. Justamente o que chama a atenção em um jogo é o fato de depararmos com dificuldades, com um desafio que nos intriga, permitindo investigações, levantamento de hipóteses e a busca de superação de dificuldades de ordem afetiva, cognitiva, psicomotora ou social. Superando o puro prazer da atividade lúdica, o jogo propicia um espaço para o pensar, na medida em que se pode conversar com o jogador sobre suas jogadas, pode-se orientá-las, analisá-las, estabelecer comparações entre as ações e solicitar justificativas, buscando a tomada de consciência necessária para a construção de novas estratégias, por meio de regulações ativas (Brenelli, 1996).

A partir de tais possibilidades de trabalho com os jogos, foi realizada a análise do jogo de regras FAN TAN, de origem asiática, ainda pouco divulgado no Brasil. Tal jogo foi selecionado porque permite que as operações de multiplicação e divisão- já constantes em suas regras (anexo A) possam ser trabalhadas, assim como situações-problema englobando a interdependência entre adições e subtrações. Assim, as condutas utilizadas pelos jogadores permitiram a categorização em níveis de construção destas interdependências dos mais elementares IA até o nível III.

O jogo FAN TAN inicia-se quando cada um dos quatro participantes do jogo faz a aposta de algumas fichas em locais próprios do tabuleiro. Algumas sementes são despejadas aleatoriamente no centro do tabuleiro e com o auxílio de uma vareta, são distribuídas quatro sementes de cada vez para cada uma das extremidades, até que restem 1, 2, 3 ou 4 sementes. Justamente essas sementes que restam é que determinam quem é o vencedor da partida, o jogador que havia apostado neste número do tabuleiro. Por exemplo, se são despejadas 21 sementes no tabuleiro, ao serem divididas em quatro de cada vez nas extremidades, restará uma semente, que não poderá ser dividida novamente, e o jogador que apostou no número 1 será o vencedor.

Método

Participantes da pesquisa

Os participantes da pesquisa foram quarenta e oito crianças de ambos os sexos, de diferentes classes de terceira e quinta séries de escolas municipais e estaduais da cidade de Toledo (PR), na faixa etária de 8 a 14 anos. Os alunos foram distribuídos em dois grandes grupos: os que apresentavam rendimento satisfatório (média superior a sete) e rendimento insatisfatório (média semestral inferior a sete) em matemática, de acordo com as notas atribuídas na avaliação escolar (quadro I).

	Rendimento satisfatório	Rendimento Insatisfatório
3ª série	12	12
5ª série	12	12

Quadro I – Constituição dos grupos, de acordo com a série e rendimento escolar em matemática

Procedimentos

Para a coleta de dados, os grupos selecionados segundo o rendimento em matemática e a série, participaram de fases distintas no trabalho com o jogo FAN TAN. A primeira fase envolveu a aprendizagem do jogo, emprego de situações-problema referentes à prática e a compreensão das regras, visto ser um jogo desconhecido pelos alunos, e emprego de situações de operações de multiplicação e divisão implícitas nas próprias regras do jogo. As questões englobaram aspectos como: observação e análise dos registros dos alunos no procedimento da divisão dos grãos nas partidas; explicação do significado das numerações nas extremidades do tabuleiro; determinação do vencedor da partida; justificativas das apostas das fichas e situações-problema em que havia sementes para serem divididas, de quatro em quatro, segundo a regra do jogo, e neste caso, buscou-se a antecipação de sementes que sobriam na divisão, como em existirem 17, 20, 15 e 22 grãos para serem divididos em quatro elementos de cada vez.

Na segunda fase, foram propostas situações sobre a igualação de quantidades e a construção de diferenças, de acordo com o experimento de

Piaget, Henriques e Maurice (1980/1996) e tais situações permitiram a categorização dos participantes da pesquisa em níveis de construção de interdependências entre as operações de adição e subtração, bem como a análise de suas condutas.

