

Adaptação no roteiro da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática do GTERP para ensinar Cálculo Diferencial e Integral através da Resolução de Problemas

Eliane Bihuna de Azevedo¹ 

Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), Centro de Ciências Tecnológicas,
Departamento de Matemática, Joinville, SC, Brasil

Elisandra Bar de Figueiredo² 

Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), Centro de Ciências Tecnológicas,
Departamento de Matemática, Joinville, SC, Brasil

Pedro Manuel Baptista Palhares³ 

*Universidade do Minho, do Instituto de Educação da Universidade do Minho, Braga, Minho,
Portugal*

Resumo

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é uma estratégia didática em que o estudante assume um papel mais ativo e comprometido com a sua aprendizagem e, o professor, de mediador dos processos de ensino e de aprendizagem. No Brasil, o Grupo de Trabalhos e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP) é atuante e desenvolve pesquisas que visam atingir o ambiente escolar e, para tanto, seus integrantes costumam utilizar um roteiro com orientações referentes a forma de como o professor pode implementar tal metodologia. A terceira versão deste roteiro é constituída por dez atividades e pode ser utilizada em qualquer nível de ensino. No entanto, ao adotar este esse roteiro para ensinar conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior sentimos a necessidade de realizar algumas adequações nele para que fosse possível ensinar através da resolução de problemas e cumprir o plano de ensino da disciplina respeitando o calendário acadêmico. Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de doutorado que visava desenvolver estratégias para inserir a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática para ensinar conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral nos horários regulares de aula. O objetivo deste texto é exemplificar como, na prática, a metodologia de Resolução de Problemas foi implementada a partir das orientações do roteiro do GTERP. Para tanto, apresentaremos e relataremos a tarefa proposta para abordar a definição formal de limite. Por fim, estabeleceremos um comparativo do roteiro do GTERP com o que de fato foi aplicado. As adequações nesse roteiro satisfizeram as

Submetido em: 19/06/2019

Aceito em: 20/01/2020

Publicado em: 01/05/2020

¹ Doutora em Ciências da Educação pela Universidade do Minho. Professora do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina. Endereço para correspondência: Rua Paulo Malschitzki, 200, Joinville – SC, 89.219-710. E-mail: eliane.azevedo@udesc.br.

² Doutora em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos. Professora do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina e do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Endereço para correspondência: Rua Paulo Malschitzki, 200, Joinville – SC, 89.219-710. E-mail: elisandra.figueiredo@udesc.br.

³ Doutor em Estudos da Criança, pelo Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho. Professor Associado do Instituto de Educação da Universidade do Minho. Endereço para correspondência: Instituto de Educação, Campus de Gualtar, 4710-057, Braga. E-mail: palhares@ie.uminho.pt

nossas necessidades e cremos que preservaram a essência do que vem a ser uma aula cujo objetivo seja ensinar através da Resolução de Problemas.

Palavras-chave: Metodologia de Resolução de Problemas; Ensino de Cálculo; Limite por definição.

Adaptation of the GTERP Mathematics Teaching-Learning-Assessment Methodology to teach Differential and Integral Calculus through Problem Solving

Abstract

The Methodology of Mathematics Teaching-Learning-Assessment through Problem Solving is a didactic strategy in which the student takes up an active role and is more committed to his / her learning, while the teacher is the mediator of the teaching and learning process. In Brazil, the Working and Study Group on Problem Solving (GTERP) is a research group developing school-environment related research and, for that, there is a script guiding teachers on how the above-mentioned methodology should be implemented. Such script's third version consists of ten activities and can be employed at any level of education. However, when adopted to teach Differential and Integral Calculus contents in Higher Education, some adjustments had to be made to enable teaching through problem solving as well as fulfilling the course's teaching plan while respecting the academic calendar. This work is a part of a doctoral research that aimed to develop strategies to insert the Problem-Solving Teaching-Learning-Assessment Methodology to teach contents of Differential and Integral Calculus in the regular class schedule. The objective of this text is to exemplify how, in practice, the Problem-Solving Methodology was implemented based on the GTERP's script. To do so, we will present and report on an innovative proposal to address a formal limit definition. Finally, we will compare the GTERP's script against what was actually applied. The adaptations on such script met our needs and we believe to have preserved the essence of what a class aiming to teach through Problem Solving should be.

Keywords: Problem Solving Methodology; Teaching Calculus; Limit by definition.

Adaptación en el guión de la Metodología GTERP de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación para enseñar el Cálculo Diferencial e Integral a través de la Resolución de Problemas

Resumen

La Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de Matemática a través de la Resolución de Problemas es una estrategia didáctica en la que el estudiante asume un papel activo y más comprometido con su aprendizaje y el profesor lo de mediador del proceso de enseñanza y aprendizaje. En Brasil, el Grupo de Trabajos y Estudio en Resolución de Problemas (GTERP) es un grupo de investigación activo a desarrollar investigaciones que alcancen el ambiente escolar y, para ello, sus integrantes acostumbran utilizar un guión que orienta como un profesor que desea implementar la estrategia metodología de enseñanza-aprendizaje-evaluación a través de la resolución de problemas puede conducir sus clases. La tercera versión de este itinerario está constituida por diez actividades y puede ser utilizada en cualquier nivel de enseñanza. Sin embargo, al adoptar este itinerario para enseñar contenidos de Cálculo Diferencial e Integral en la Enseñanza Superior, sentimos la necesidad de realizar algunas adecuaciones para que fuera posible enseñar a través de la resolución de problemas y cumplir el plan de enseñanza de la disciplina respetando el calendario académico. Este trabajo es un recorte de una investigación de doctorado que pretendía desarrollar estrategias para insertar la metodología de enseñanza-aprendizaje-evaluación a través de la Resolución de Problemas de Matemática para enseñar contenidos de Cálculo Diferencial e Integral en los horarios regulares de clase. El objetivo de este texto es ejemplificar cómo, en la práctica, la

metodología de resolución de problemas fue implementada a partir de las orientaciones del guión del GTERP. Para ello, presentaremos e informaremos la tarea propuesta para abordar la definición formal de límite. Por último, estableceremos un comparativo del guión del GTERP con el que de hecho se aplicó. Las adecuaciones en este itinerario satisfacen nuestras necesidades y creemos que preservaron la esencia de lo que viene a ser una clase cuyo objetivo sea enseñar a través de la Resolución de Problemas.

