Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A ESTIMATIVA EM UM CALENDÁRIO DE PONTES COM PROBLEMAS DE FERMI

The Estimate On A Bridge Calendar With Fermi Problems

Elcio SCHUHMACHER,
Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, Brasil
elcio@furb.br
https://orcid.org/0000-0003-0037-3651

Robson DENKE
Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, Brasil
rdenke@furb.br
https://orcid.org/0000-0001-9185-1473

Rubens MARSCHALEK
Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, Brasil
rubensm@furb.br
https://orcid.org/0000-0003-2503-1180

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

Este artigo tem como objetivo apresentar o resultado do projeto de pesquisa “MathBridges”, o qual explora a habilidade de resolver problemas usando de estimativas baseadas no cotidiano, usando de um calendário de pontes do mundo contendo problemas de Fermi. Considera-se que o uso da modelagem matemática é essencial para se entender eventos e situações reais e a estimativa é um facilitador desse processo, que permite que alunos lidem com situações e conteúdos complexos. A pesquisa realizada é do tipo qualitativa e a amostra do estudo se consistiu de um grupo de alunos. A escolha do tema foi feita a partir de um projeto internacional realizado entre duas Instituições: do Brasil, a Universidade Regional de Blumenau, e da Alemanha, a Universidade de Münster, em consórcio com outros 10 países. A pesquisa procura identificar o potencial dos problemas de Fermi no desenvolvimento do processo de modelagem usada na resolução de problemas, na disciplina de Introdução à Física, no curso de Física. A fundamentação teórica está ancorada na resolução de problemas de Fermi, que tem como princípio que estimar significa fazer um cálculo aproximado acerca de uma quantia ou uma grandeza. Os resultados do estudo mostram que a utilização dos problemas de Fermi, que permeiam as ciências, com um enfoque no raciocínio lógico-matemático, desenvolve a modelagem e auxilia os alunos a serem críticos.

Palavras-chave: Problemas de Fermi, Modelagem Matemática, Situações do Cotidiano

ABSTRACT

This article aims to present the result of the research project “MathBridges”, which explores the ability to solve estimation problems in everyday life, using a calendar of bridges around the world containing Fermi problems. Modeling is considered essential to understand real events and situations and estimation is a facilitator of this process, which allows students to deal with complex situations and content. The research carried out is of the exploratory type and the study sample consisted of a group of 30 students. The choice of the theme was made based on an international project carried out between two institutions: from Brazil, the Regional University of Blumenau, and from Germany, the University of Münster, in consortium with 10 other countries. Qualitative research identifies the potential of Fermi's problems in the development of modeling skills used in problem solving, in the discipline of Introduction to Physics, in the Physics course. The theoretical foundation is anchored in the resolution of Fermi's problems, which has the principle that estimating means making an approximate calculation about an amount or a quantity. The results of the study show that the use of Fermi's problems, which permeate the sciences, with a focus on logical-mathematical reasoning, develops modeling and helps students to be creative.

Keywords: Fermi Problems, Mathematical Modeling, Situations of Daily Life

1 INTRODUÇÃO

No cotidiano, lida-se com problemas matemáticos que, muitas vezes, são resolvidos por meio de adivinhação ou estimativa, e não há, para isso, necessidade de ter-se o valor exato, sendo a magnitude já suficiente para solucionar o problema. Ou seja, em muitas situações cotidianas, necessita-se de matemática básica para solucionar grande parte dos problemas que são resolvidos por meio de “adivinhações” ou estimativas e que se apresentam em diversos contextos vivenciados ao longo de um dia, expressões como “cerca de”, “aproximadamente”, “mais do que”, “quase”, "chegarei por volta das seis da tarde", "gastei cerca de $200 no passeio” ou “o *show* tinha mais de 10 mil pessoas” etc., entre outras, são indicativos de que se trata de uma estimativa.

Embora a matemática, no cotidiano, lide com problemas relacionados à aproximação ou estimativa, o ensino curricular dela é apresentado como uma disciplina que utiliza de um formalismo legitimado o qual, ao final, apresenta suas respostas de forma exata, na qual são obtidas respostas concretas a perguntas específicas, especialmente em seus níveis mais básicos. Segundo Papert (1980, p. 243), o ensino da matemática em escolas é um processo que faz a criança “esquecer a experiência natural da matemática a fim de aprender um novo conjunto de regras”. Para D'Ambrosio (1989, p. 16, itálico nosso),

> (...) primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um *acúmulo de fórmulas e algoritmos.* Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Segundo os *alunos percebem a matemática como um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos*, dos quais não se dúvida ou questiona, e nem mesmo se preocupam em compreender por que funciona. Em geral, acreditam também que esses *conceitos foram descobertos ou criados por gênios*.

Algumas pesquisas apontam a importância de se ensinar aos alunos o tema “estimativa”[1], Albarracín, L. e Gorgorió, N. (2014); Fontanive, Klein e Rodrigues (2012); Greeno, J. G. (1991), para que possam perceber, que a matemática não é feita somente por resultados “exatos”, mas pode ser utilizada para a elaboração de argumentos, aproximações, raciocínios e justificativas, sendo que o termo estimar se refere a um número

[1] De acordo com Dicionário On-line (2020): Estimativa é um cálculo de valor aproximado; avaliação aproximada que se realiza sobre alguma coisa: estimativa de prejuízos. Avaliação sobre alguém ou sobre alguma circunstância.

que é uma aproximação adequada ao invés de um número exato, dado em função de um contexto particular. De acordo com Smoothey (1998, p. 7), "uma estimativa é um palpite inteligente. Não é um número qualquer escolhido a esmo, mas um número baseado na observação e no raciocínio".

A capacidade de estimar tamanho ou quantidades é útil tanto no cotidiano como nas ciências, pois auxilia uma verificação rápida e aproximada, não havendo necessidade de serem efetuados cálculos exatos, pois o que se quer de antemão é uma aproximação de valores. O processo de estimar uma medida envolve tanto cálculo quanto um grau de precisão e considera-se uma tarefa complexa, pois envolve conceitos e habilidades, como, por exemplo, entender a qualidade da medida; o conceito de unidade; criação de um modelo mental da unidade que será utilizada; conhecimento de técnicas indiretas de medidas, como o uso de fórmulas e habilidades para comparar objetos de acordo com o atributo a ser medido, para selecionar e usar estratégias apropriadas e verificar a adequação das estimativas, elementos comentados por Hildreth (1983) e Segovia (2013). O desenvolvimento dessas habilidades permite criar modelos para estimar quantidades, quando outros recursos não estão disponíveis ou são difíceis de medir com precisão e pode-se obter estimativas quando não existir uma previsão teórica concreta.