Como o jogo prevê que as sementes sejam distribuídas de quatro em quatro para os jogadores, introduzimos a situação em que as sementes foram divididas com um engano e um dos jogadores ficou, por exemplo, com cinco e o outro com três sementes. Solicitava-se neste caso que a criança justificasse a resolução da situação, encontrando as maneiras possíveis de igualar a divisão das sementes. As situações de construção de diferenças foram propostas aproveitando as apostas das fichas nas jogadas. Ao serem feitas apostas com as mesmas quantidades de fichas, solicitava-se que um dos jogadores explicasse, por exemplo, como seria possível que um jogador ficasse com duas fichas a mais que o outro jogador nesta aposta. Também foram propostas situações em que as fichas eram transferidas entre os jogadores e buscavam-se as resoluções para que todos voltassem a ter o mesmo número de fichas inicialmente. No total foram seis situações de construção de diferenças analisadas:

a) O jogador A apostou quatro fichas. O jogador B também apostou quatro fichas. Como fazer para que o jogador A aposte duas fichas a mais que o jogador B?

b) Os jogadores A e B possuíam a mesma quantidade de fichas para apostar. O jogador B resolveu pegar mais uma ficha para apostar. Quantas fichas o jogador A terá que pegar para que os dois apostem a mesma quantidade de fichas?

c) Os jogadores A e B resolveram apostar quatro fichas. O jogador B resolveu dar duas fichas para o jogador A. Quantas fichas o jogador deve pegar da caixa reserva para ter agora o mesmo tanto que A?

d) Os dois jogadores A e B possuem a mesma quantidade de fichas para apostar. O jogador A recebeu três fichas do jogador B. Como você faria para que os dois jogadores tenham de novo o mesmo tanto para apostar?

e) No início da partida, os jogadores resolveram apostar quatro fichas cada um. Depois, o jogador A passou duas fichas para o jogador B. O jogador B, além disso, pegou uma ficha da caixa reserva. Quantas fichas o jogador B tem a mais que o jogador A? Quantas fichas o jogador A terá que pegar da caixa reserva para ter o mesmo tanto que B?

f) Todos os jogadores apostaram três fichas na partida. O jogador B passa uma de suas fichas para o jogador A e uma ficha para o jogador C. Quantas fichas precisará pegar da caixa reserva para ter o mesmo tanto que o jogador C? Quantas fichas precisará pegar da caixa reserva para ter o mesmo tanto que o jogador A?

Para as variadas situações de igualação de quantidades e construção de diferenças foram criadas categorias de análise que permitiram, qualitativamente e quantitativamente, com testes estatísticos, diferenciar, nos participantes da pesquisa, níveis de construção de interdependências entre as operações de adição e subtração, partindo do nível elementar IA: início das interações das operações no nível IB, estando presentes as adições e as subtrações simples; o nível IIA, em que as adições e as subtrações relativas começam a ser presentes; o nível IIB, em que as interdependências entre as operações foram constatadas,

até o nível III, ocorrendo sínteses mais complexas entre as ações de sentidos contrários, ao adicionar e subtrair elementos.

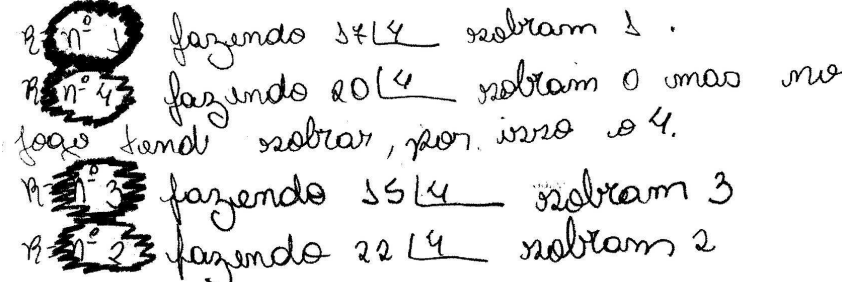
As condutas dos participantes da pesquisa foram analisadas, a fim de permitir não apenas a comparação entre os grupos com rendimento satisfatório e insatisfatório em matemática, mas também o desenvolvimento das construções operatórias segundo as séries dos alunos. Foram designadas de condutas A aquelas relacionadas às adições e subtrações simples, em que os alunos acrescentavam ou retiravam elementos das fileiras e recorriam à caixa reserva para resolver as situações. As condutas B referem-se à transferência de elementos entre as fileiras, estando presentes as adições e subtrações relativas, em que os alunos compreenderam que o ato de adicionar elementos, implica e subtrai-los de outra fileira.