Palabras clave: Metodología de resolución de problemas; Enseñanza de Cálculo; Límite por definición.

1. Introdução

O Ensino Superior brasileiro é fortemente marcado pelo estilo tradicional (SILVA FILHO *et al.*, 2007) em que o professor é o ator principal na sala de aula, pois ele “transmite” os seus conhecimentos para os alunos. A realidade do ensino e da aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral não difere deste contexto (ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2010). Alguns autores apontam que a metodologia de ensino utilizada pelo professor pode ser um dos fatores que ocasionam as dificuldades de aprendizagem enfrentadas pelos discentes de Cálculo (RAFAEL; ESCHER, 2015; PAGANI; ALLEVATO, 2016).

A experiência docente dos autores brasileiros deste texto, permite-nos afirmar que a maioria das aulas de Cálculo do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina são tradicionais ou expositivas dialogadas. Em particular, as aulas de Cálculo da primeira autora deste texto sempre foram do estilo expositiva dialogada, que apesar de dar oportunidade a seus estudantes participarem nos momentos das explicações, deixava poucas ou nenhuma oportunidade de seus alunos resolverem exercícios e/ou problemas durante as aulas. Com o intuito de inovar sua prática docente, em seu doutoramento, a primeira autora almejou desenvolver estratégias para inserir a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática para ensinar conteúdos de Cálculo através da resolução de problemas⁴, tomando como referencial o terceiro roteiro de atividades do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP). A escolha da Metodologia de RP foi influenciada por pesquisas acadêmicas como de Abdelmalack (2011) e Noguti (2014) que usufruíram desta abordagem metodológica no Ensino Superior e relataram benefícios para a aprendizagem dos seus estudantes. Além disso, a literatura aponta que há carência de trabalhos que adotem a Metodologia de RP no Ensino Superior brasileiro e, em particular, em Cálculo (FERREIRA; SILVA; MARTINS, 2017; AZEVEDO; FIGUEIREDO; PALHARES, 2019). Ainda, conforme, Allevato e Onuchic (2019), o contato com da Metodologia de RP, durante a formação inicial dos futuros professores, favorece o estabelecimento das conexões matemáticas através da resolução de

⁴ Por simplificação, na sequência do texto, ao nos referirmos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas utilizaremos a expressão Metodologia de RP.

problemas e pode encorajar os estudantes a incorporarem essa estratégia didática quando estiverem lecionando.

Por fim, este texto está estruturado da seguinte forma: na primeira parte faremos um enquadramento teórico acerca da metodologia de resolução de problemas; na segunda, apresentaremos a tarefa proposta para abordar a definição formal de limite, e explicaremos como foi a dinâmica da aula cuja abordagem didática almejada era a Metodologia de RP; na terceira parte apresentaremos as adequações feitas no terceiro roteiro do GTERP a fim de que fosse plausível a implementação da Metodologia de RP nas aulas de Cálculo, além de estabelecer um comparativo dessas adequações com o roteiro original; e, na parte final, apresentaremos as considerações finais e referências.

2. Enquadramento Teórico

A Resolução de Problemas (RP) passou a ganhar visibilidade a nível mundial após a divulgação do livro *“How to Solve It”*, do matemático húngaro George Polya, que foi publicado pela primeira vez no ano de 1945 e, desde então, já foi traduzido para 21 idiomas (GUIMARÃES, 2011). Neste livro, Polya apresenta quatro etapas que todo bom resolvidor de problemas utiliza no processo de resolução: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto (POLYA, 2006).

Após a recomendação do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1985) de que a RP deveria ser o foco da matemática escolar, muito material passou a ser desenvolvido para auxiliar o professor na sala de aula, mas de acordo com Schroeder e Lester (1989), havia falta de clareza de como implementá-la em sala de aula. Esses autores acreditam que para atenuar essa dificuldade e viabilizar seu uso no contexto escolar é necessário se ter clareza das três concepções de ensino de RP, que são: ensinar *para, sobre e através da* RP. A primeira destas concepções ocorre quando o professor propõe os problemas como sendo a aplicação de conteúdo já abordado em sala de aula. Na segunda concepção o professor usufrui das quatro etapas de Polya para ensinar o aluno a resolver problemas. E, na terceira concepção de ensino, com o intuito de introduzir um novo assunto, os problemas são propostos aos estudantes para que eles os resolvam a partir de seus conhecimentos prévios. Essas três visões sobre a RP também podem ser interpretadas, respectivamente, como uma *finalidade*, um *processo* ou um *método de ensino* (VALE; PIMENTEL, 2004).

No Brasil, desde o ano de 1989, a professora Lourdes de La Rosa Onuchic passou a se dedicar às pesquisas relacionadas com a temática de RP após muitos estudos sobre trabalhos desenvolvidos por pesquisadores norte-americanos nessa linha de investigação (ANDRADE; ONUCHIC, 2017). A partir de então, essa pesquisadora passou a conceber a resolução de problemas como uma