Este artigo, tem o objetivo de analisar os modelos matemáticos desenvolvidos por alunos na resolução de problemas de Fermi, referentes a pontes, cujas fotos se encontram em um calendário, nos quais se estima comprimentos, superfícies, densidade de pessoas ou carros, entre outras medidas de magnitude[2] contínua. Analisa-se os modelos de resolução desenvolvidos, a partir dos problemas de Fermi, que os alunos elaboram em relação aos conteúdos apresentados nas situações reais, no caso, as fotos das pontes. Em estimativa de quantidades ou magnitudes, destacam-se os estudos sobre magnitudes contínuas, como de Hildreth (1983), Taylor, Jones e Broadwell (2009), e de Jones, Gardner, Taylor, Forrester e Andre (2012).

O material trabalhado, calendário de Pontes com problemas de Fermi, foi desenvolvido em parceria com outras instituições envolvendo 12 Países no projeto "MathBridges" (ver figura 1), e se encontra disponível no *site*[3] ou direto no link do editor Bauhus et. al (2019)[4],

[2] Considera-se como magnitude qualquer aspecto de coisas que podem ser expressas quantitativamente, como comprimento, peso, velocidade ou luminosidade
[3] https://www.researchgate.net/publication/331096918_calendar_MATHBRIDGES
[4] https://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/afo/news/afo-kalender_mathebruecken_web.pdf

Figura 1: Capa do calendário do projeto MathBridges.
(Fonte: Editor)

Diante do exposto, compartilha-se esta investigação inicial sobre problemas que envolvam estimativas ou problemas de Fermi, a qual a Universidade Regional de Blumenau – FURB, deu apoio por meio do projeto "MATEMÁTICA DO COTIDIANO NO ESTUDO DE PONTES", e aponta para a aplicabilidade da Matemática no cotidiano.

Na FURB, o projeto é coordenado pelo Prof. Dr. Elcio Schumacher, Prof. Dr. Robson Zacarelli Denke e Prof. Dr. Rubens Marschalek. As ações da FURB estão contempladas no projeto internacional liderado pela AFO/WWU Münster (AFO-Innovation Office Westfälische Wilhelms-Universität Münster / WWU), representada pelo Dr. Wilhelm Bauhus, e a coordenação científica do Prof. Dr. Stanislaw Schukajlow-Wasjutinski, do 'Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik' da Universidade de Münster – Alemanha.

2 A MATEMÁTICA NO COTIDIANO

Conceitos e saberes matemáticos vêm sendo construídos ao longo do tempo, sendo a constituição da ciência matemática feita por diferentes povos e culturas, como citado por D'Ambrosio (1989, p. 17):

> ...naturalmente, grupos culturais diferentes têm uma maneira diferente de proceder em seus esquemas lógicos. Fatores de natureza linguística, religiosa, moral e, quem sabe, mesmo genética têm a ver com isso.

Desta forma, tem-se que o raciocínio e os saberes matemáticos foram desenvolvidos e estiveram sempre relacionados a resolução de necessidades cotidianas, que surgiam em cada época e, assim, a matemática se organiza duma maneira espontânea, sem rigor ou formalismo, mas atende às demandas sociais e culturais de quem a usa, pois tem-se que todos os seres humanos realizam alguma prática que envolve matemática, a fim de atender as demandas de seu dia a dia.

Com o passar dos anos a concepção informal da matemática se desenvolveu e incorporou-se à ciência matemática formal ou legitimada, a qual, pelo estabelecimento de conceitos, regras e leis, passou a ser considerada universal e a ser estudada em escolas e universidades, sendo então tratada como um conhecimento legitimado e apresentando diferenças em relação ao conhecimento matemático produzido fora da escola, não legitimado. Dessa forma a conceituação começou a distanciar a matemática informal da escolar, fazendo, atualmente, com que alunos encontrem dificuldades em transpor os conteúdos formais para o seu dia a dia. Alega-se que os conceitos matemáticos escolares não apresentam uma relação imediata com o cotidiano, sendo vistos apenas como um amontoado de regras, e que não apresentam sentido em serem assimiladas. Portanto, trazer para a sala de aula a matemática cotidiana é um desafio, mas que pode tornar muito mais fascinante a aprendizagem da Matemática, e que segundo Giardinetto (1991), a matemática ensinada na escola é uma maneira sistemática e metódica de ensinar os conhecimentos historicamente acumulados, possibilitando as mesmas oportunidades de conhecimento a todos. Para Carraher et.al (1991), cabe ao professor buscar maneiras de usar em sala de aula o conhecimento matemático cotidiano de seus alunos.

D'Ambrósio (2005) constatou, ao estudar a história da Matemática, que existem duas Matemáticas, a formal ou acadêmica, ensinada e aprendida nas escolas, e a informal, que é praticada por grupos culturais delimitados. Trata-se, respectivamente, do conhecimento matemático trabalhado na sala de aula (legitimado) e do conhecimento matemático produzido fora da escola (não legitimado). D'Ambrósio (1989) comenta que para trabalhar a Matemática de maneira alternativa é necessário acreditar que o processo de aprendizagem dela se baseia na ação do aluno ao resolver problemas, em investigações e explorações dinâmicas de situações que o intrigam.

É importante que a presença do conhecimento matemático seja percebido e, claro, que este seja analisado e aplicado às inúmeras situações que circundam o cotidiano das pessoas. Pois, quando situações cotidianas são trazidas para a sala de aula, o aluno internaliza os conceitos de maneira significativa, possibilitando que as formalidades da matemática escolar sejam construídas de maneira prático-utilitária levando tais conceitos, mesmo que limitados, ao uso cotidiano.

A matemática ajuda a desenvolver o raciocínio, garante uma forma de pensamento, possibilita a criação e amadurecimento de ideias, o que traduz uma liberdade, fator este que está intimamente ligado à sociedade. Segundo Almeida (2012) e Giardinetto (1999), a base fundamental de usar o cotidiano como estímulo para o aprendizado em sala de aula, baseia-se no interesse do aluno, em relação ao que ele entende, convive, vivencia e pode argumentar e questionar a partir de seus conhecimentos prévios.

Por outro lado, associar a estimativa matemática ao dia a dia do aluno não é uma tarefa simples, e muitos professores ficam divididos entre cumprir a quantidade de conteúdos propostos e/ou ofertar uma aula com maior qualidade, porém excluindo alguns conteúdos, ou seja, a qualidade em detrimento da quantidade.

