

PRAXEOLOGIAS PESSOAIS DE ESTUDANTES DO 6º ANO RELATIVAS À ÁREA DE FIGURAS PLANAS

Personal praxeologies of 6th grade students relating to the area of plane figures

Almir Pereira de MOURA

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil
moura.almir1786@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-3987-2346>

Paula Moreira Baltar BELLEMAIN

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil
pmbaltar@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-2864-8883>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo ●

RESUMO

Este artigo, que apresenta parte de uma pesquisa de mestrado, tem como objetivo discutir a relação pessoal de estudantes do 6º ano do ensino fundamental com a área de figuras planas após a abordagem desse objeto de saber em sala de aula pela professora. O marco teórico desse trabalho é a Teoria Antropológica do Didático, com ênfase na noção de praxeologia pessoal desenvolvida por Hamid Chaachoua e colaboradores. Os dados analisados foram as respostas de estudantes a um teste, elaborado e aplicado pela professora ao final do processo de ensino da área, e entrevistas realizadas com a professora e com alguns estudantes. Os resultados apontam que a divisão das tarefas em tipos de tarefas realizadas pela maioria dos estudantes não corresponde à realizada pela representante da instituição. Foram observadas praxeologias pessoais em conformidade com a praxeologia institucional; praxeologias pessoais nas quais o tipo de tarefa correspondia ao institucional, mas cujas técnicas e tecnologias pessoais estavam erradas e, praxeologias pessoais nas quais o tipo de tarefa pessoal não correspondia ao tipo de tarefa institucional e com a técnica e a tecnologia pessoais erradas.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático, Praxeologia pessoal, Área de figuras planas

ABSTRACT

This paper aims to discuss the personal relationship of 6th grade students with the area of plane figures after the approach of this object of knowledge in the classroom by the teacher. That is a part of a master's research, which theoretical framework is the Anthropological Theory of Didactics, with emphasis on the notion of personal praxeology developed by Hamid Chaachoua and collaborators. To conduct this research were analyzed the students' answers to a test, elaborated by the teacher and applied at the end of the teaching process of the area, and interviews with the teacher and some students. The results point out that the division of tasks into types of tasks performed by most students does not correspond to that performed by the representative of the institution. Then there were personal praxeologies in accordance with institutional praxeology; personal praxeologies in which the type of task corresponded to the institutional one, but whose personal techniques and technologies were wrong, and personal praxeologies in which the personal task type did not correspond to the institutional task type and with the wrong personal technique and technology.

Keywords: Anthropological Theory of Didactics, Personal praxeology, Area of plane figures

1 INTRODUÇÃO

Este texto apresenta e aprofunda elementos de uma pesquisa de mestrado (Moura, 2019) realizada pelo primeiro autor, sob a orientação da segunda autora. Na dissertação, analisamos distanciamentos e aproximações entre os saberes ensinado e aprendido em relação ao objeto área de superfícies planas no 6º ano do ensino fundamental. Para caracterizar o saber aprendido, discutimos a relação pessoal dos estudantes com a área de superfícies planas após a abordagem realizada pela professora em sala de aula.

Verificamos que os estudantes ao se depararem com tarefas relativas ao objeto área realizavam uma divisão em tipos de tarefas diferente da realizada pela professora, corroborando, assim, com a hipótese de Croset (2009) de que a divisão institucional em tipos de tarefas nem sempre corresponde àquela que o estudante percebe. Essa constatação gerou algumas inquietações e nos motivou a discutir com mais ênfase os fatores que são levados em consideração pelos estudantes ao se depararem com tarefas relativas a áreas. Dessa forma, norteamos nosso estudo a partir das seguintes questões: De que modo os estudantes do 6º ano realizam a divisão em tipos de tarefas? Quais são as técnicas utilizadas por eles para resolver as tarefas de cada tipo? Quais os argumentos estabelecidos pelos estudantes para justificar as técnicas utilizadas para resolver as tarefas, assim como, para agrupar as tarefas em um mesmo tipo?

Buscando elementos de respostas a essas questões, recorreremos às contribuições da Teoria Antropológica do Didático (doravante TAD) centrando-nos na noção de praxeologia pessoal (Chaachoua, 2011, Chaachoua & Bittar, 2016, Croset & Chaachoua, 2016), uma ferramenta teórico-metodológica que permite descrever os modos de fazer e pensar de um sujeito.

Optamos pelo objeto área de superfícies planas devido à importância de sua apropriação, seja para o uso prático e utilitário nas atividades sociais, seja devido às inúmeras articulações possíveis com outros conteúdos da matemática e de outras disciplinas.

A instituição em foco foi a matemática no 6º ano do ensino fundamental. Essa decisão deve-se ao fato de acreditarmos que nessa etapa da escolarização os estudantes apresentam ainda técnicas que não se concentram necessariamente na aplicação de fórmulas, o que a nosso ver, ofereceria mais elementos de análise e discussão.

Nessa perspectiva, este texto está organizado da seguinte forma: inicialmente apresentamos uma discussão a respeito da consideração do sujeito cognitivo no seio da TAD, em seguida são explicitadas nossas escolhas metodológicas, análises e discussão dos resultados, considerações e limitações do estudo, e as referências.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Desde o início do desenvolvimento da TAD, o conhecimento do estudante foi considerado a partir do conceito de relação ao saber. “Um objeto existe se houver uma relação com este objeto, isto é, se um sujeito ou uma instituição o “(re)conhece” como um objeto” (Bosch & Chevallard, 1999, p.4). O sentido atribuído ao termo relação ao saber “se refere às práticas sociais que se realizam na instituição e que colocam em jogo o objeto em questão, ou seja, “o que se faz na instituição com esse objeto” (ibidem, p.4).

Segundo Croset e Chaachoua (2016), podemos perceber três períodos históricos nos quais o conhecimento do aluno, a partir desse conceito, pode ser observado no âmbito da teoria.