Análise dos resultados

A compreensão e a prática das regras do jogo FAN TAN foram os primeiros aspectos trabalhados na pesquisa. De forma geral, tanto os alunos de terceira, como os de quinta série, realizaram corretamente as divisões dos grãos, item presente na prática das regras. Os alunos também compreenderam as numerações do tabuleiro, conseguiram antecipar o vencedor da partida e justificar a quantidade de fichas apostadas nas jogadas. Os alunos de terceira série, como os de quinta série com rendimento insatisfatório em matemática, utilizaram os materiais presentes no jogo para auxílio na resolução das situações.

As situações que envolviam as operações de multiplicação e divisão foram resolvidas de forma diferenciada, segundo as séries e o rendimento em matemática. Os alunos de quinta série com rendimento satisfatório preferiram realizar as operações através de algoritmos ou cálculos mentais e obtiveram mais acerto nas questões.

DAN (11;4, 5ª série, rendimento satisfatório) realizou corretamente todas as questões através de operações de divisão, calculadas mentalmente.



 R n° 1 fazendo 37 L4 sobram 1.

 R n° 4 fazendo 20 L4 sobram 0 mas me

 jogo tendi sobrar, por isso é 4.

 R n° 3 fazendo 55 L4 sobram 3

 R n° 23 fazendo 22 L4 sobram 2

Os alunos de quinta série com rendimento insatisfatório em matemática e todos os de terceira série, quando utilizavam a representação do tabuleiro e o desenho das sementes para apoio dos cálculos realizados, conseguiam mais acertos. Quando utilizavam os algoritmos convencionais, não conseguiam resolver as questões. Como apresenta o exemplo:

construção de interdependência entre as operações de adição e subtração, segundo o experimento de Piaget e colaboradores (1980/1996), apresentaram o seguinte resultado em termos de quantidade de alunos, expressos no quadro II.

	Nível IA	Nível IB	Nível IIA	Nível IIB	NívelIII
3ª série rendimento satisfatório	0	5	5	2	0
3ª série rendimento insatisfatório	0	2	9	1	0
5ª série rendimento satisfatório	0	0	4	5	3
5ª série rendimento insatisfatório	0	3	6	3	0

Quadro II- Níveis de construção de interdependências entre adição e subtração (3ª e 5ª série e rendimentos diferenciados em matemática)

Deve ser destacado que nenhum dos alunos apresentou condutas do nível IA, demonstrando que já iniciaram a construção operatória das interdependências entre as operações de adição e subtração, visto que, no nível IA, ocorrem falsas implicações entre as operações, as correspondências entre as coleções são figurais e há ausência de dialetização.

Pode-se afirmar que há uma distribuição dos alunos de terceira série com rendimento satisfatório nos níveis IB (N=5) e IIA (N=5), demonstrando o início das interações entre as operações aritméticas: conseguem realizar as adições e subtrações simples- ao recorrerem à caixa reserva para igualizar ou construir diferenças entre as fileiras (IB) - e a passagem para as adições e subtrações relativas, ao transferirem elementos entre as fileiras (IIA). Os alunos de terceira série com rendimento insatisfatório em matemática distribuíram-se em maior número no nível IIA (N=9), demonstrando, neste caso, que o fator rendimento escolar não gerou diferenças significativas nas condutas, o que foi constatado em WIL (8;10, 3ª série, rendimento insatisfatório, nível II A), no episódio relatado a seguir, em que ele utilizou a caixa reserva para igualar as sementes e também realizou transferências entre as fileiras após algumas tentativas.