2.1 Modelos Matemáticos

O aluno, ao ser instigado a construir a sua própria forma de manejar a realidade, principalmente de forma matemática, apresenta uma produção autônoma e racional, ou seja, modela matematicamente uma situação. Necessitando para isto ter em perspectiva a diversidade de contextos, os diversos conhecimentos que o permeiam e suas inter-relações, o que desencadeia o seu desenvolvimento cognitivo.

Segundo Doerr e English (2003), atividades de modelagem matemática são aquelas em que os alunos devem estudar um fenômeno real usando conceitos e procedimentos matemáticos, nesta atividade é o aluno que, a partir de uma realidade ou contexto, cria ou gera um modelo e após generaliza para poder interpretar em outras situações.

O ponto fundamental que se destaca é que a modelagem matemática desenvolve a habilidade de interpretar situações reais, criar um modelo real e outro matemático e aplicá-lo à outra situação. Isso é resultado da assimilação do conteúdo. O entendimento do processo é a transferência de um modelo resultante da análise de certa situação para uma nova, com o intuito de tornar o aprendizado mais interessante, significativo etc., que é o principal objetivo do ensino. Tem-se que, nesse processo, a maior dificuldade consiste em estabelecer um modelo real apropriado para a situação real sugerida, pois, para a construção, exige do aluno um bom conhecimento do contexto e muita criatividade, entre outras coisas.

Na literatura, há diversos trabalhos que discutem a inserção do uso da modelagem por intermédio dos problemas de Fermi, sendo útil em salas de aula, Albarracin (2014), Ärlebäck (2009), Carlson, (1997), pois não requerem nenhum tipo específico de conhecimento matemático prévio, nos quais os alunos estimam várias quantidades por si próprios (visto que os problemas não fornecem dados numéricos) e são encorajados a discutir o assunto com os seus pares. Embora existam várias maneiras de especificar a estrutura desses processos, entende-se que ele pode ser dividido em diferentes fases e que os alunos devem superá-las de uma maneira ordenada, apenas superando uma fase quando consideram que o trabalho foi satisfatoriamente fechado.

Para Blum (2007), os processos de modelagem podem ser estruturados em cinco estágios principais: i) simplificar o problema real em um modelo real; ii) matematizar o modelo real em um modelo matemático; iii) procurar uma solução a partir do modelo matemático; iv) interpretar a solução do modelo matemático e v) validar a solução dentro do contexto do problema da vida real.

Os cinco estágios, quando usados como estratégia permitem tornar a matemática menos formal e estilizada, e que ocorra um equilíbrio entre a matemática formal e a informal (utilitária que tem relação com o cotidiano), conforme a definição dada por Blum. Mostra-se assim que essas "matemáticas" se relacionam e são representadas de maneiras diferenciadas e com finalidades diferentes.

2.2 Problemas de Fermi como forma de Modelização

Os problemas de Fermi são um exemplo de um tipo de situação em que o ponto de partida para obter o resultado de um problema é uma estimativa e que requer a criação de um modelo matemático que simplifique o fenômeno estudado.

Os problemas de Fermi são definidos por Ärlebäck (2009, p. 331) "como problemas abertos, fora do padrão, que exigem que os alunos façam suposições sobre uma situação problema, que calculem quantidades relevantes antes de realizar, frequentemente, cálculos simples". Especificamente, entende-se que esses tipos de problemas são abertos no sentido de que não estão associados a uma estratégia de resolução conhecida ou procedimentos específicos, os quais exigem que sejam realizadas elaborações mentais, ou idealizações ou trazidas experiências anteriores.

Nessa perspectiva, Ärlebäck (2011) afirma que os problemas de Fermi são úteis para a introdução de modelagem matemática em salas de aula, pois são acessíveis a alunos de diversos níveis e, em muitos casos, nenhum conhecimento pré-matemático específico é necessário para fornecer uma resposta; promovendo assim que os alunos sejam capazes de definir a estrutura do problema, identificando apenas as informações relevantes, o que é complementado por Ferri (2018), que considera que os problemas de Fermi são um tipo de tarefa que permite aos alunos desenvolverem suas próprias estratégias de resolução de problemas com base em formular questões sobre aspectos da vida real, sem muitas informações sobre os fenômenos a serem estudados.

A resolução de problemas de estimativa, que são um tipo específico de Problemas de Fermi, segundo Albarracíne e Gorgorió (2014), se relacionam à estimativa de um grande número de pessoas ou estão relacionados com objetos em um determinado plano, ou com o número de pessoas que assistem a um concerto, ou densidade de carros em um congestionamento. Tem-se que nesse processo a maior dificuldade é estabelecer um modelo real apropriado para a situação real sugerida, pois exige conhecimento do contexto e muita criatividade, entre outras coisas.

Mesmo que em muitos momentos as matemáticas, formal e informal, se distanciem, elas tratam do desenvolvimento do raciocínio e precisam ser levadas em conta em um ambiente da sala de aula, sendo salientada a função de cada uma aos alunos, sem perder o foco da realidade escolar. Sriraman e Knott (2009) argumentam que os problemas de Fermi, diretamente ligados ao cotidiano, são os mais significativos e oferecem mais possibilidades pedagógicas do que os exercícios. O que é confirmado por Schliemann (1993), que discute que, embora a matemática formal impeça demonstrações por processos indutivos, a aprendizagem de conceitos matemáticos pode demandar a observação de fatos no mundo.

Dois são os fatores que influenciam a resolução de um problema cotidiano por meio de estimativa: primeiro, o contexto apresentado, este tem de ser entendido ao se interpretar a situação; e, segundo, a identificação do conteúdo matemático abordado. Essas dificuldades de compreensão do texto e a identificação do “núcleo matemático” do problema fazem com que os alunos, muitas vezes, não reconheçam a relação entre os dados fornecidos e o contexto real, levando-os frequentemente à construírem um modelo arbitrário e confuso, diferente do contexto analisado e gerando respostas e níveis de complexidade distintas.

3 METODOLOGIA

O objetivo principal do trabalho é estudar as possibilidades de problemas de estimação de grandeza de uma quantidade real, usando um conjunto limitado de informações, como forma de introduzir a modelagem no curso de Física. Para isso, considera-se que seria útil um tipo de problema em que fossem propostas situações não estudadas previamente em sala de aula, mas que fossem do conhecimento dos alunos. Para aumentar a necessidade de utilização de modelos matemáticos, propomos problemas voltados para a estimativa de grandezas, em contextos conhecidos dos alunos. Dessa forma, a necessidade de utilizar uma espécie de simplificação da realidade para matematizá-la é forçada, uma vez que contagens diretas nem sempre são consideradas eficientes para resolver problemas de estimativas de grandezas. No cotidiano tem-se mais perguntas do que se pode resolver, as quais uma estimativa numérica pode representar uma resposta válida.