Metodologia de Ensino, ou seja, assume a concepção de ensinar através da resolução de problemas, cujo principal objetivo dessa estratégia metodológica “baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é a de ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias dentro do trabalho feito em cada unidade temática” (ONUChIC, 1999, p. 208). Nessa concepção de ensino o professor deixa de ser o ator principal na sala de aula. Em outras palavras, o professor deixa de ser um transmissor de conhecimento e passa a assumir o papel de mediador do conhecimento e o aluno assume uma postura mais ativa, tornando-se assim mais comprometido com a sua aprendizagem. O Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), criado e coordenado por essa professora pesquisadora, já tem 27 anos de existência e é referência em pesquisas, com essa temática, que visam atingir a prática de sala de aula em todos os níveis de ensino (ANDRADE; ONUChIC, 2017). Para tanto, o GTERP desenvolveu um roteiro de atividades para orientações aos professores que desejam ministrar uma aula sob a concepção de ensinar através da RP. A primeira versão deste roteiro teve origem no Programa de Educação Continuada, no ano de 1998 (ONUChIC, 1999; ONUChIC; ALLEVATO, 2011) e era composto de seis etapas: formar grupos – entregar a atividade; o papel do professor; registrar os resultados na lousa; realizar uma plenária; analisar os resultados; buscar um consenso; fazer a formalização (ONUChIC, 1999). De acordo com Onuchic e Allevato (2011), “tentando atender à demanda de prover os alunos de conhecimentos prévios necessários ao desenvolvimento mais produtivo da metodologia” (p. 83) o roteiro foi reestruturado com o intuito de sanar as dificuldades sentidas pelos professores que usufruíram do primeiro roteiro. Assim, originou-se o segundo roteiro de orientação ao professor de como conduzir uma aula através da RP, que é constituído de nove etapas: preparação do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro das resoluções na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo. O detalhamento de cada uma dessas etapas é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1: Roteiro do GTERP de orientações ao professor

Etapa	Detalhamento
1. Preparação do problema	O professor escolhe o problema que servirá para introduzir um novo assunto.
2. Leitura individual	Uma cópia do problema é entregue ao aluno e este faz sua leitura.
3. Leitura em conjunto	Formam-se grupos e estes releem e interpretam o problema. O professor pode esclarecer dúvidas tanto referentes ao entendimento de palavras não compreendidas como eventuais dúvidas do que se pede no problema.
4. Resolução do problema	O grupo usa seus conhecimentos anteriores na busca pela solução.
5. Observar e incentivar	O professor monitora os trabalhos sendo desenvolvidos e atua como mediador das dúvidas. Entretanto, deve tomar cuidado para não dar as respostas prontas aos alunos. Por meio de questionamentos o professor deve intervir e/ou estimular o desenvolvimento do trabalho.
6. Registro das resoluções na lousa	Representantes dos grupos são convidados a registrarem suas resoluções na lousa.
7. Plenária	Promove-se uma discussão coletiva sobre as resoluções apresentadas. O professor atua como guia e mediador das discussões.
8. Busca do consenso	A partir da análise conjunta das resoluções busca-se chegar a conclusão sobre aos resultados corretos.
9. Formalização do conteúdo	O professor formaliza o conteúdo, apresentando linguagem e notação matemática adequadas.

Fonte: Adaptado de Onuchic e Allevato (2011, p. 83–85).

Allevato e Onuchic (2014) dizem que a etapa da formalização do conteúdo “teria forte viés do ensino para a resolução de problemas, contudo isso, não desconfigura a metodologia porque essa concepção (através) inclui as demais” (p. 46). A esse respeito, Onuchic (1999) afirma que teoricamente as três vertentes de RP matemáticos podem ser abordadas de forma independente, todavia, “na prática elas se superpõem em várias combinações e sequências” (p. 207).

Além do roteiro apresentado no Tabela 1, existem mais duas versões posteriores. A terceira edição do roteiro incluiu uma décima etapa, que consiste na proposição de novos problemas, relacionados ao problema gerador, pois “possibilitam analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo ou tópico matemático (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 46). A versão mais atual desse roteiro inclui 11 etapas cuja modificação com relação aos dois roteiros anteriores é que a primeira etapa passou a ser “formar grupos” (ANDRADE; ONUCHIC, 2017, p. 439). Incluindo essa etapa automaticamente, as demais mudam uma posição no roteiro. Na prática, a segunda etapa continua sendo a primeira, pois o planejamento da aula ocorrerá com antecedência. Onuchic e Allevato (2011) enfatizavam que “não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas” (p. 82),

logo, entendemos que adequações no roteiro podem ser feitas conforme as necessidades desde que não se deixe de fazer o essencial que é realizar a discussão coletiva (plenária) e a formalização do conteúdo.

Com relação à última etapa do roteiro atualizado do GTERP, Andrade e Onuchic (2017) dizem que

para os professores, propor problemas e estendê-los para enriquecer a aprendizagem dos alunos são fundamentais para ensinar matemática através da resolução de problemas. Para os estudantes, o processo de propor seus próprios problemas aprofunda e amplia sua habilidade em resolvê-los e a compreender ideias matemáticas básicas. (ANDRADE; ONUCHIC, 2017, p. 441)

Nessa fala identificamos uma ampliação no entendimento do que vem a ser a “proposição de problemas”, pois por Allevato e Onuchic (2014) entendemos que essa etapa correspondia à continuidade natural de exploração do conteúdo novo que o professor almejava trabalhar e estava introduzindo por meio de um problema. Entretanto, pela citação anterior de Andrade e Onuchic (2017) parece-nos que, além da compreensão anterior, os autores estão se referenciando à atividade de formulação de problemas. Assim, poderíamos também ver a formulação como uma extensão natural da resolução de problemas e as duas como podendo ser trabalhadas de forma articulada.

3. Tarefa para Motivar a Definição Formal de Limite

Para introduzir o assunto de limites foram consideradas duas Tarefas, ambas extraídas/adaptadas de Sabatke (2016). A primeira teve como objetivo introduzir a ideia de limite e avaliar, tanto por meio de aproximações quanto graficamente, a (não) existência do limite. A segunda teve por objetivo introduzir a ideia do significado do épsilon e delta da definição formal de limite. Esta tarefa, consistiu de um problema (Figura 1) relacionado com o salário de um funcionário que era dado por um valor fixo acrescido de uma porcentagem sobre as vendas por ele realizadas.

1. O salário dos funcionários de uma empresa é composto de uma parte fixa no valor de R\$ 900,00, acrescidos de mais uma parte variável (comissão) de 10% sobre o valor de suas vendas no mês.