O primeiro se estende até o ano de 1998, no qual reverbera o interesse dos pesquisadores pelo desenvolvimento de estudos voltados às relações institucionais e às relações pessoais de estudantes e professores, assim como os que buscam a conformidade entre elas. Nesse período, as questões relativas ao assujeitamento a uma ou mais instituições ganham relevo, permitindo colocar em evidência as restrições que a relação institucional exerce sobre a pessoal, e explicar contradições nas produções dos estudantes. Nesse contexto, o erro dos alunos é tratado dentro de outros quadros teóricos, a exemplo da Teoria das Situações Didáticas e a Teoria dos Campos Conceituais.

O segundo período se situa após a inserção da noção de praxeologia como modelo capaz de descrever a relação institucional envolvendo os estudos desenvolvidos entre 1999 e 2006. De acordo com Chaachoua e Bittar (2016, p.13), nesse período “o aluno é estudado para entender melhor as instituições às quais ele é assujeitado e desenvolver ou testar novas praxeologias escolares”. Dessa forma, a relação pessoal passa a ser descrita apenas quando há conformidade com a relação institucional, em caso contrário, é feito uso de outro marco teórico ou de conceitos distintos dos abordados na TAD.

O terceiro período compreende os estudos a partir de 2006, nos quais é utilizado o modelo praxeológico para descrever a relação pessoal do estudante inclusive quando ela

não está em conformidade com a relação institucional. É nesse período que surge a noção de praxeologia pessoal.

O primeiro estudo que se propôs a interpretar o erro como componente de uma técnica pessoal do estudante foi desenvolvido por Croset (2009) em sua tese de doutorado. Nesse estudo, a autora propôs a noção de praxeologia-em-ação enquanto ferramenta para descrever a atividade algébrica individual do estudante, correta ou não, levando em consideração as possíveis ligações entre erros regularmente diagnosticados. Essa tomada de posição baseou-se na hipótese de que “a divisão institucional em tipos de tarefas nem sempre corresponde àquela que o aluno percebe. Em outras palavras, existem tipos de tarefas-em-ação, distintos dos tipos de tarefas institucionais” (Croset, 2009, p.181).

A consideração da hipótese assumida pela autora implica que após a realização do saber ensinado, o estudante pode elaborar maneiras de fazer distintas daquela trabalhada pelo professor, em consequência da relação pessoal construída com o objeto do saber em questão. Esse modo de fazer permite que o estudante agrupe em um mesmo tipo tarefas percebidas por ele como semelhantes, mesmo quando a instituição as considera de diferentes tipos. Dessa forma, a divisão em tipos de tarefas realizada pelo sujeito está condicionada às tarefas que ele percebe como semelhantes, e faz uso da mesma técnica para cumpri-las, o que nem sempre corresponde ao que a instituição preconiza. Dessa forma, na melhor das hipóteses elas são objetos institucionalmente visíveis da instituição (Croset, 2009).

Nessa direção, o modo de fazer de um sujeito não pode ser considerado como o da instituição, uma vez que a relação pessoal – que é inerente ao sujeito – pode estar carregada de influências não advindas do contexto institucional. Portanto, a ação do sujeito nem sempre é de conformidade com aquilo que lhe é imposto.

Por exemplo, diante de uma variedade de tarefas, o estudante pode mobilizar diferentes técnicas, e agrupar essas tarefas da forma que lhe pareça adequada. Esse modo de fazer é considerado de cunho pessoal, e está amparado em justificativas que dão indícios sobre a organização do saber na perspectiva do aluno.

As razões que justificam a adoção de um novo termo para tratar o conhecimento do sujeito institucional na TAD estão associadas à condição imposta pelo modelo teórico de considerar o aluno enquanto instituição. Afinal, as praxeologias são modelos que dão visibilidade às práticas institucionais. Além do mais, o quadro teórico preconiza que todo saber está vinculado a uma instituição. Assim, considerar o aluno enquanto instituição feriria aquilo que preconiza o construto proposto por Chevallard (1999), afinal a caracterização da

praxeologia posta à vida diante do ponto de vista do sujeito, não dá visibilidade às práticas institucionalmente reconhecidas, ela pode, no máximo, ser visível de maneira interna na instituição mediante o fluxo de uma ação observada. Daí o nome praxeologia-em-ação, termo inicialmente cunhado por Croset (2009).

Embora o termo praxeologia-em-ação tenha sido o primeiro a ser utilizado para designar a ferramenta teórico-metodológica de análise dos conhecimentos mobilizados pelos estudantes dentro da TAD, Chaachoua (2011), Croset e Chaachoua (2016), Chaachoua e Bittar (2016) preferem fazer o uso do vocábulo praxeologia pessoal em analogia à noção de relação pessoal. Nessa direção, Chaachoua (2011, p.11) explica:

(...) A relação institucional $R_I(e, O)$ do sujeito na posição de estudante ao objeto O dentro de uma instituição I é descrita por praxeologias institucionais. E a relação pessoal $R_P(e^*/I, O)$ de um estudante e^* , sujeito a uma instituição I , ao objeto O é descrita por praxeologias pessoais.

Em concordância com a tomada de posição desses autores, assumiremos nesse texto esta mesma nomenclatura. Mas afinal, o que é uma praxeologia pessoal?

Segundo Croset e Chaachoua (2016, p. 180) uma praxeologia pessoal, é o “quarteto da organização praxeológica de um sujeito institucional constituído de quatro componentes”: tipo de tarefa pessoal, técnica pessoal, tecnologia pessoal e teoria pessoal, conforme descrição abaixo.