Por exemplo a quantidade de tinta necessária para pintar a sala de jantar ou o tempo que leva para chegar ao trabalho são quantias difíceis de determinar com precisão. Nesses casos é mais eficiente encontrar uma solução aproximada, do que tentar determinar a solução exata, pois, nem sempre tem-se todos os dados ou o tempo ou conhecimentos necessários para preparar uma resposta. Na verdade, algumas dessas questões não aceitam o que se entende por solução, no sentido mais estrito da expressão, uma vez que diferentes condições podem influenciar seu valor final, dependendo de como a situação é especificada. Neste trabalho foca-se em quantidades discretas, mas processos de estimativa de magnitude contínua podem aparecer no processo de resolução. Uma vez que os problemas levantados podem ser decompostos em problemas mais simples que podem ser resolvidos separadamente, eles são problemas de Fermi orientados para a estimativa de grandezas de quantidades reais.

O presente artigo apresenta o resultado de pesquisa da introdução dos problemas de Fermi e sua modelagem por uma turma do curso de Física da Universidade Regional de Blumenau. Os problemas de Fermi propostos encontram-se dentro do calendário de Pontes, colocados dentro de um contexto referente ao País no qual foi fotografada e, a partir da qual, os alunos determinam os elementos relevantes para a resolução. Os problemas não apresentam uma solução única ou exata, uma vez que os problemas são abertos. Sendo assim, os modelos construídos podem ser diferentes, pois o valor final é dependente da maneira como o problema é especificado.

Portanto, neste trabalho, realiza-se uma pesquisa com uma abordagem qualitativa, que segundo Richardson (1999), se fundamenta, principalmente, em análises qualitativas pela não utilização de instrumental estatístico na análise dos dados, para descrever a complexidade de determinado problema, analisar a interação de certas variáveis, assim como compreender e classificar processos dinâmicos vivenciados pelo grupo social. E quanto a ênfase pode ser classificada como exploratória, pois de acordo com Richardson (1999), os estudos exploratórios permitem ter uma visão geral de um determinado fenômeno na procura de explicações da causas e consequências, utilizando-se os seguintes objetivos: (i) familiarizar e elevar a compreensão de um problema de pesquisa em perspectiva; (ii) ajudar no desenvolvimento ou criação de hipóteses explicativas de fatos a serem verificados numa pesquisa causal; (iii) auxiliar na determinação de variáveis a serem consideradas num problema de pesquisa; (iv) verificar se pesquisas semelhantes já foram realizadas, quais os métodos utilizados e quais os resultados obtidos, determinar tendências, identificar relações potenciais entre variáveis e estabelecer rumos para investigações posteriores mais rigorosas; e (v) investigar problemas do comportamento humano, identificar conceitos ou variáveis e sugerir hipóteses verificáveis.

Esse trabalho explora o papel desempenhado pela estimativa nos modelos reais e matemáticos desenvolvidos pelos alunos, no qual não se pretende caracterizar o processo de modelagem desenvolvido, mas analisar os modelos gerados durante a resolução de um problema de Fermi, seguindo os estágios propostos por Blum (2007).

3.1 Coleta de dados e análise

A coleta de dados foi realizada nas dependências da Universidade Regional de Blumenau, no curso de Física, grau licenciatura, na cidade de Blumenau – SC. Os 30 participantes são alunos do primeiro semestre, com idades variando entre 18 e 50 anos, dos quais, 60% são mulheres e 40% homens. Deste total, 10% são professores e 90% trabalham em outras atividades. Houve o consentimento livre e esclarecido por escrito dos participantes da pesquisa. Na obtenção de uma descrição de resolução dos problemas, foi solicitado aos alunos para seguir os estágios apontados por Blum (2007), conforme Figura 2.

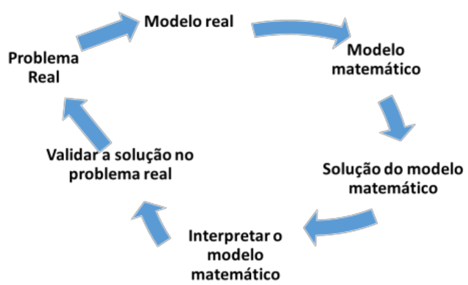

Figura 2: Estágios descritos por Blum (2007).
Fonte: Adaptação Autor

A análise dos dados foi baseada na exploração qualitativa dos relatórios escritos pelos participantes e na caracterização dos modelos matemáticos desenvolvidos por eles, usando dos estágios descritos por Blum (2007). Os modelos descritos nos relatórios dos grupos descrevem uma série de ações, levantamento de hipóteses e decisões anteriores que levam ao uso de procedimentos e conceitos matemáticos específicos, mas na análise, aqui apresentada, dos relatórios foram elencados apenas os três estágios abaixo, pois as etapas de solução dos modelos e validação do modelo não foram descritas nos relatórios dos grupos, sendo as mesmas apresentados em sala de aula.

Proposta de simplificação do modelo real: os relatórios analisados apresentam uma descrição de proposta conceitual de resolução do problema. Nesse estágio ocorre a transição da situação real para a representação mental da situação e se constitui o processo mais importante na modelação, correspondendo à compreensão da tarefa.

Criação do modelo matemático: os relatórios apontam estratégias matemáticas para a resolução do problema, ou seja, se o modelo proposto pelo grupo contiver todos os elementos matemáticos necessários para a resolução, considera-se que o modelo deve conter um raciocínio lógico que levará o grupo à solução do problema.

Interpretação proposta: se a proposta do grupo apresenta uma estratégia de resolução bem definida. Se o modelo apresenta os processos de resolução de modo que a estimativa represente a situação real.

A estratégia adotada em sala de aula teve a seguinte dinâmica: o professor apresenta o calendário aos alunos e dá a cada equipe inicialmente uma das pontes, correspondente a um problema a ser respondido. Cada aluno tenta resolver o problema sobre a ponte de forma individual e, na sequência, em grupos de 3 ou 4 participantes. Os alunos trabalham 3 problemas de Fermi envolvendo densidade populacional, em uma sessão de 90 minutos, durante os quais o professor se limita a dar instruções sobre a sequência dos estágios para a apresentação e desenvolvimento da atividade e esclarecimento de aspectos relacionados ao contexto do problema em termos de localidade ou de entendimento do texto escrito no idioma inglês, os problemas foram apresentados no idioma original, por ser um calendário internacional, e, de forma interdisciplinar, auxiliar a desenvolver competências em língua estrangeira nos alunos.