WIL, o banqueiro se enganou ao fazer a divisão dos grãos, ficando desta forma as fileiras (no tabuleiro 3 e 5 grãos). Como você faria para que todos recebessem a mesma quantidade de grãos? **Poderia pegar 2 sementes.** (Pegou as duas sementes da reserva e colocou na fileira de 3, ficando 5 e 5). E outra forma de resolver? **É só passar esta para aqui.** (Transferiu uma semente da coluna de 5 para 3, ficando 4 e 4).

A hipótese de que as médias são diferentes entre os grupos de terceira série não foi comprovada pelo teste estatístico *Student*, sendo que o valor do teste foi de 0,632 e o valor esperado seria igual ou superior ao valor 1,729. Pode-

se afirmar, então, com certeza de 95%, que as médias das classes de terceira série com rendimento satisfatório não são diferentes das classes de terceira série com rendimento insatisfatório.

	Sat 3	Insat 3
Média	2,75	2,92
Variância	0,568	0,265
Teste t	0,632	
P(T<=t) uni-caudal	0,267	
t crítico uni-caudal	1,729	

Tabela 1- Tabela com os valores do teste de Student para os grupos da 3ª série com rendimento satisfatório (Sat 3) e insatisfatório (Insat 3).

Os alunos que freqüentavam a quinta série e apresentaram rendimento satisfatório em matemática conseguiram alcançar níveis superiores na construção das interdependências entre as operações aritméticas, principalmente os níveis IIB (N=5) e III (N=3). Alcançaram a “identidade dos contrários”, que consiste em ações aditivas e subtrativas realizadas simultaneamente, valendo-se de antecipações. No nível III atingiram as composições complexas, com transferências de fichas entre várias colunas: foram verificadas condutas que registraram inúmeras possibilidades de resolução das situações. DAN (11;4, 5ª série, rendimento satisfatório, nível II B) comentou que existem várias possibilidades de resolver a situação, disse que “colocando e retirando sementes não existe um fim para escrever as respostas”. Registrou rapidamente várias formas de resolução.

Os alunos da quinta série com rendimento insatisfatório em matemática apresentaram condutas, em sua maioria, de nível intermediário (N=6). Para a comparação dos resultados obtidos com os sujeitos da 5ª série, supondo variâncias equivalentes, o teste *t* comprovou a diferença das médias (Tabela 2) entre os grupos com rendimento satisfatório e insatisfatório.

	Sat 5	Insat 5
Média	3,916	3,000
Variância	0,628	0,545
Teste T	2,930	
P(T<=t) uni-caudal	0,003	
t crítico uni-caudal	1,717	

Tabela 2- Tabela com os valores do teste de Student para os grupos da 5ª série com rendimento satisfatório (Sat 5) e insatisfatório (Insat 5).

Neste caso, o valor apresentado no teste estatístico *t* foi de 2,930 e o valor esperado seria de 1,717. Pode-se então afirmar, com certeza superior a 95%, que as médias entre os grupos de quinta série com rendimento satisfatório em matemática são diferentes daquelas com rendimento insatisfatório.

Analisando-se as condutas dos alunos o que pôde ser observado é que a situação que prevê a igualação de quantidades foi uma situação de simples resolução, em que sujeitos de todos os níveis de construção dialética conseguiram realizar a transferência de elementos entre as fileiras.

As condutas dos alunos de terceira série e de quinta série com rendimento insatisfatório em matemática pouco diferiram, como foi possível verificar em JUC (12;5, 5ª série, rendimento insatisfatório, nível IB), que acrescentou sementes da reserva e retirou sementes de uma das fileiras, sem realizar transferências entre as fileiras:

Em 3 e 5 sementes: Para que todos os jogadores fiquem com a mesma quantidade de grãos, o que você faria? **Pegaria duas sementes.** (Acrescentou 2 sementes da caixa reserva na fileira com 3, ficando 5/5). Você teria outra idéia? **Tiro essas.** (retirou 2 sementes da fileira com 5, ficando 3/3).