- Um tipo de tarefa pessoal é o conjunto de tarefas que o sujeito percebe como semelhantes, provocando nele a aplicação de uma técnica. Se dois tipos de tarefas pessoais são diferentes, então, necessariamente, suas técnicas pessoais são distintas. A divisão em tipos de tarefas pessoais não corresponde necessariamente à da instituição.
- Uma técnica pessoal utilizada pelo aluno resolve um único tipo de tarefa pessoal. Pode ser errado, correto, legitimada ou não pela instituição de referência. Ela deve ter uma certa estabilidade na sua utilização para ser considerada como uma técnica de resolução: ela adquire a sua legitimidade para um estudante se é usada regularmente por ele. Evitamos, assim, considerar como uma técnica pessoal, erros de falta de atenção ou um descuido pontual.
- A tecnologia pessoal, explícita ou não, legitima e regula o uso da *práxis* pessoal. Muitas vezes, um simples *déficit* tecnológico institucional pode ser capaz de explicar técnicas pessoais erradas. Mas, às vezes, situações em que uma tecnologia havia sido legitimada para responder a determinados tipos de tarefas é generalizada e a técnica que ela legitimava é utilizada fora do seu domínio de validade.
- Uma teoria pessoal, por sua vez, como o modelo praxeológico institucional, justifica a tecnologia pessoal. (Croset & Chaachoua, 2016, p. 180-181).

Para os autores, esse quarteto de praxeologia pessoal permite descrever $R_P(X, O|I)$ ¹, em que X pode representar um estudante que utiliza de maneira estável uma técnica pessoal para um tipo de tarefa pessoal ou um grupo de estudantes cuja proporção desse uso é realizada dentro de uma mesma instituição com um objeto dado. Nessa perspectiva, dois casos de praxeologias pessoais são possíveis, quando da consideração do sujeito formado por um grupo de estudantes ou por um único.

No primeiro caso temos uma práxis *pessoal inter-aluno*, a qual caracteriza que um grupo de estudantes usa uma mesma técnica várias vezes sem que necessariamente um componente do grupo a utilize regularmente. No segundo, temos uma práxis *pessoal intra-aluno*, isto é, aquela onde uma mesma técnica é utilizada frequentemente pelo mesmo indivíduo (Croset & Chaachoua, 2016).

Nesse trabalho, optamos em olhar para a práxis pessoal inter-aluno, buscando elementos de resposta a uma preocupação com a eficiência necessária na captura de uma técnica usada no cumprimento de tipos de tarefas relativas à área, que apresenta certa representatividade no 6º ano, mesmo que não haja necessariamente, estabilidade em um mesmo estudante desta instituição.

Percebemos que poucos são os estudos que abordam a modelização dos conhecimentos dos estudantes mediante a praxeologia pessoal. No contexto brasileiro, por exemplo, localizamos a pesquisa de Barros e Bellemain (2018), que faz uso dessa noção para descrever a relação pessoal dos estudantes do 1º ano do ensino médio com o saber teorema de Pitágoras. Sobre os resultados, os autores argumentam que ao se deparar com as tarefas, a maioria dos participantes assimilou como sendo outra tarefa e, portanto, fez uso de técnicas válidas dentro do contexto em que a divisão de tarefas pessoal foi percebida.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Como mencionado na introdução, nesse texto discute-se, mediante a noção de praxeologia pessoal, a relação pessoal de estudantes com o objeto de saber área de figuras planas após o ensino desse objeto realizada pela professora em sala de aula. Para isso, contamos com a participação de 30 estudantes do 6º Ano do Ensino fundamental e a professora de matemática da turma.

¹ Lê-se: Relação pessoal de um sujeito X com um objeto O em uma instituição I.

Fizemos uso de dois instrumentos para a obtenção dos dados: um teste com seis questões, elaborado e aplicado pela professora ao final do ensino e entrevistas (com estudantes e com a professora). O objetivo da entrevista com a professora foi de conhecer as razões de escolhas das questões do teste e suas expectativas de respostas. Quanto aos estudantes, nosso objetivo foi obter esclarecimento das técnicas utilizadas e identificar as justificativas quanto aos modos de fazer. No que tange às escolhas dos estudantes para a realização das entrevistas, selecionamos aqueles em que identificamos que a divisão em tipos de tarefas estava em conformidade ou não com a da professora.

Para realizar a caracterização da praxeologia pessoal dos estudantes elegemos quatro aspectos apontados no estudo de Moura (2019), são eles: a) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa, técnica e tecnologia pessoais estão em conformidade com os da praxeologia institucional; b) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa corresponde ao institucional e cujas técnicas e tecnologias pessoais estão erradas; c) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa é diferente do institucional e com a técnica e a tecnologia pessoais erradas; d) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa é diferente do institucional e com a técnica e tecnologia pessoais corretas.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nossa análise está voltada a duas perspectivas de modelização: a praxeologia institucional² e a praxeologia efetivamente aprendida. Iremos a princípio, modelizar a praxeologia institucional, isto é, descrever os tipos de tarefas utilizados pela professora na elaboração do teste, as técnicas esperadas e os argumentos que são postos à vida para resolver as tarefas de cada tipo.

4.1 Caracterização da praxeologia institucional mediante a expectativa da professora

As seis (6) questões propostas no teste constituíram um total de quatorze (14) tarefas. Destas, cinco (5) estão relacionadas ao argumento utilizado para justificar a resolução da tarefa solicitada. Portanto, o teste continha nove (9) tarefas especificamente

² Adotamos o termo praxeologia institucional para nos referir a praxeologia esperada pela professora.

voltadas ao objeto de saber em foco, as quais agrupamos em quatro subtipos, conforme descreve o quadro 1, a seguir.