Ao se desenvolver habilidades de resolução de problemas, é crucial abordar uma estratégia de desenvolvimento de um plano de ação ou relatório, começando com a simplificação da situação problema real, que consiste em discutir o problema apresentado e um modelo conceitual para a criação de um modelo real e na sequência matemático.

Durante a discussão em grupo, os alunos trabalham de forma colaborativa, sendo necessário que cheguem a um acordo sobre a construção do relatório, no qual apontam o plano de ação para resolver a situação real proposta. A dinâmica garante um tempo suficiente para o aluno refletir sobre o problema, primeiro sozinho, depois, em grupo. Após os grupos, em uma discussão coletiva, especulam o quanto eles estavam certos ou errados sobre os valores encontrados na estimativa (solução e interpretação da realidade), então passam a validar uma solução.

Pressupõem-se que, trabalhando em equipe, os alunos com perfis distintos possam compartilhar ideias e, assim, desenvolver modelos mais elaborados, gerando soluções adequadas ao contexto do problema (modelo matemático representativo da simplificação). Portanto, segundo Blum (2007), todo o processo se repete em diferentes ciclos nos quais os alunos aprimoram os modelos e as soluções encontradas para o problema em que estão trabalhando, adaptando-os aos requisitos do enunciado do problema.

O relatório, contendo a proposta de solução, o modelo real e matemático elaborado pelo grupo e as anotações de campo coletados foram usados como forma de analisar e discutir a qualidade dos modelos. Na Figura 3 se encontram alguns exemplos dos problemas de Fermi, encontrados no calendário.

Figura 3: Exemplos de problemas de Fermi do calendário de pontes desenvolvido durante o projeto. Abaixo a descrição de cada uma das pontes. **Fotos 1- Ponte Austrália**, Texto original: *Sydney Harbour Bridge, Australia. The Sydney Harbour Bridge, aff ectionately nicknamed "The Coathanger", is a steel through arch bridge across Sydney Harbour. It is the tallest steel arch bridge in the world, and it is among the top ten widest spanning, and longest spanning, arch bridges. Built from steel sheets as thick as a fi nger and manually rivetted together by 6 million rivets, the Coathanger carries trains, cars, bikes, and pedestrians.* **2- Ponte Brasil,**Texto original: *Arches Bridge, Brazil Inaugurated on 28*

January 1951, the Engineer Antonio Vitorino Avila Filho Bridge, popularly today known as the Arches Bridge, has integrated the railway network of Santa Catarina Railway Co. The upper arches of the bridge are curved in the form of an inverted catenary, just as a suspended chain curves itself under the action of gravit. **3- Ponte Áustria,** *Texto original: Imperial Bridge, Austria. The Reichsbrücke is one of the most famous bridges over the Danube in Vienna and has already been rebuilt twice. The fi rst bridge existed from 1876 to 1937, the second (a suspension bridge) until 1976. On 1 August 1976, the entire bridge collapsed, fortunately only five persons were hurt. In 1980, the third bridge was ceremonially opened. Since 1984, the Reichsbrücke is part of the course of the Vienna City Marathon.* **4- Ponte Polônia.** Texto original: *Lutosławski Bridge, Poland Nowadays, the city of Lublin, Poland, may pride itself on two historic (100-year-old) bridges in Hennebique technology. The Polish Engineer Marian Lutosławski, who was a pioneer within the fi eld of use of Reinforced Concrete (RC), constructed both bridges. Both of them are unique and constitute a significant contribution to the world's RC technical heritage. One of the two was successfully renovated in 2012 and is now used as a pedestrian bridge and as a place of cultural events.*

Fonte: Bauhus et. al (2019).

4 RESULTADOS

A maioria dos 12 problemas de Fermi propostos no calendário se baseia na determinação da densidade populacional em determinada superfície, sendo necessário para a solução o uso de uma proporção numérica entre duas magnitudes, as quais podem ser determinadas a partir da foto da ponte.

Apesar de que, para cada problema proposto ser possível utilizar diferentes estratégias de resolução, as variantes possíveis apontaram para um padrão em comum, tal como a necessidade de calcular a densidade populacional, tendo como referencial um objeto exposto na foto. Os três problemas de Fermi trabalhados neste artigo dizem respeito à densidade populacional, seja ela de pessoas caminhando sobre a ponte ou carros trafegando ou pessoas em um evento. Os problemas citados se encontram no calendário e o texto original em inglês apresenta o seguinte enunciados.

Da foto da ponte da Austria têm-se: *After World War II, this Reichsbrücke was the only Austrian way of passing the Danube downstream from Linz. The traffic was very heavy and, on 1 August 1976, the entire bridge collapsed into the Danube. Thousands of runners cross the 865 m long and 26 m wide Reichsbrücke right after the start of the Vienna City Marathon. How many runners are simultaneously on the bridge, and how long might it take for all runners to cross the bridge?*

A estimativa na Ponte de Pasupati descreve: *The Pasupati Bridge links Jakarta to the main area of Bandung and functions to reduce traffic jams that often occur during the weekends. The bridge has a length of 2.8 km and a width between 30 m and 60 m. In addition to cars (about 50% of vehicles in Indonesia) and busses (10% of vehicles), also motorbikes (40% of vehicles) travel on the bridge. How many people are on the vehicles that can be on this bridge from end to end?*

E o ultimo problema de estimativa foi da ponte Lutosławski Bridge in Lublin: *is unofficially called the "Bridge of culture", because inhabitants of Lublin can take part in many cultural events on this bridge. For example, concerts, parties, and exhibitions have been arranged here. How many people can safely fi t on the bridge during a concert?*

Para a criação do modelo real de densidade populacional, em sala de aula, ocorreu um procedimento concreto de simplificar a situação real, na qual os grupos procuraram um modelo real, a partir de um modelo construído em sala de aula e, a partir desse, a criação do modelo matemático.

Na sequência são mostrados alguns exemplos dos modelos criados pelos grupos, que permitem ilustrar como a análise foi realizada e que, além disso, ilustram a ligação entre os estágios descritos e os conceitos nos quais os modelos se apoiam.