De forma geral, os resultados das análises das condutas dos alunos pesquisados demonstraram que as condutas que envolviam as adições e subtrações simples, assim denominadas por Piaget (1980/1996), ao envolverem acréscimos e retiradas de fontes exteriores foram as mais utilizadas. As situações mais complexas, de transferências simultâneas entre as fileiras, somente foram resolvidas por alunos do grupo de quinta série com rendimento satisfatório em matemática. Neste sentido, os fatores rendimento escolar e construção operatória das interdependências entre as operações de adição e subtração, estão interligados.

Para este grupo, a utilização dos algoritmos das operações também foi um elemento empregado de forma adequada, auxiliando a resolução das questões. Esse fato não foi observado nos outros grupos que ao tentar utilizá-los cometiam erros, sendo os materiais do jogo e as representações gráficas o apoio para as respostas. Para Nunes e Bryant (1997, p.31) *não é suficiente aprender procedimentos, é necessário transformar esses procedimentos em ferramentas de pensamento*. Neste sentido, para uma aprendizagem significativa em matemática, principalmente na quinta série, como foi verificado na pesquisa, os mecanismos da aprendizagem operatória são necessários; assim, as estruturas cognitivas garantem a assimilação dos conteúdos.

Considerações finais

Mas sem o quadro-negro nada posso fazer...

Atualmente esta afirmativa apresenta um outro sentido, visto que os jogos de regras podem também contribuir para o trabalho numa vertente construtivista e envolver conceitos da área matemática. Os problemas, neste caso, são colocados aos alunos sem que estes percebam que se trata da “matemática”, a disciplina das mais temidas. Como apresenta Piaget (1948/1996, p.47), *os alunos assumem uma atitude totalmente diferente quando o problema emana de uma situação concreta e tem a ver com outros interesses*. No contexto dos jogos, solicita-se uma atividade autônoma em que os alunos podem *descobrir por si mesmos as correlações e as noções e assim, pode recriá-las*. No presente estudo, os alunos puderam se envolver com as quatro operações aritméticas desenvolvidas nas escolas, mas a busca foi de um trabalho relacional, que fosse além da exposição de técnicas.

O jogar também é um espaço de criação e desenvolvimento de novos procedimentos, como foi observado na pesquisa com o jogo de regras Fan Tan. Ao registrarem na folha seu modo de pensar sobre as situações-problema, foram encontradas inúmeras formas de registro contendo, por exemplo, a representação do tabuleiro, das sementes, o registro do algoritmo da divisão. Para expressarem suas idéias em outras situações-problema, os alunos utilizaram recursos como as flechas, as numerações, a formação de conjuntos; a manipulação de materiais como as fichas e o tabuleiro para as contagens; enfim, foram procedimentos que não se repetiram nas crianças. Este é um aspecto a ser ressaltado no trabalho em sala de aula: cada sujeito conseguiu criar sua forma de registro da resposta, sem necessitar de um padrão determinado pelo professor ou pelo livro didático. É uma oportunidade para as trocas de idéias entre os colegas.

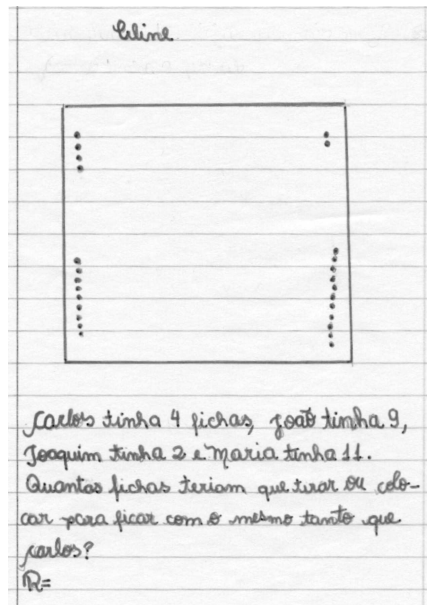
A atividade operatória precisa ser requerida aos alunos para que a aprendizagem seja verdadeiramente significativa. Tais ações estão constantemente sendo solicitadas por intermédio dos jogos de regras quando, aos sujeitos, são propostas antecipações de jogadas, explicações de estratégias utilizadas, variadas situações-problema, entre outros desafios. Para Piaget (1948/1996) a matemática consiste nessas ações:

A matemática, porém, consiste em primeiro lugar, e acima de tudo, em ações exercidas sobre as coisas, e as próprias operações são também ações, mas bem coordenadas entre si e simplesmente imaginadas, ao invés de serem executadas materialmente. [...] A verdadeira causa dos fracassos da educação formal decorre, pois, essencialmente do fato de se principiar pela linguagem (acompanhada de desenhos, de ações fictícias ou narradas, etc.) ao invés de o fazer pela ação real e material (PIAGET, 1948/1996, p.59).

Assim, mais do que de técnicas, regras e transposições orais, ficou evidenciado na pesquisa que os alunos necessitam do apoio de materiais e de registros escritos próprios para o desenvolvimento de seus cálculos, visto que os algoritmos trabalhados no sistema escolar só foram compreendidos por uma pequena parcela dos participantes. Faz-se necessário, então, que o sistema educacional acompanhe e compreenda o processo dos alunos ao construírem o conhecimento; esse aspecto pode estar presente de maneira variada. Um pequeno exemplo...

Após várias situações-problema serem trabalhadas com os alunos, solicitamos que eles inventassem uma questão para que outros colegas pudessem responder. O próprio enunciado do problema desenvolvido pelos alunos demonstrou a compreensão alcançada sobre as interdependências entre as operações de adição e subtração.

Observa-se que, na própria elaboração do enunciado da questão proposta, por esta aluna da quinta série, estão previstas as adições e subtrações simples, ao perguntar “quantas fichas teriam que **tirar** ou **colocar** para ficar com o mesmo tanto”. Ela, porém, ainda não previu que podem ser realizadas transferências entre as coleções de fichas para a realização das igualações.



O presente estudo representa um esforço na investigação das interdependências entre as operações aritméticas e o rendimento escolar em matemática. Os resultados revelaram que, em crianças de terceira série, o fator desempenho satisfatório ou insatisfatório não ocasionou diferenças entre os grupos, na construção das interdependências entre as operações de adição e subtração. As crianças nessa série utilizaram mais as condutas que previam “adições e subtrações simples”, como denominam Piaget e seus colaboradores. Os alunos compreendem que igualar quantidades ou construir diferenças em coleções implica a necessidade de acrescentar elementos na coleção menor ou retirá-los no caso de uma coleção maior, recorrendo a uma fonte exterior.

O grupo de quinta série, com rendimento satisfatório em matemática, apresentou, na pesquisa, níveis mais complexos na construção das interdependências entre a adição e a subtração. Foram capazes de resolver as situações que previam múltiplas transferências, exigindo sínteses entre operações de sentidos contrários, denominadas de “adições e subtrações relativas”.

Do ponto de vista da teoria psicogenética, as pesquisas demonstram que, para uma aprendizagem significativa ou para apresentar um “rendimento satisfatório em matemática”, na quinta série, os mecanismos da aprendizagem operatória são necessários, aliados à presença de estruturas que garantam a assimilação dos conteúdos. Alguns destes, que envolvem operações sobre operações (potenciações), a resolução de equações e sua simplificação, dentre outros exemplos, necessitam da compreensão da interdependência entre as operações. Se as estruturas não estão presentes em um nível operatório, os

alunos apresentam lacunas, como foi observado no grupo de quinta série com rendimento insatisfatório em matemática, que não apresentou condutas diferentes do grupo de terceira série.

Os resultados da pesquisa estimulam novas investigações sugerindo estudos com outras séries ou estudos longitudinais, para acompanhar as construções de interdependências entre as operações aritméticas nas crianças e possibilitar a criação de metodologias que promovam essas construções no espaço escolar.