Responda:

a. Se um funcionário recebeu o pagamento de R\$ 1.400,00, qual foi o valor adquirido com as vendas desse empregado?

b. Suponha que esse mesmo funcionário deseja receber no mês seguinte um salário entre R\$ 1.200,00 e R\$ 1.600,00, qual será o valor que deverá arrecadar com suas vendas?

c. Refaça a questão (b) supondo que este funcionário planeja receber, no mês seguinte, o pagamento no intervalo de R\$ 1.300,00 à R\$ 1.500,00.

d. Represente graficamente as situações dos itens (a, b, c) e responda: O que acontece com a variação do valor arrecadado dos projetos quando o pagamento está numa faixa cada vez mais estreita em torno de R\$ 1.400,00?

e. Agora, suponha que esse funcionário deseje receber mensalmente, em torno de R\$ 1.400,00 com um erro muito pequeno, que você pode denotar por ε . Qual a relação entre o erro e a variação em torno da resposta encontrada na letra (a)? Você pode denotar a variação do valor das vendas dos projetos por δ .

Figura 1: Problema proposto na Tarefa
Fonte: Sabatke, 2016.

Inicialmente desejava-se saber quanto o funcionário devia vender para receber um determinado salário. Depois, delimitava-se a variação do salário que o funcionário desejava receber e, em seguida, reduzia-se esse intervalo de variação do salário. O intuito era que o estudante observasse o quanto uma faixa de variação, para mais ou para menos, do salário recebido anteriormente, afetava o valor que deveria ser arrecadado com as vendas. Além disso, almejava-se que o estudante conseguisse correlacionar essas variações. Ou seja, desejava-se que o estudante pudesse observar que quanto menor a variação de salário considerada, menor seria a variação nas vendas e que quanto menor fossem essas variações, mais próximo estavam do primeiro salário.

4. A Metodologia de RP na Prática

O tempo destinado à realização dessa tarefa foi de 40 minutos. A professora se surpreendeu com a rapidez com que as turmas resolveram o problema proposto. A maioria das equipes gastou em torno de 30 minutos. Como os 10 minutos de aula restantes não seriam suficientes para realizar a plenária, a professora recolheu o protocolo das equipes que já haviam concluído e dispensou-os, enquanto os demais finalizavam a resolução. A Tarefa foi realizada por 13 equipes (de dois a cinco estudantes) da turma de Cálculo vinculada ao curso de Licenciatura em Matemática (MAT) que também integra alunos de outros cursos, desde as Engenharias até a Licenciatura em Física e Ciência

da Computação⁵. Por convenção, representaremos os grupos por G_n , com n de 1 até 13. Essa Tarefa também foi aplicada na turma de Licenciatura em Química, mas como o desenvolvimento e as discussões ocorridas em ambas as turmas foi similar à ocorrida na Licenciatura em Matemática, optamos por relatar somente a experiência vivenciada na MAT que é mais rica por apresentar um número maior de diferentes estratégias de resolução.

Enquanto a professora entregava a folha impressa com a Tarefa para cada aluno, os grupos se formavam e faziam a leitura individual. Na sequência, os alunos não quiseram fazer a leitura em conjunto, pois ao finalizar a leitura, já iniciavam a resolução. Os três primeiros itens abordavam basicamente os conteúdos de funções e de inequações, assunto que já era de conhecimento desses estudantes. Convém salientar que os estudantes já estavam acostumados com essa estratégia didática, pois essa era a décima terceira tarefa que realizavam sob essa dinâmica.

As equipes de trabalho resolveram os itens “a”, “b” e “c” da Tarefa que lhes fora proposta sem necessidade da professora prestar auxílio, pois abordavam o assunto de funções afim que já era de domínio desses estudantes. O item “d” solicitava para que fosse feito o gráfico que representava as soluções dos itens anteriores e questionava o que ocorreria com o valor obtido com as vendas, supondo que a variação do salário estivesse numa faixa mais estreita em torno de R\$ 1.400,00. Nesse item vários grupos solicitaram auxílio da professora para saber se era necessário apresentar um gráfico para cada item ou se deveriam representar todos no mesmo plano cartesiano e/ou para entender o significado da expressão “faixa cada vez mais estreita”. Nessa última situação, após terem construído o gráfico solicitado a professora para auxiliar na interpretação das faixas salariais dos itens “b” e “c” iniciava questionando o que poderiam observar da faixa salarial do item “c” com relação ao item “b”. A resposta dada foi de que a amplitude do intervalo de variação do salário era menor. Então, a professora perguntava: “E se diminuirmos mais essa variação do salário desejado, o que podem me dizer com relação ao salário de 1400 reais, do item “a”?”. Respondiam que se aproximava de R\$1.400,00. Aí, a professora os aconselhava a refazerem a análise considerando o valor das respectivas vendas e os deixava discutindo em grupo.

O item “e” supunha que ϵ era a variação do salário, a mais e a menos, com relação aos R\$1.400,00 e que δ era a variação na arrecadação das vendas para que o salário ficasse dentro da faixa desejada. Esse item tinha por objetivo introduzir os termos ϵ e δ e promover a compreensão de seus significados. As equipes apresentaram diversificadas formas de resolução, dentre elas, algumas

⁵ Os participantes da pesquisa concederam a análise dos dados e posterior divulgação dos resultados ao assinarem o termo de consentimento livre e esclarecido. Entretanto, o projeto de pesquisa desenvolvido não foi submetido aos padrões de termos éticos para pesquisas com seres humanos.

respostas foram mais descritivas outras mais sucintas e as relações foram obtidas por meio de observação, simulações de ϵ s ou cálculos, como veremos na próxima subseção.