No caso da Ponte de Imperial na Áustria, cuja imagem do calendário é mostrada na Figura 3.3, solicita uma solução para a o problema de Fermi: *Quantos corredores estão simultaneamente na ponte e quanto tempo pode demorar para todos os corredores atravessarem a ponte?* O modelo real e matemático sugerido equaciona o número de participantes por densidade populacional sobre a ponte com relação à velocidade de deslocamento dos atletas sobre a mesma, a qual pode apresentar uma grande variação para a quantidade de pessoas sobre a ponte em função da distância entre os atletas e do tempo de permanência, tem-se que o modelo não apresenta uma única solução.

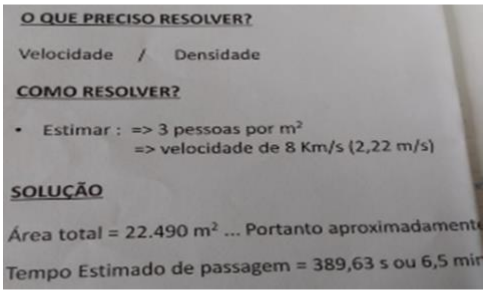

Figura 4: Proposta de estimativa da Ponte Imperial, na Áustria.
Fonte: Elaborada pelo Autor

Ao interpretar o relatório do grupo, observou-se que não é possível encontrar uma estratégia de resolução bem definida, Figura 4, pois a situação real representa uma abstração e uma tentativa de resolução, usando de parâmetros que não são observáveis.

O grupo, ao analisar a situação real, usou primeiro de um procedimento específico para fazer a estimativa, no qual ficaram em uma fila e contaram quantas pessoas são necessárias para preencher o espaço de um metro quadrado (1m²) na situação apontada pelo problema (correndo uma maratona) e determinaram qual seria a velocidade média de deslocamento em uma corrida tipo maratona e, para finalizar, criaram o modelo real e matemático do produto desses dois valores.

Contudo, o grupo não fornece informações específicas em seu relatório sobre os conceitos aplicados, mas sua produção permite inferir que os alunos estruturaram a posição que as pessoas podem assumir na ponte e produziram um padrão de distribuição, com o qual eles apoiam o modelo real usado. Percebe-se que o grupo trata a superfície da ponte de forma homogênea, ao contar o número de pessoas em 1m², a abordagem para o modelo real envolve quebrar o problema inicial em dois subproblemas. A distribuição das pessoas durante a corrida é o conceito que articula a resolução e que dá sentido ao procedimento escolhido.

Dois estágios foram percebidos, quando da utilização das estratégias: primeiro, o grupo realizou pequenos experimentos em sala, para observar o número de pessoas que caberiam em uma área superficial de 1 metro quadrado (simplificação do modelo real) e assim estimar a densidade de pessoas que ocuparia uma superfície em diferentes situações, inclusive situações mencionadas no problema. E, na sequência, encontraram um modelo matemático representativo da simplificação, após, o grupo especulou o quanto eles estavam certos ou errados sobre os valores encontrados na estimativa de densidade (solução e interpretação da realidade). Então, para validar a solução, o grupo realizou uma pesquisa em um *site* de busca, na tentativa de confirmar suas estimativas. Após a conclusão da atividade relataram suas soluções.

Durante a sessão de compartilhamento das estimativas de criação e solução dos modelos, os grupos puderam comparar os métodos e discutiram a adoção ou a reformulação dos seus modelos matemáticos usados. Na análise dos modelos reais e matemáticos criados, pode-se observar uma grande variedade de modelos, devido ao problema ser aberto e os alunos criarem e usarem diferentes estratégias para modelar a situação real, e, ao mesmo tempo, essa variedade abre opções para discussões em sala de aula entre os alunos, sobre os diferentes métodos de solução e sua adequação ao problema.

Entre os relatórios percebeu-se que alguns grupos não conseguiram encontrar uma solução aceitável para o problema. Então, procurou-se analisar o método utilizado pelo grupo e se sua implementação permite obter estimativas adequadas para a situação. Ao final conclui-se que pela natureza dos problemas de Fermi, não existe um valor exato que possa ser considerado válido e definitivo. Dentro de uma estimativa de simplificar o problema, em um contexto específico proposto. Para isso, observa-se se os modelos construídos e se o resultado final oferece uma estimativa adequada para o problema colocado. No processo de análise dos estágios, avalia-se o modelo real construído pelo grupo para chegar ao modelo matemático.

Assim, percebeu-se que o grupo não apresentou o modelo real, definindo apenas o modelo matemático, e isto acarretou maiores dificuldades ao analisar a situação real, como mostrado abaixo, no relatório para resolver o problema de Fermi referente à estimativa da Ponte de Pasupati na Indonésia, na qual o problema solicita: *Quantas pessoas estão nos veículos, que podem estar na ponte de uma extremidade a outra, em um congestionamento?*

Na Fig. 5, mostra-se que o grupo optou por realizar o modelo matemático, sem analisar um modelo real, fazer uma estimativa de quantidade de carros sobre a ponte, em relação ao percentual estimado de veículos existentes sobre a ponte.

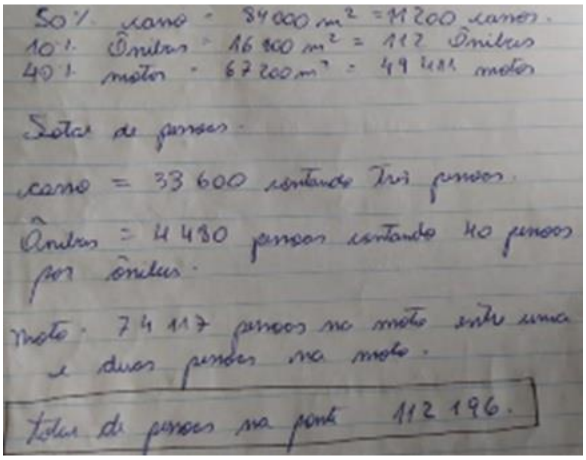

Figura 5: Proposta de estimativa da Ponte de Pasupati
Fonte: Elaborada pelo Autor

O modelo matemático apresentado se baseia na contagem do número de carros que cabem na ponte, multiplicado pelo número médio de pessoas que cabem em cada veículo. No relatório, eles não especificaram nenhum <u>modelo real</u>, se limitaram a apresentar o <u>modelo matemático</u> necessário para determinar a quantidade de pessoas sobre a ponte sem considerar as dimensões dos carros ou o espaçamento entre eles. O que se encontra no relatório desse grupo é a tentativa de multiplicar carros por pessoas, conforme mostrado na Figura 5. Sem analisar <u>a situação real</u> e determinar os detalhes do <u>modelo real</u>, portanto, não obtiveram uma estimativa adequada, embora os valores intermediários obtidos estejam dentro das estimativas observadas nos demais grupos.