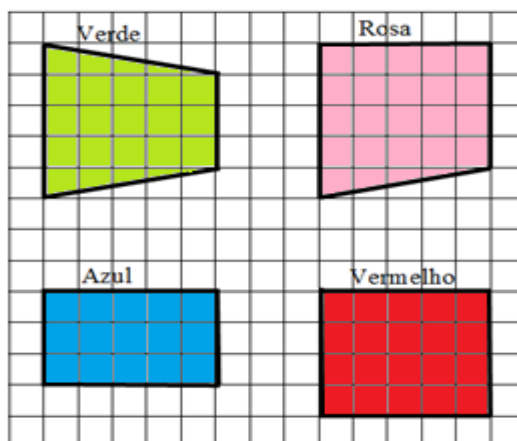
Quadro 1 - Tipos e subtipos de tarefas presentes no teste elaborado pela professora

Tipo de tarefa	Subtipo de tarefas	Questões / itens correspondentes contemplados no Teste	Quantidade de Tarefas
T ₁ : Comparar áreas.	St ₁₁ - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medida.	Q ₁ ; Q _{2c} ; Q _{2d}	03
T ₂ : Determinar uma área.	St ₂₁ -Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	Q ₃ ; Q ₄	02
	St ₂₂ -Determinar a área de um retângulo.	Q _{2a} ; Q _{2b} ; Q ₅	03
	St ₂₃ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	Q ₆	01

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa

Optamos em realizar a análise a partir dos tipos de tarefas contemplados no teste e para a caracterização da praxeologia institucional fizemos uso das declarações obtidas mediante a entrevista e as notas de aulas. Assim, traremos o exemplo da tarefa, das técnicas e dos elementos tecnológico-teóricos que estão em jogo.

Questão 1:



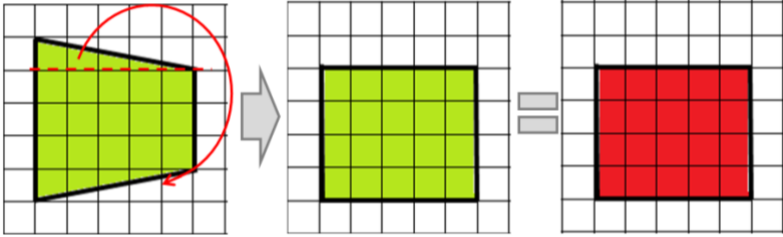
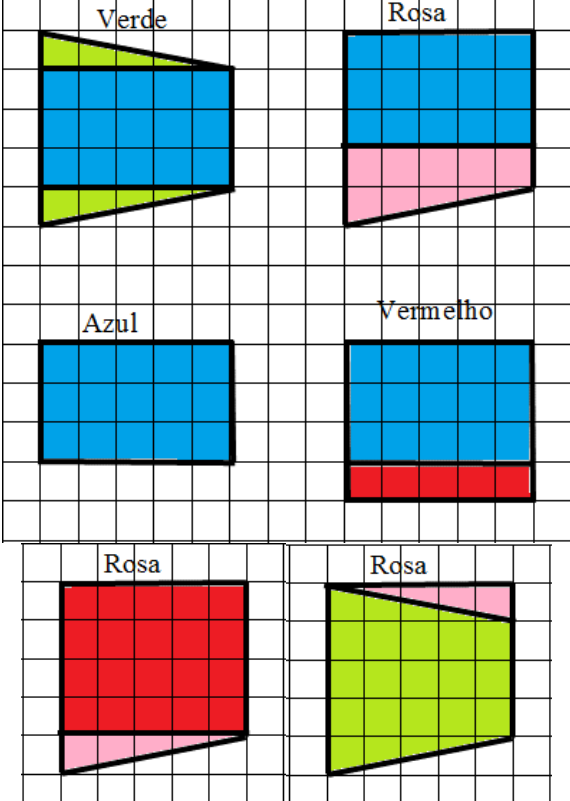
Observe as figuras acima. Tome como base a figura verde, qual a figura que tem a mesma área que a figura verde? O que você fez para chegar essa conclusão?

Figura 1: Extrato da primeira questão do teste elaborado pela professora
Fonte: Dados da Pesquisa

A tarefa proposta anteriormente faz parte de um conjunto de tarefas do tipo comparar áreas. Nesse caso específico, é disponibilizada a unidade de medida (correspondente ao

quadrado da malha), o que nos conduz a incluí-la no subtipo St_{11} : Comparar as áreas de figuras utilizando unidade de medida. Para seu cumprimento, eram esperadas dos estudantes as seguintes técnicas:

Quadro 2: Técnicas esperadas pela professora quanto ao cumprimento da tarefa da 1ª questão do teste

Descrição da técnica	Representação geométrica
<p>τ_{111}- Decompor o trapézio (figura verde) e recompor formando um retângulo de dimensões 5 e 4 unidades de comprimento; contar a quantidade de unidades de área (quadrados) desse retângulo; contar a quantidade de unidade de área dos demais quadriláteros; identificar qual (is) possui (em) a mesma área que o retângulo formado inicialmente.</p>	 <p style="text-align: center;">A= 20 quadrados A= 20 quadrados</p>
<p>τ_{122}- Tomar as superfícies retangulares como referência; estabelecer a comparação com as demais mediante a inclusão; verificar que a figura azul possui a menor área, pois, pode ser incluída nas figuras verde, vermelha e rosa respectivamente; verificar que a figura rosa possui a maior área, visto que, respectivamente, as figuras vermelha e verde podem ser incluídas em seu interior; concluir que as figuras verde e vermelha possuem áreas iguais.</p>	

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos dados da pesquisa

Conforme a descrição das técnicas esperadas pela professora, podemos perceber que os elementos que as constituem são: decomposição e recomposição, contagem de unidades de áreas e superposição. Esses elementos são justificados, respectivamente, pelos seguintes argumentos: figuras equidecompostas possuem a mesma área; ao

escolher uma unidade de área, o número de unidades que cabem no interior de uma figura corresponde à medida de sua área; ao sobrepor duas figuras: a) se uma couber inteiramente no interior da outra, esta possui a menor área, b) se não há sobras nem espaços vazios no interior dessas figuras, então elas possuem a mesma área.

Na segunda questão do teste foram propostas duas outras tarefas relativas ao subtipo St_{11} , mais especificamente, nos itens “c” e “d” (ver figura 2, a seguir). Para o cumprimento dessas tarefas era esperado dos estudantes a aplicação da técnica: τ_{113} - reconhecer os cômodos como figuras retangulares; calcular as áreas dos cômodos mediante a fórmula $A = c.l$, verificar qual dos cômodos possui a maior área (item c) e quais deles possuem áreas iguais (item d). Os argumentos que justificam essas técnicas estão associados à área enquanto grandeza bidimensional, a multiplicação enquanto configuração retangular, e a relação de ordem dos números reais positivos.