4.1. Plenária

A plenária não foi realizada no mesmo dia em que o problema foi proposto à turma. No segundo dia de aula, para dar continuidade à Tarefa, a professora preparou uma apresentação no *PowerPoint* evidenciando as diferentes respostas encontradas nos protocolos recolhidos. A apresentação foi organizada por itens. Antes de iniciar a apresentação das respostas dos grupos a professora lembrou que as respostas selecionadas para a plenária, naquele momento, eram de toda a turma e que se deveria interpretar/discutir a proposta de solução, sempre com muito respeito com relação aos demais. Se os “donos” quisessem defender suas resoluções, poderiam se manifestar. A professora fez esse comentário, porque em algumas atividades desenvolvidas, no momento em que perguntava de quem era a solução apresentada, ninguém se manifestava e ao interpretar conjuntamente o que alguma equipe pensou, muitas vezes, a equipe responsável pela resposta se manifestava. A dinâmica adotada na aula foi a seguinte: a professora fazia a leitura inicial do problema proposto e, a cada item, eram apresentadas todas as respostas selecionadas; a professora questionava se concordavam com o que fora apresentado e solicitava que argumentassem a favor ou contra; depois do consenso da resposta a professora aproveitava a oportunidade de discutir respostas que apresentavam erros de escrita matemática e corrigia eventuais erros detectados e não identificados pelos alunos. Só depois que esse procedimento ocorria em todos os itens é que o conteúdo foi formalizado e novos problemas foram propostos.

Como os três primeiros itens não tiveram muita discussão nos concentraremos nas discussões ocorridas nos itens “d” e “e” por serem os de maior interesse para definir formalmente limite. A saber, a estratégia predominante de resolução nos três primeiros itens foi encontrar a expressão analítica que descreve a função salário.

Com relação ao item “d”, a professora inciou projetando a resolução da equipe G1 (Figura 2) e fez a leitura da resposta escrita e questionou se o gráfico apresentado retratava as informações dos itens anteriores.

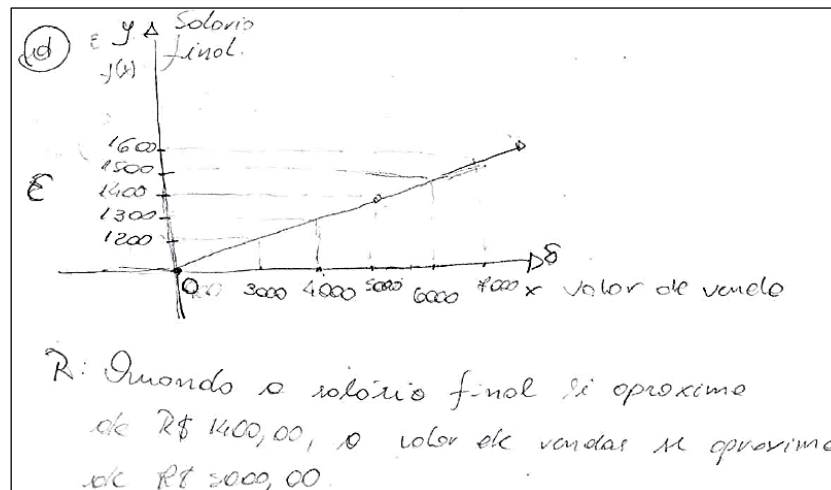


Figura 2: Resposta do item “d” da equipe G1

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

A turma observou que o gráfico ilustrado na Figura 2 apresentava corretamente os nomes dos eixos e valores corretamente marcados, mas partia da origem. Esse problema foi detectado por um estudante e que argumentou que não fazia sentido a imagem ser nula. Quando a professora questionou o porquê, respondeu que devido ao salário fixo, o valor mensal recebido não poderia ser nulo. Outro aluno que não concordava que o gráfico da Figura estava correto argumentava que só teria sentido se o eixo y representasse o valor da comissão recebida, pois o valor fixo já estava garantido. Também estava correto representar o gráfico considerando somente a comissão, mas se nos itens anteriores foi usada a função salário, era coerente considerar o salário recebido no eixo das ordenadas. Por fim, a turma concordou que o gráfico da Figura 2 estava coerente, mas que o primeiro valor ilustrado no eixo y deveria ser 900. A professora finalizou a discussão desse gráfico dizendo que ele poderia partir “da origem”, desde que ficasse claro que a interseção dos eixos coordenados era o ponto $(0, 900)$. Depois desse esclarecimento, a professora ainda promoveu a discussão a respeito da escala, pois mesmo que a origem fosse o ponto $(0, 900)$, a primeira marcação mostrada nesse gráfico era 1.200, as próximas 1.300, 1.400, 1.500 e 1.600, ou seja, foi usada escala de 1:100 no eixo vertical. Chamando a atenção a esse fato a turma identificou que a primeira marcação estava fora de escala e o mesmo ocorria no eixo das abscissas. Para solucionar “esse problema” bastava usar interrupções no eixo vertical do gráfico como ilustrado na Figura apresentada pela equipe G9. Um outro diferencial da representação gráfica apresentada pela equipe G9 é o fato de terem considerado o domínio discreto.

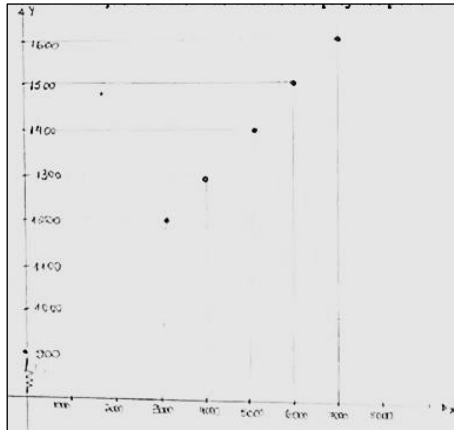


Figura 3: Gráfico do item “d” do grupo G9
 Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

No final da discussão desse item, um aluno percebeu que o gráfico da Figura apresentava uma bola aberta em $x = 5.000$ e questionou a professora se estava correto. Para responder, a professora voltou a pergunta para a turma: “*E essa bolinha pode ser aberta mesmo? Ou melhor, existe o valor de 5000 reais arrecadado com as vendas?*”. Responderam que sim (era o item “a”). Portanto, teria que ser fechada a bolinha. A professora acredita que essa representação ocorreu, porque na primeira tarefa foi discutido o que ocorria com a função $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ para valores próximos de $x = 2$, cujo gráfico é uma reta com uma bolinha aberta em $x = 2$.