Pode-se constatar que as maiores dificuldades que os alunos apresentam ao trabalhar com problemas de Fermi dizem respeito: ao entendimento dos processos de construção do modelo real e ao nível de autenticidade das suposições assumidas. Verificou-se que alguns alunos usam de uma lógica “intuitiva”, ao responder os problemas, que envolve sua visão sobre a situação e não aquela que é posta no enunciado do problema.

Outro ponto que surgiu durante as discussões foi durante o estágio de validação dos modelos. Percebeu-se que os alunos não estavam satisfeitos com as soluções encontradas, pois os valores das equipes divergiam e não apontavam para um valor exato, causa de angústia de alguns alunos, e que estes variavam dentro de um intervalo. Após uma discussão, sobre o tema estimativa, limites e intervalos, acabaram aceitando de que não poderia haver apenas um valor exato ou um único resultado, mas que, quando se faz uma estimativa, deve-se obter um intervalo adequado, pois pode ocorrer o surgimento de muitos modelos reais possíveis e, assim, inúmeras soluções possíveis.

Esse ponto ocasionou uma discussão sobre a validade de algumas conjecturas usadas pelos grupos, os quais tentaram esclarecer pontos de discordância, tais como: área ocupada por um adulto parado *versus* área ocupada por corredores em uma maratona, ou durante um concerto musical sobre a ponte, no qual o conforto e a segurança foram pontos a serem considerados.

Essas interpretações permitiram que os grupos relacionassem o modelo matemático construído com a situação real e percebessem que as estratégias utilizadas devem ser adaptadas a diferentes situações, desde que se leve em consideração o contexto específico de cada. Após esta etapa, os alunos foram solicitados a falar sobre as dificuldades encontradas ao resolver os problemas usando dos estágios apontados por Blum. Os alunos mencionaram que percebem falhas em sua formação matemática ou na construção de estratégias de resolução. Afirmam que, para a realização da atividade é necessário não somente conhecimentos matemáticos, mas também ter estratégias de resolução.

Em um trecho da opinião, o aluno A1 relata que: *"Penso que nessas atividades temos que gerar nossa própria estratégia e usando a forma de matemática que se considera mais adequada."*

O aluno A2 comenta que *“é uma forma não convencional de resolver um problema e percebe-se que não existe uma única maneira de resolver, e isso acontece bastante fora da sala de aula”.*

Enquanto que o aluno A3 refere-se que a sua dificuldade em entender que em um cálculo de estimativa não há apenas um valor exato ou um único resultado: *“entendi que a solução exata do problema é inviável, pois temos que levar muitas coisas em conta, e a solução não é aquela que nós calculamos”.*

Tem-se que o trabalho em equipe e o compartilhamento de ideias permitiram que os alunos apresentassem estratégias de ação válidas. Entretanto, nem todos as equipes desenvolveram estratégias de resolução adequadas, do ponto de vista de criação de modelos matemáticos, aos problemas formulados, levando ao desenvolvimento de um processo de resolução satisfatório.

5 ANÁLISE

Ao usarem dos estágios de Blum, os alunos ativam uma série de competências que incluem aspectos relacionados à metacognição, motivação e suas próprias crenças sobre a natureza da matemática. Decidir os aspectos mais relevantes do processo de resolução e coletar os dados necessários são exercícios que aproximam a matemática da realidade dos alunos.

O desempenho do grupo foi operacionalizado em relação à qualidade do modelo real produzido. Como não havia resposta certa ou errada para os problemas, a estratégia adotada foi analisar os modelos criados. A qualidade do relatório, dos 10 grupos, foi avaliada e é mostrada na Tabela 1, e utilizou-se como indicador dos relatórios os seguintes critérios de análise:

(A) – A interpretação do modelo real e matemático não apresenta uma estimativa da situação real.

(B) – Apresenta o modelo matemático, mas apresenta pouca ou nenhuma relação à situação real.

(C) – Apresenta o modelo real e matemático parcialmente relacionado com a situação real.

(D) – Apresenta o modelo real e matemático que descreve a situação real.

Tabela 1 - **Critérios de análise**

CRITÉRIOS	**A**	**B**	**C**	**D**
N.º de grupos	01	03	06	__

Neste estudo, foram encontradas estratégias de resolução que incluíram elementos de modelagem matemática e algumas propostas ininteligíveis, as quais considera-se que correspondem à resolução, usando do modelo matemático da situação real, mas de forma parcial (1 grupo). Outras, tentam responder usando apenas o modelo matemático, mas que necessita de ajustes para estar de acordo com a situação real (3 grupos), enquanto que a maioria dos grupos apresenta um modelo real, mas com erros conceituais, mas possíveis de resolver a situação real (6 grupos). Verificou-se que um grande número de alunos tem problemas para interpretar detalhadamente as situações levantadas e distinguir neles os elementos básicos, que permitem estabelecer um modelo adequado à resolução da situação real.

Outra observação que merece destaque é a rejeição do conceito de intervalo de valor, pois para a maioria dos alunos a solução final do problema deve apresentar um único valor, geralmente com uma grande precisão, por exemplo, em situações de densidade populacional. O ponto principal do trabalho é que este permitiu que os alunos desenvolvessem o critério de análise da situação (modelo real) e a partir deste modelo fizessem uma previsão de estimativa (modelo matemático).

Concluindo, pode-se afirmar que, usando da resolução de problemas de Fermi em um contexto real, os alunos deram significado aos conceitos trabalhados em sala de aula e compararam seus resultados com informações reais que fazem parte do seu dia a dia.

6 CONCLUSÃO

O estudo apresentado apresenta algumas limitações, embora nos permita estabelecer algumas conclusões claras, bem como orientar pesquisas futuras. Com base no material coletado e na análise dos dados, pode-se afirmar que os alunos, dentro de certos limites, resolveram os problemas de Fermi e estabeleceram pequenos subproblemas, os quais auxiliaram na resolução, usando de cálculos ou estimativas. Contudo, se o problema tiver um alto nível de complexidade ou se não forem fornecidas informações suficientes, os alunos apresentam grau de dificuldade maior na proposição de um modelo real.