Questão 2

Observe as medidas dos cômodos da casa de Maria.



- a) Qual a medida da área da cozinha? _____
- b) Qual a medida da área da sala? _____
- c) Qual dos cômodos tem maior área? Como você chegou a esta conclusão? _____
- d) Qual dos cômodos tem mesma área? _____

Figura 2: Extrato da segunda questão proposta no teste elaborado pela professora
 Fonte: Dados da Pesquisa

As tarefas descritas nos itens “a” e “b”, por sua vez, pertencem ao tipo T_2 : Determinar uma área. Categorizamos essas tarefas como pertencentes ao subtipo St_{22} : Determinar a área de um retângulo dados os comprimentos de lados adjacentes. Assim, como cumprimento dessas tarefas era esperado:

Quadro 3: descrição das técnicas esperadas relativas aos itens a e b da questão 2 do teste

<p>Item a</p> <p>τ_{211}- Encontrar o comprimento da cozinha, por meio da subtração $(4 + 4 + 2) \text{ m} - 5 \text{ m} = 5 \text{ m}$; reconhecer que a cozinha representa um retângulo; aplicar na fórmula para o cálculo da área do retângulo multiplicando os comprimentos dos lados adjacentes do retângulo:</p> <p>$A_R = c \cdot l$ $A_R = 5 \text{ m} \cdot 3 \text{ m}$ $A_R = 15 \text{ m}^2$</p> <p>Item b</p> <p>τ_{211}- Reconhecer que a sala representa um retângulo; aplicar na fórmula para o cálculo da área do retângulo os comprimentos dos lados adjacentes:</p> <p>$A_R = c \cdot l$ $A_R = 5 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}$ $A_R = 20 \text{ m}^2$</p>

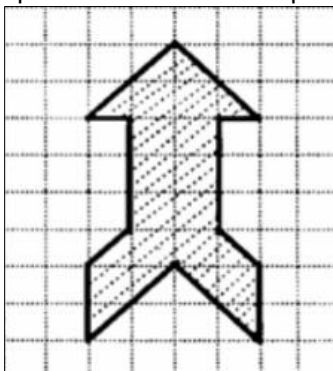
Fonte: Dados da pesquisa

Conforme a descrição das técnicas esperadas, percebemos que os elementos tecnológico-teóricos que justificam são: a área enquanto grandeza bidimensional, a multiplicação enquanto configuração retangular e propriedades das operações.

A terceira, a quarta e a quinta atividades propostas no teste apresentavam tarefas do tipo T_2 : Determinar uma área, cuja figura estava desenhada em malha. Dessa forma, foram categorizadas como pertencentes ao subtipo St_{21} . Embora as três tarefas pertençam ao mesmo subtipo, existem nuances nas técnicas, as quais eram esperadas pela professora. Vamos analisar individualmente cada tarefa e identificar essas nuances. Começemos com a que está proposta na terceira questão.

Questão 3

Considere como unidade de medida um quadradinho da malha quadriculada abaixo.



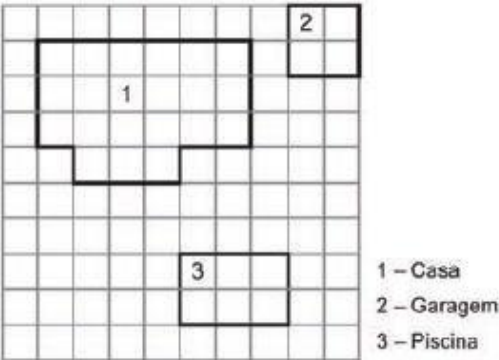
A área da figura hachurada é? _____
Como você fez para obter este resultado? _____

Figura 3: Extrato da terceira questão proposta no teste elaborado pela professora
Fonte: Dados da Pesquisa

Nessa tarefa era esperada a aplicação da seguinte técnica: τ_{211} - realizar a contagem das unidades inteiras necessárias para recobrir a figura e, a cada duas metades acrescentar uma unidade a mais. Indicar a área pela quantidade de quadradinhos seguida da unidade quadrado ou da palavra quadradinhos.

A tarefa proposta na quarta questão, exige a consideração da equivalência de cada quadradinho a 1 m^2 e, solicita a adição das áreas de três figuras (ver figura a seguir). A técnica esperada para o cumprimento dessa tarefa pode ser descrita da seguinte forma: τ_{212} - Realizar a contagem dos quadradinhos que constituem as figuras 1, 2 e 3 respectivamente; somar as quantidades de quadradinhos obtidas; expressar a área mediante a quantidade de quadradinhos acompanhada da unidade metro quadrado.

Questão 4
Veja o desenho abaixo, que representa a planta baixa da construção que Francisco vai fazer.



1 – Casa
2 – Garagem
3 – Piscina

Nesse desenho, cada quadradinho corresponde a 1 metro quadrado. Qual é a área total a ser ocupada pela construção: casa, piscina e garagem? Como você fez?

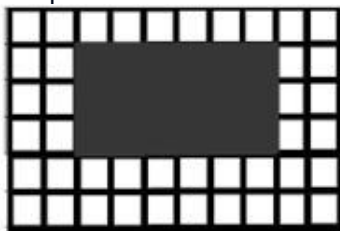
Figura 4: Extrato da quarta questão do teste elaborado pela professora
Fonte: Dados da pesquisa

Em ambas as tarefas, percebemos que o uso das técnicas é justificado mediante a propriedade aditiva das áreas e da equivalência de figuras.

A tarefa descrita na quinta questão, disponibilizada a seguir, solicitava dos estudantes a área de um novo retângulo obtido a partir do acréscimo de uma unidade nos comprimentos de lados adjacentes.

Questão 5

O tapete de entrada da sala da vovó está sombreado na malha quadriculada abaixo.