Com toda a análise e discussão ocorrida ao apresentar o primeiro gráfico, nas próximas duas resoluções apresentadas, os próprios autores das resoluções já identificaram os problemas relacionados com as escalas (Figuras 4 e 5). A interpretação do gráfico estava correta nas três resoluções apresentadas com variações na escrita. No entanto, o grupo G5 (Figura 5), após expressar em palavras a interpretação, tenta expressar matematicamente o cálculo do limite envolvido. Inicialmente usam a notação de limite de forma adequada, mas depois da primeira igualdade a equipe não continuou escrevendo essa notação de limite, ou seja, escreveram apenas $\frac{900+0,1x}{1} = 1400$. Quando a professora perguntou se concordavam com o que estava escrito, nem os repetentes na disciplina que já tiveram algum contato com limites⁶ identificaram esse problema de notação. Então, a professora explicou que dali a algumas aulas aprenderiam técnicas para calcular limites e que é necessário sempre utilizar a notação de limite no passo que antecede a resposta. Para clarificar, a professora escondeu a escrita do limite (projetada no quadro) e perguntou “o que significava” e “como” poderiam interpretar $\frac{900+0,1x}{1} = 1400$. A turma ficou um tempo olhando para a projeção e refletindo, mas não entenderam o que a professora questionava. Então, a docente explicou que aquela

⁶ Os estudantes matriculados que não eram da Licenciatura em Matemática estavam cursando a disciplina ao menos pela segunda vez.

expressão, sem a notação de limite, igual ao valor de 1400 representava uma equação de primeiro grau, ou seja, dessa forma estariam encontrando o valor de x para que a resposta fosse igual a 1400. Por experiência docente, essa ausência da notação de limite, durante o cálculo, mantendo a igualdade com a expressão que possui o limite é um erro recorrente. Quanto ao número 1 no denominador, nem o autor soube justificar o que pensou quando ali o representou.

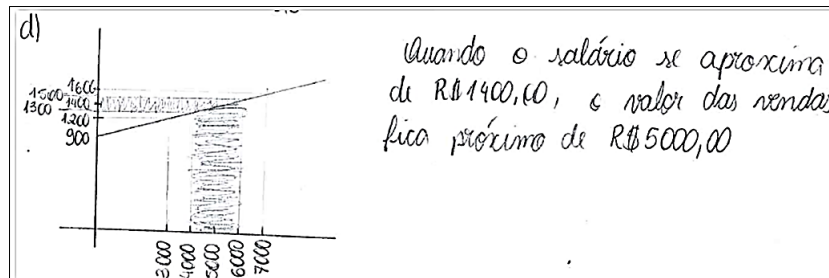


Figura 4: Resposta do item “d” da equipe G3

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

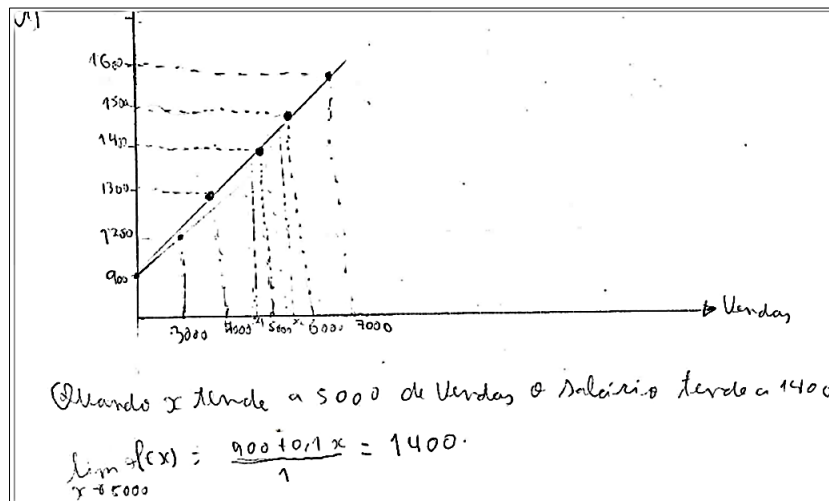
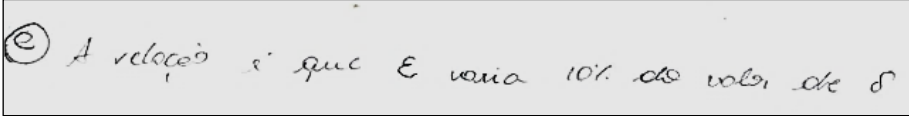


Figura 5: Resposta do item “d” da equipe G5

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Com relação ao item “e” em que o aluno deveria conjecturar a relação existente entre ε e δ , foram apresentadas quatro soluções. A primeira resposta exposta foi a da equipe G1 (Figura), que dizia que ε era 10% de δ . Para analisar se fazia sentido, a professora projetou novamente os gráficos apresentados no item anterior e foi analisando conjuntamente que se a variação de salário era de 200 reais então as vendas variavam 2000 reais; se a variação do salário era de 100 reais, a variação das vendas era 1000 reais. Em seguida, foi denominado que ε correspondia aos 200 reais na primeira situação e que ε era igual a 100 reais na segunda situação. Dessa forma, a relação proposta estava correta, pois $\frac{2000}{200} = \frac{1000}{100} = 10$, ou seja, a proporção era de 10 para 1, pois a cada um real a mais ou a menos no salário, obter-se-ia 10 reais a mais ou a menos, respectivamente, no valor arrecadado com as vendas. Após a turma ter chegado nesse consenso, os responsáveis por essa resposta se

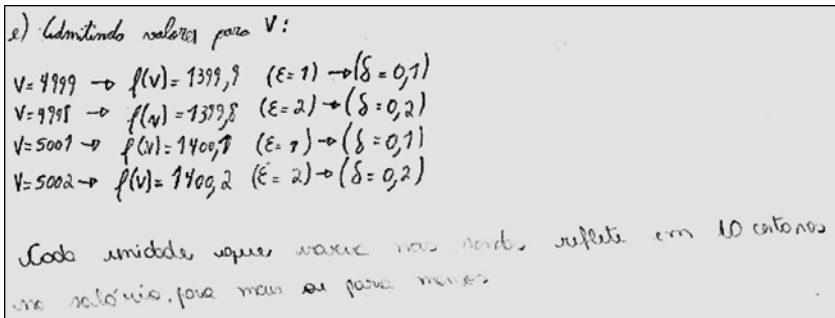
manifestaram dizendo que pensaram em 10% por causa dos 10% da comissão. Essa argumentação é válida, porém, somente nos casos em que a função é afim.