As principais estratégias identificadas nesses estudos foram que: – o aluno procura pela solução primeiro em ambientes de pesquisa (principalmente nos sítios de busca), pois não acredita na sua capacidade de solucionar o problema; – deseja que os dados sejam exatos, com o intuito de ter uma resposta exata na resolução do seu problema; – procura inicialmente uma solução concreta, a qual possa medir, por exemplo, o número de objetos que ocupam uma determinada área e não desenvolve um raciocínio abstrato crítico a respeito da situação.

Sugere-se que, ao trabalhar com diferentes problemas de Fermi, a utilização da estratégia de que, a partir de uma situação real, sejam desenvolvidas estratégias de estimativas, sendo criados modelos reais e matemáticos, o que incentiva a geração de uma ampla gama de estratégias e, principalmente, modelos matemáticos. E aponta-se que este tipo de problema ajuda os alunos a determinar e entender quais são os fatores mais relevantes de uma situação estudada, e que está relacionada aos aspectos estudados no campo da Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

Almeida, L.W. Modelagem matemática na Educação Básica. – S. Paulo: Contexto, 2012.

Albarracín, L. & Gorgorió, N. (2014). Devising a plan to solve Fermi problems involving large numbers. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 79–96.

Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(3), 331–364.

Ärlebäck, J. B. (2011). Exploring the solving process of groups solving realistic Fermi problem from the perspective of the anthropological theory of didactics. In *Proceedings of the 7th congress of the European Society f or Research in Mathematics Education* (pp. 1010-1019). CERME: Rzeszów.

Bauhus, W, Harnack, A.; Schukajlow, S.; Rellensmann, J.; Hartmann, L-M; Schmelzer, M.; Henry, B.; Britz, T.; Schumacher, E.; Marschalek, R.; Denke, R. Z.; Helbingen, C.B.; Claure, C.D.Z.; Humenberger, H.; Fallas-Monge, J.J.; Silva, R.D.; Jupri, A.; Kageyama, K.; Ishibashi, I.; Pozos, O. A.; Rivera, I.; Voss, P.; Urrelo, H.E.P.; Chavez, G.; Karas, S.; Ruminska, M.; Sulitsa, O.; Romanchuck, V.; Tolmachev, Y. (2019) **Mathbridges.** https://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/afo/news/afo-kalender_mathebruecken_web.pdf

Blum, W. & Leiss, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? In: C.Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds*.), Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics*. (pp. 222-231). Chichester, UK: Horwood Publishing.

Carlson, J. E. (1997). Fermi problems on gasoline consumption. *The Physics Teacher*, 35, 308-309.

Carraher, T. N., Carraher, D. W., Schliemann, A. D. Na vida dez, na escola zero. São Paulo: Cortez, 1991

D'Ambrosio, B. S. (1989). Como ensinar matemática hoje? *Temas e debates: Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, Brasília, n.º 2, pp. 15-19, 1.

D'Ambrosio, U. (2005). Um Enfoque Transdisciplinar à Educação e à História da Matemática. BICUDO, Maria Aparecida Viggiani e BORBA, Marcelo de Carvalho (org). *Educação Matemática, pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez,

Doerr, H. & English, L. D. (2003). A modelling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110–136

Ferri, B. R. (2018). Leaning how to teach mathematical modeling in school and teacher education. Cham: Springer.

Fontanive, N. S.; Klein, R. & Rodrigues, S. S. (2012). Boas práticas docentes no ensino da Matemática*. Estudos & Pesquisas Educacionais*, 3, 195-277.

Giardinetto, J.R.B., (1999). Matemática Escolar e Matemática da Vida Cotidiana/ José Roberto Boettger. – Campinas, SP: Autores Associados. (Coleção polêmicas do nosso tempo: v.65).

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education,* 22(13), 170-218.

Hildreth, D. J. (1983). The use of strategies in estimating measurements. *Arithmetic Teacher*, 30(5), 50–54

Jones, M. G., Gardner, G. E., Taylor, A. R., Forrester, J. H. & Andre, T. (2012). Students' accuracy of measurement estimation: Context, units, and logical thinking. *School Science and Mathematics,* 112(3), 171–178.

Papert, S. (1980). *LOGO: Computadores e Educação*. São Paulo: Brasiliense.

Richardson, R. J. *Pesquisa social: métodos e técnicas*. São Paulo: Atlas, 1999.

Taylor, A. R., Jones, M. G. e Broadwell, B. (2009). Estimating linear size and scale: Body rulers. *International Journal of Science Education*, 31(11), 1495–1509.]

Segovia, I. y de Castro, C. (2013). La estimación y el sentido de la medida. In L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro (pp. 43-49). Granada, España: Comares.

Smoothey, M. (1998). *Atividades e jogos com estimativas*. Tradução: Quadros, S. Revisão técnica: D'Ambrósio, U. São Paulo: Scipione.

Schliemann, A.L.D. (1993). Na vida dez, na escola zero. 7. ed. São Paulo: Cortez.

Sriraman, B. & Knott, L. (2009). The Mathematics of Estimation: Possibilities for Interdisciplinary Pedagogy and Social Consciousness. Interchange: *A Quarterly Review of Education,* 40(2), 205-223.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
A estimativa em um calendário de pontes com problemas de Fermi

Elcio Schuhmacher,
Doutor Professor
Universidade Regional de Blumenau, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM- Blumenau – SC
elcio@furb.br
https://orcid.org/0000-0003-0037-3651

Robson Denke
Professor Doutor
Universidade Regional de Blumenau, Departamento de Física, Blumenau, Brasil
rdenke@furb.br
https://orcid.org/0000-0001-9185-1473

Rubens Marschalek
Professor Doutor
Universidade Regional de Blumenau, Departamento Engenharia Florestal, Blumenau, Brasil
rubensm@furb.br
https://orcid.org/0000-0003-2503-1180

Endereço de correspondência do principal autor
Rua Victor Konder, 99 Apto 1203 – CEP 89012-170, Blumenau, SC, Brasil

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: E. Schuhmacher, R. Denke, R. Marschalek
Coleta de dados: E. Schuhmacher, R. Denke
Análise de dados: E. Schuhmacher, R. Denke, R. Marschalek
Discussão dos resultados: E. Schuhmacher, R. Denke, R. Marschalek
Revisão e aprovação: E. Schuhmacher

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO
O projeto foi financiado pela Pro-Reitoria de Pesquisa e Extensão da Universidade Regional de Blumenau, sob o número 115/2018 - **A MATEMÁTICA DO COTIDIANO NO ESTUDO DE PONTES.**

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista
Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 30-03-2021 – Aprovado em: 17-09-2021