A vovó resolve comprar um novo tapete com medida de área maior que a área do tapete acima, ela quer um tapete com área aumentando um quadradinho na largura e um quadradinho no comprimento. Tomando como medida de área cada quadrinho desta malha quadriculada, qual a área do novo tapete da vovó?

(A) 60 quadradinhos (B) 18 quadradinhos (C) 28 quadradinhos (D) 10 quadradinhos

Como você fez para obter o resultado acima?

Figura 5: Extrato da quinta questão do teste elaborado pela professora

Fonte: Dados da Pesquisa

Como cumprimento dessa tarefa era esperado que os estudantes utilizassem a seguinte técnica: τ_{213} - construir a partir do retângulo dado, um novo retângulo cujos lados adjacentes apresentem uma unidade de comprimento a mais que o anterior; determinar o comprimento dos lados adjacentes do retângulo construído e aplicar a fórmula da área do retângulo.

Os elementos tecnológico-teóricos que justificam a técnica utilizada estão vinculados à propriedade aditiva das áreas e à multiplicação enquanto configuração retangular, aspectos inerentes ao domínio das grandezas e medidas e da geometria.

Finalmente, a última tarefa proposta no teste pertence ao conjunto de tarefas do subtipo St_{23} - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados), conforme figura 6 a seguir.

Questão 6

Qual a medida da área total da figura abaixo:

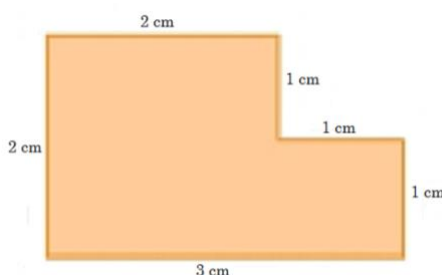


Figura 6: Extrato da sexta questão do teste elaborado pela professora

Fonte: Dados da pesquisa

Para esta tarefa eram esperadas as técnicas descritas a seguir: τ_{231} - Decompor a figura em dois quadrados de lados iguais a 2 cm e 1 cm respectivamente, aplicar a fórmula

$A = l^2$ para obter a área de cada quadrado e somar os resultados; τ_{232} - ladrilhar a figura em superfícies unitárias de 1 cm^2 , em seguida, realizar a contagem das superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. Assim, o número de quadradinhos corresponde à medida da área na unidade cm^2 , ou seja, 5 quadradinhos correspondem a uma área de 5 cm^2 .

Modelizando os aspectos tecnológico-teóricos da práxis institucional esperada, percebemos a presença da bidimensionalidade da área em relação ao comprimento, a multiplicação enquanto configuração retangular, e a propriedade aditiva das áreas.

Diante de todas as justificativas utilizadas na execução e produção das técnicas percebemos que os esclarecimentos e justificativas são gerados dentro dos domínios dos números, das grandezas e medidas, da geometria e da álgebra.

4.2 Caracterização da praxeologia pessoal

Realizaram o teste 30 estudantes do 6º ano de uma escola municipal situada no agreste pernambucano. A aplicação foi realizada na última aula do turno e durou cerca de 50 minutos. Durante a realização do teste, os estudantes estavam bastante agitados, tendo em vista que estava acontecendo um festival de artes e ciências em uma escola vizinha, cujas atividades não puderam prestigiar nesse dia.

Durante a aplicação, percebemos que muitos não estavam predispostos a resolver as tarefas propostas no teste, e respondiam apenas para cumprir o que havia sido solicitado pela professora.

De maneira geral, a análise das respostas dos estudantes às questões do teste revelou que as tarefas com maior índice de acerto foram as propostas na questão 2, nos itens c e d nas quais 25 e 21 dos 30 alunos, respectivamente, resolveram corretamente. Esse resultado não corresponde à expectativa da professora, pois pensava que seria a questão 4. Pertencentes ao tipo T1: Comparar áreas, essas tarefas poderiam ser cumpridas pela técnica visual perceptiva, a qual foi verificada mediante as entrevistas como a mais utilizada pelos estudantes.

Percebemos também que a tarefa que os estudantes apresentaram o menor índice de acertos foi a da questão 6, a qual foi resolvida corretamente por apenas 1 dos 30 participantes da pesquisa que responderam o teste. Essa tarefa pertencia ao subtipo St_{24} - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e

não quadrados). Esse resultado era esperado pela professora, que havia indicado que essa era a questão na qual os estudantes teriam mais dificuldades em resolver.

A análise dos resultados aponta que a ausência de resposta foi relativamente baixa, pois nenhuma das questões tem mais que quatro respostas em branco; na questão 5, 9 dos 30 estudantes participantes resolveram corretamente; a questão 4 somando acertos plenos e parciais³ constitui um total apresentado por 9 estudantes; nas demais questões, menos de 5 estudantes resolveram corretamente

Realizando uma análise por questão, percebemos que os estudantes não apresentaram dificuldades em reconhecer as questões propostas como tarefas abordadas pela professora no ensino da área, entretanto, a classificação em tipos de tarefas nem sempre está em conformidade com a da professora, tendo em vista que percebemos em um grupo de estudantes essa divisão sendo realizada a partir do suporte que a questão disponibilizava. Assim, ao se deparar com as tarefas em que eram disponibilizadas figuras desenhadas em malha a técnica aplicada foi a contagem de unidades de área, já aquelas cujos comprimentos dos lados eram disponibilizados, a técnica aplicada foi o uso dos comprimentos desses lados, ora para somá-los, ora para multiplicá-los.