e) A relação é que ϵ varia 10% do valor de δ

Figura 6: Resposta do item “e” da equipe G1
Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

A segunda solução apresentada foi da equipe G2 (Figura). Analisando-a, foi observado que a equipe considerou a variação máxima de 2 reais para mais ou menos no valor das vendas. Rapidamente a turma constatou que, nessa solução, as interpretações de ϵ e δ estavam trocadas, porque no problema proposto fora definido ϵ como sendo um erro na variação do salário e δ a variação nas vendas provocadas por ϵ . Então, a professora pôde explicar que não se deve “prender-se” às letras, mas devemos estar atentos aos seus significados. Se no problema não fosse especificado os significados de ϵ e δ , a escolha feita pela equipe G2 estaria adequada. Ainda, ressaltou que se tratando de limites, nos livros didáticos, é clássico adotar as letras ϵ e δ para representar, respectivamente, as variações na imagem e no domínio.



e) Admitindo valores para v :

$v = 4999 \rightarrow f(v) = 1399,9$	$(\epsilon = 1) \rightarrow (\delta = 0,1)$
$v = 4998 \rightarrow f(v) = 1399,8$	$(\epsilon = 2) \rightarrow (\delta = 0,2)$
$v = 5001 \rightarrow f(v) = 1400,1$	$(\epsilon = 1) \rightarrow (\delta = 0,1)$
$v = 5002 \rightarrow f(v) = 1400,2$	$(\epsilon = 2) \rightarrow (\delta = 0,2)$

Cada unidade, ou seja, variação nas vendas, reflete em 10 centavos na solução, para mais ou para menos.

Figura 7: Resposta do item “e” da e quipe G2
Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

A terceira solução apresentada foi da equipe G3 (Figura 8). A resposta foi autoexplicativa e, diante das discussões precedentes, não houve questionamento, pois era consenso de que evidentemente a resposta estava correta.

e) a variação do salário ϵ de R\$100,00, porém, para isso acontecer, a variação das vendas δ de R\$1000,00. (De 1300 para 1500 o salário)

De 1200 para 1600, a variação para mais e para menos de 1400 e de 200, sm contrapartida, a variação das vendas (3000 para 7000) δ de 2000, para mais e para menos, de 5000.

Logo, a variação das vendas (δ) é 10 vezes maior do que a variação do salário (ϵ)

Então:

$$\delta = 10\epsilon$$

Figura 8: Resposta do item “e” da equipe G3
 Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

A última solução apresentada foi da equipe G7, que apresentava dois gráficos (Figuras 9 e 10). A Figura 9 é a solução do item “d”, que a professora achou pertinente retornar naquele item, porque gostaria de discutir o significado das setas representadas nesse gráfico, pois ali encontrava-se a ideia conceitual de limite. Elas indicam que quanto mais os valores de x se aproximavam de 5000, mais as imagens se aproximavam de 1400. Já o gráfico da Figura 10 apresenta a delimitação da faixa salarial genérica e, conseqüentemente, delimita-se a variação nas vendas. A professora teve de explicar como interpretava a resposta, porque a turma não se manifestou e o aluno responsável por ela, não estava presente na sala de aula. Então, a professora explicou que foram calculadas as imagens dos pontos $x + \Delta x$ e $x - \Delta x$. Nos cálculos o estudante escreveu o valor de 1400 quando se referiu à imagem, mas não escreveu o 5000 no valor de x . Exceto pela falta de substituir o valor da abscissa, o restante dos procedimentos adotados na resolução estavam corretos, mas a solução ficou incompleta.

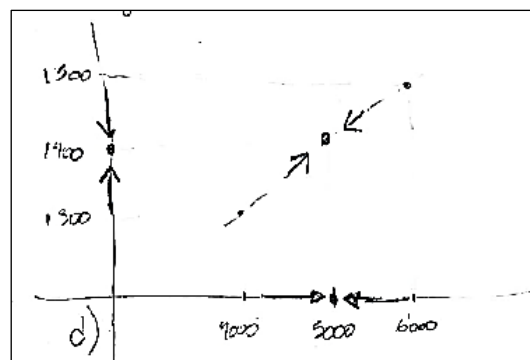


Figura 9: Resposta do item “d” e “e” da equipe G7 (Parte 1)
 Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

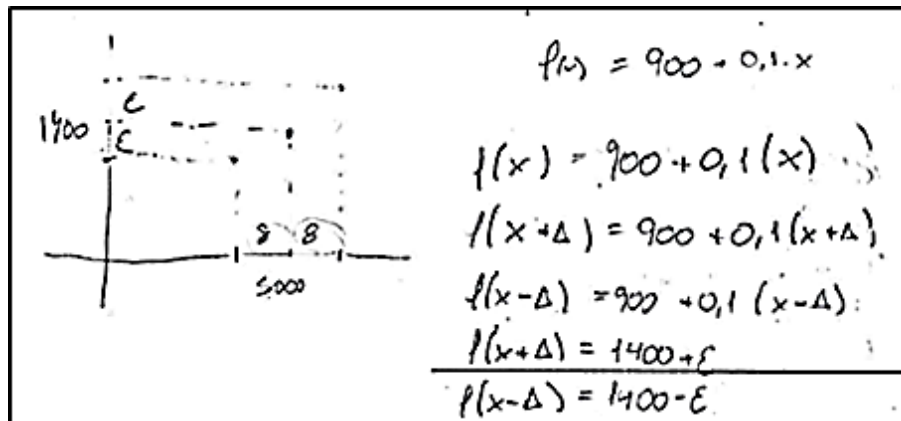


Figura 210: Resposta do item “e” da equipe G7 (Parte 2)