Referências bibliográficas

ALVES, Rosimar Macedo. *A interdependência na descoberta das regras de um jogo: uma análise piagetiana*. 1997. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Psicologia- UFES, Vitória, 1997.

BRENELLI, Rosely Palermo. *Observáveis e coordenações em um jogo de regras: influência do nível operatório e interação social*. 1986. Dissertação de Mestrado- Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas:, 1986.

_____. *Intervenção pedagógica, via jogos Quilles e Cilada, para favorecer a construção de estruturas operatórias e noções aritméticas em crianças com dificuldades de aprendizagem*. 1993. Tese de Doutorado- Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 1993.

_____. *O Jogo como espaço para pensar: a construção de noções lógicas e Aritméticas*. Campinas: Papyrus, 1996.

_____. *Jogo de regras em sala de aula: um espaço para construção operatória*, In SISTO, Fermino.F. (org.) *O cognitivo, o social e o afetivo no cotidiano escolar*. Campinas: Papyrus, p.69-88, 1999.

_____. *Espaço lúdico e diagnóstico em dificuldades de aprendizagem: contribuição do jogo de regras*. In: SISTO, Fermino.F. (org.). *Dificuldades de aprendizagem no contexto psicopedagógico*. Petrópolis: Vozes, p.167-189, 2001.

GRANDO, Regina C. *O Conhecimento matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula*, 2000. Tese de Doutorado - Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 2000.

GUIMARÃES, Karina .P. *Abstração reflexiva e construção da noção de multiplicação via jogos de regras: em busca de relações*. 1998. Dissertação de Mestrado- Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas,1998.

LOBATO, Monteiro, *Aritmética da Emília*. São Paulo: Brasiliense, 1981.

MACEDO, Lino de. *Ensaaios Construtivistas*. 3ª edição. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

NUNES, Terezinha e BRYANT, Peter. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PAULETO, Cláudia R. P. *Jogos de regras como meio de intervenção na construção do conhecimento aritmético em adição e subtração*. 2001. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 2001.

PIAGET, Jean. *Psicologia e pedagogia*. Rio de Janeiro/São Paulo: Forense, 1970.

_____(1980). *As formas elementares da dialética*, tradução Fernanda Mendes Luiz: coordenação: Lino de Macedo. São Paulo: Casa do Psicólogo,1996.

_____(1948). *Para onde vai a educação?* Rio de Janeiro:José Olympio, 1996.

PIAGET, Jean e SZEMINSKA, A (1964). *A Gênese do número na criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

Anexo A

O jogo Fan Tan é composto por:

tabuleiro do jogo

80 fichas separadas em 4 caixinhas nas cores: rosa, laranja, verde e preta

grãos de sementes

recipiente para os grãos

1 vareta

Apresenta como regras:

1- Cada participante (N=4) recebe 20 fichas para suas apostas.

2- Sorteia-se um dos jogadores para ser o banqueiro do jogo, com a função de pegar um punhado de grãos e separá-los em grupos de 4 em 4 para cada jogador até obter um restante de grãos que irá variar de 1 a 4.

3- Cada jogador aposta uma certa quantidade de fichas (1 a 20) nos números 1, 2, 3 ou 4 do tabuleiro, os quais representam os grãos que restaram após a divisão efetuada pelo banqueiro.

4- Observam-se os grãos que sobraram e quem apostou neste número.

5- O vencedor da aposta recebe de cada participante uma certa quantidade de fichas, da seguinte forma: se a aposta do perdedor for maior que a do vencedor, aquele deve pagar a mesma quantidade que o vencedor apostou, retirando o restante da sua aposta. Se o perdedor efetuou uma aposta menor que a do vencedor, deverá pagar apenas a quantidade que apostou.

6- Nas próximas jogadas o banqueiro é sempre o vencedor da jogada anterior.

7- Vencerá a partida quem tiver obtido o maior número de fichas, quando um dos jogadores perder todas as fichas.