Em nossa análise não identificamos a existência de praxeologias pessoais nas quais o tipo de tarefa pessoal difere do institucional e as técnicas e tecnologias pessoais são corretas. Diante disso, reduzimos a modelização das praxeologias pessoais dos estudantes a partir dos seguintes aspectos: a) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa, técnica e tecnologia pessoais estão em conformidade com os da praxeologia institucional; b) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa corresponde ao institucional e cujas técnicas e tecnologias pessoais estão erradas; e, c) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa é diferente do institucional e com a técnica e a tecnologia pessoais erradas.

a) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa, técnica e tecnologia pessoais estão em conformidade com os da praxeologia institucional

Localizamos esse aspecto nas tarefas relativas aos quatro subtipos contemplados no teste. Para termos visibilidade desse aspecto em cada subtipo de tarefa, organizamos

³ Estamos considerando como acertos parciais, aqueles nos quais os estudantes aplicaram uma técnica válida, informaram a medida da área correta, entretanto, não informaram a unidade de medida corretamente.

nossa análise em função dos eleitos institucionalmente, conforme a caracterização do quadro a seguir.

Quadro 3: Praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa, técnica e tecnologia pessoais estão em conformidade com os da praxeologia institucional

Subtipo de tarefa institucional	Tipo de tarefa pessoal (T_p)	Técnica pessoal (τ_p)	Tecnologia pessoal (θ_p)
St ₁₁ : Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medida.	T_{p1} – Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medida.	τ_{p11} – Tomar uma figura colocar em cima da outra, verificar quais delas possuem o mesmo “tanto de espaço” ocupado.	θ_{p11} -Figuras que possuem o mesmo “tanto de espaço” possuem a mesma área.
		τ_{p12} – Decompor o trapézio (a figura verde) e compor um retângulo, contar as unidades de área do novo retângulo e associar a quantidade de unidades de área do retângulo vermelho.	θ_{p12} -Ao decompor uma figura e compor outra a área permanece igual; o número de superfícies unitárias necessárias para recobrir o interior de uma figura corresponde a medida de sua área. Escolhida uma unidade de área, duas figuras que possuem o mesmo número de superfícies unitárias em seu interior possuem a mesma área.
St ₂₁ - Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	T_{p2} –Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	τ_{p21} –Realizar a contagem das unidades inteiras de área necessárias para recobrir a figura e, a cada duas metades, adicionar uma a mais.	θ_{p21} – O número de unidades necessárias para recobrir totalmente o interior de uma figura constitui a sua área.
St ₂₂ - Determinar a área de um retângulo.	T_{p3} – Determinar a área de um retângulo dados os comprimentos de dois lados adjacentes.	τ_{p3} – Tomar a medida do comprimento e multiplicar pela medida da largura.	θ_{p3} – Ao multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura obtém-se a medida da área de um retângulo.
St ₂₃ -Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	T_{p4} –Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	τ_{p4} - Decompor a figura em retângulos; identificar as medidas dos comprimentos de dois lados adjacentes e multiplicá-las; somar as medidas de áreas obtidas.	θ_{p4} – Se uma figura pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados), então sua área corresponde à soma das áreas dos retângulos que formam a figura.

Fonte: Dados da Pesquisa

b) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa corresponde ao institucional e cujas técnicas e tecnologias pessoais estão erradas

Com relação a esse aspecto, verificamos sua ocorrência em relação aos subtipos St_{11} e St_{12} respectivamente. Sua modelização é posta no quadro a seguir.

Quadro 4: Praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa corresponde ao institucional e cujas técnicas e tecnologias pessoais estão erradas

Subtipo de tarefa institucional	Tipo de tarefa pessoal (T_p)	Técnica pessoal (τ_p)	Tecnologia pessoal (θ_p)
St_{11} : Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medida.	T_{p1} – Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medida.	τ_{p13} – Associar as figuras envolvidas ao mesmo formato; medir os comprimentos dos lados correspondentes, verificar se os lados correspondentes possuem a mesma medida.	θ_{p13} – Se em duas figuras de mesmo formato os lados correspondentes possuem o mesmo comprimento as áreas dessas figuras são iguais.
		τ_{p14} – Verificar se as figuras possuem o mesmo formato mediante a percepção visual.	θ_{p14} – Se duas figuras apresentam o mesmo formato, então possuem a mesma área.
St_{21} – Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	T_{p2} – Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	τ_{p22} – Contar as superfícies unitárias inteiras que estão na parte interna da figura.	θ_{p22} – O número de superfícies unitárias inteiras no interior da superfície corresponde a área da figura.
		τ_{p23} – Contar a quantidade de superfícies unitárias inteiras que estão dentro da figura, considerando as metades como sendo uma unidade a mais.	θ_{p23} – O número de superfícies unitária adicionado ao número das metades dessas superfícies que recobrem o interior da figura corresponde a sua área.

Fonte: Dados da Pesquisa

As técnicas pessoais dos estudantes descritas no quadro 4, acima, revelam erros de natureza procedimental – através da realização da comparação das áreas mediante a projeção de um dos lados da figura – e de natureza conceitual, a partir da ideia de área associada ao ladrilhamento efetivo da superfície.

c) Praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa é diferente do institucional e com a técnica e a tecnologia pessoais erradas

Esse aspecto foi verificado diante dos subtipos St_{22} e St_{23} respectivamente. Percebemos que os estudantes que apresentaram esse aspecto acabaram juntando esses dois subtipos de tarefas em um tipo de tarefa pessoal o qual categorizamos como: T_{p5} – Determinar a área de uma figura cujos comprimentos dos lados são conhecidos, cuja modelização está disponibilizada no quadro 5, a seguir.

Quadro 5: Praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa é diferente do institucional e com a técnica e a tecnologia pessoais erradas

Subtipo de tarefa institucional	Tipo de tarefa pessoal (T _P)	Técnica pessoal (τ_p)	Tecnologia pessoal (θ_p)
St ₂₂ - Determinar a área de um retângulo.	T _{p5} – Determinar a área de uma figura cujos comprimentos dos lados são conhecidos.	τ_{p51} – Somar as medidas dos comprimentos dos lados da figura.	θ_{p51} – A soma das medidas dos comprimentos dos lados de uma figura corresponde a sua área
St ₂₃ -Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).		τ_{p52} –Decompor uma figura em retângulos e quadrados; somar os comprimentos dos lados das duas figuras obtidas; somar os resultados obtidos nas duas figuras.	θ_{p52} – Se uma figura pode ser decomposta, então a sua área corresponde ao somatório dos comprimentos dos lados das figuras que foram decompostas.
		τ_{p53} –Multiplicar as medidas dos comprimentos de todos os lados da figura.	θ_{p53} – Está associada à extensão da fórmula do retângulo fora do domínio de validade.

Fonte: Dados da Pesquisa

As técnicas pessoais τ_{p51} e τ_{p52} descritas no quadro 5, acima, dão indícios que os estudantes no momento da aplicação, associaram as tarefas como pertencentes ao perímetro ao invés da área, revelando assim, dificuldades na dissociação entre esses objetos de saberes. Já, a τ_{p53} , revela a tentativa da extensão da fórmula da área do retângulo de maneira inadequada.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse texto retomamos e aprofundamos elementos da pesquisa de mestrado realizada por Moura (2019) a partir de uma discussão da relação pessoal dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental com o saber área de figuras planas, posta à vida após a abordagem do saber em sala de aula por uma professora. Perseguimos as seguintes questões: de que modo os estudantes do 6º ano realizam a divisão em tipos de tarefas? Quais são as técnicas utilizadas para resolver as tarefas de cada tipo? Quais os argumentos estabelecidos pelos estudantes para justificar as técnicas utilizadas na resolução das tarefas, e para agrupar as tarefas em um mesmo tipo?

Percebemos que a divisão em tipos de tarefas pelos estudantes nem sempre corresponde ao estabelecido pela professora – representante da instituição – corroborando com os resultados obtidos no estudo de Croset (2009) relativos à atividade de transformação de expressão algébrica e com o de Barros e Bellemain (2018) em relação

ao Teorema de Pitágoras. Nossos resultados apontam que diante de quatro subtipos de tarefas relativos à área, os estudantes puseram à vida cinco tipos de tarefas pessoais. Ao resolver esses tipos de tarefas pessoais fizeram uso de doze técnicas pessoais. As tecnologias pessoais foram inferidas a partir das declarações dos estudantes em entrevistas, no entanto, não foi possível perceber as teorias pessoais que as justificam e as esclarecem.

Chamamos atenção para dois aspectos a respeito da técnica pessoal que foram verificados a partir desta pesquisa: a técnica pessoal pode ser conceitualmente errônea por completo a exemplo da $\tau_{p_{51}}$, ou a técnica pessoal pode ser parcialmente errônea, ou seja, pode ter uma parte dela errada e por consequência apresentar um distanciamento da técnica institucional, como por exemplo, na $\tau_{p_{52}}$. Esse fato nos conduz a refletir que diante de algumas tarefas o estudante pode fazer uso de uma técnica na qual esteja conceitualmente correta para alguns domínios e para outros não. No caso específico da $\tau_{p_{52}}$, percebemos que a técnica utilizada é válida no estudo do perímetro.

Percebemos mediante a modelização da praxeologia pessoal a necessidade de oportunizar aos estudantes um repertório maior de tarefas de um determinado tipo, pois entendemos que esse fato ajuda o pesquisador a perceber com mais clareza a divisão em tipos de tarefas realizadas pelos estudantes. Assim, conjecturamos que, ao realizar uma sequência de tarefas a partir da noção de gerador de tarefas permite, ao pesquisador enxergar com mais clareza os elementos da praxeologia pessoal. Essa hipótese coloca um desafio a ser investigado, o qual, em trabalhos futuros, nos desafiamos a perseguir.

REFERÊNCIAS

- Barros, A. L.S. & Bellemain, P. M.B. (2018). Relações pessoais e relações institucionais com o teorema de Pitágoras. *Educação Matemática Pesquisa*. Recuperado de <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/39862>
- Bosch, M.; Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*. Recuperado de <https://revue-rdm.com/1999/la-sensibilite-de-l-activite/>
- Chaachoua, H. (2011, maio). La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Etude de cas: la modélisation des connaissances des élèves. In *Anais Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. Recuperado de <https://irem.u-paris.fr/actes-du-seminaire-national-de-didactique-et-autres-actes>

- Chaachoua, H. & Bittar, M. (2019). A teoria antropológica do didático: paradigmas, avanços e perspectivas. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*. Recuperado de https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/297
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*. Recuperado de <https://revue-rdm.com/1999/l-analyse-des-pratiques/>
- Croset, M.C. (2009). *Modélisation des connaissances des élèves au sein d'un logiciel d'algèbre : études des erreurs stables inter-élèves et intra-élève en termes de praxis-en-acte*. Tese (Doutorado em Didactique des Mathématiques). Université Joseph-Fourier, Grenoble I, França.
- Croset, M. C. & Chaachoua, H. (2016). Une réponse à la prise en compte de l'apprenant dans la TAD: la praxéologie personnelle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Recuperado de <https://revue-rdm.com/2016/une-reponse-a-la-prise-en-compte/>
- Moura, A. P. (2019). *Áreas de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental: aproximações e distanciamentos entre o saber ensinado e o saber aprendido*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA

As praxeologias pessoais dos estudantes do 6º ano relativas à área de figuras planas.

Almir Pereira de Moura

Mestre em Educação Matemática Tecnológica
Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, Recife, Brasil
moura.almir1786@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-3987-2346>

Paula Moreira Baltar Bellemain

Doutora em Didactique Des Disciplines Scientifiques
Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, Recife, Brasil
pmbaltar@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-2864-8883>

Endereço de correspondência do principal autor

Rua Alto Santa Inês, 76, 55650 000, Passira, PE, Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradecimento especial à professora participante da pesquisa de mestrado, da qual essa proposta apresenta parte dos resultados.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: A. P. Moura, P. M. B. Bellemain

Coleta de dados: A. P. Moura

Análise de dados: A. P. Moura, P. M. B. Bellemain

Discussão dos resultados: A. P. Moura, P. M. B. Bellemain

Revisão e aprovação: A. P. Moura, P. M. B. Bellemain



CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista

Mérciles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 28-02-2021 – Aprovado em: 14-09-2021