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Para continuar a análise, a professora projetou a solução ilustrada na Figura . A resolução foi feita pela outra integrante da dupla da equipe G7. Ela considerou apenas o ponto de abscissa $x + \delta$. Desenvolvendo os cálculos conclui que $\delta = \frac{\varepsilon}{0,1}$. A professora comentou que o desenvolvimento estava todo correto, mas que foi feito para uma abscissa qualquer, deveria ter adotado x como sendo 5000, pois se desejava encontrar uma relação perto desse valor de vendas. Após toda a exploração realizada, a professora observou que ambas soluções apresentadas pela dupla eram muito similares, apesar dos próprios integrantes dessa equipe não o terem percebido no momento de resolução. Acreditamos que se a dupla tivesse tido um tempo maior para seus elementos discutirem sobre as suas resoluções eles constatariam que estavam apresentando formas distintas de escrever, mas a essência das soluções era a mesma.

e) $f(x) + \varepsilon = f(x + \delta)$
$900 + 0,1 \cdot x + \varepsilon = 900 + 0,1(x + \delta)$
$0,1 \cdot x + \varepsilon - 0,1 \cdot (x + \delta) + \varepsilon = 0$
$0,1(x - x - \delta) + \varepsilon = 0$
$0,1(-\delta) + \varepsilon = 0$
$\delta = \frac{\varepsilon}{0,1}$

Figura 11: Resposta 2 do item “e” da equipe G7

Fonte: Dados da pesquisa, 2017.

Finalizada a discussão das resoluções propostas pelos estudantes, a professora iniciou o processo de formalização do conteúdo. Para tanto, retomou a interpretação das faixas salariais, expressando por meio de desigualdades a variação das imagens e as correspondentes abscissas. Realizando manipulações algébricas e propriedades de módulo, obteve-se as inequações correlacionadas que correspondem às inequações modulares da definição do limite de uma função. Em seguida a professora definiu formalmente limite usando como referência Stewart (2013), aplicou

a definição precisa de limite para provar que, de fato, $\delta = 10\epsilon$ e usou o software GeoGebra para facilitar a visualização do significado dessa relação. Encerrada a discussão, a professora propôs que os limites obtidos por aproximação e graficamente na primeira tarefa fossem provados por meio dessa definição.

5. Roteiro Proposto X Roteiro GTERP

Apesar de termos usado como plano de fundo o roteiro de atividades do GTERP, o fato de se ter inserido a Metodologia de RP em um ambiente real de sala de aula e a necessidade de cumprir todas as exigências inerentes à unidade curricular, tivemos que adequá-lo à nossa realidade. Como várias tarefas propostas para serem desenvolvidas por meio da Metodologia de RP eram extensas ou foram iniciadas cerca de 30 a 40 minutos antes do fim da aula, a professora sentiu dificuldades em cumprir as dez etapas da terceira versão do roteiro do GTERP em um única aula. Nessas situações, como exemplificado na seção anterior, a professora realizava as atividades em dois dias de aula, sendo que no primeiro dia, chegava-se até à quinta etapa do roteiro, ou seja, a preocupação da professora era que a atividade proposta fosse completamente resolvida pelas equipes. Para dar continuidade, no segundo dia de aula, a professora recolhia as resoluções ao final do primeiro dia de atividade, digitalizava o material, selecionava as diferentes estratégias adotadas para resolver o problema e preparava uma apresentação no *PowerPoint* com as respostas escolhidas. Com esse procedimento, a etapa de “registro na lousa” foi substituída por um “compartilhamento das estratégias” de resoluções diferentes, previamente selecionadas pela professora. No momento de apresentar tais soluções a professora sempre solicitava um clima de respeito entre os pares e colocava as resoluções como sendo as respostas da turma, não de um grupo específico. Entretanto, muitas vezes os estudantes responsáveis pela resolução apresentada se manifestavam espontaneamente para prestar esclarecimentos sobre o que a equipe pensou ao propor tal solução. A dinâmica adotada pela professora não era fixa. Se a resolução era extensa, para cada resposta apresentada, discutia-se coletivamente se ela era coerente e estava atendendo ao que era exigido. Se a resolução fosse breve, apresentavam-se várias respostas para depois fazer a discussão coletiva delas. Dessa forma, a “plenária” e a “busca do consenso” ocorriam de forma simultânea.

Ao fazer um retrospecto da pesquisa desenvolvida, percebemos que o roteiro que traduz a dinâmica das aulas mediadas pela metodologia de RP dessa investigação, resultante da adaptação dos roteiros do GTERP (ONUChIC, 1999; ALLEVATO; ONUChIC, 2014; ANDRADE; ONUChIC, 2017), é o seguinte:

1. *Preparação do problema* – o professor prepara o problema ou a atividade que servirá para introduzir um novo assunto.
2. *Formar grupos* – o professor solicita que sejam formados grupos de trabalho.
3. *Leitura individual* – uma cópia do problema é entregue ao aluno que faz a sua leitura.
4. *Leitura em conjunto* – o grupo pode reler e interpretar o problema, ou ainda, o professor pode fazer a leitura com a toda a turma e esclarecer dúvidas tanto referentes ao entendimento de palavras como eventuais dúvidas do que se pede no problema.
5. *Resolução do problema* – o grupo usa seus conhecimentos anteriores na busca pela solução.
6. *Observar e incentivar* – o professor monitora os trabalhos sendo desenvolvidos e atua como mediador das dúvidas. Entretanto, deve tomar cuidado para não dar as respostas prontas aos alunos. Por meio de questionamentos o professor deve intervir e/ou estimular o desenvolvimento do trabalho.
7. *Compartilhamento de estratégias* – o compartilhamento das estratégias de resolução bem como a resolução do problema pode ser: pelo registro na lousa da resolução feita por um representante do grupo; um estudante eleito pelo grupo apresenta de forma oral as estratégias de resolução; o professor recolhe as resoluções do problema, digitaliza, seleciona as diferentes estratégias identificadas no material recolhido e prepara uma apresentação para promover a discussão conjunta.
8. *Discussão coletiva* – o professor exerce o papel de mediador e incentivador de uma discussão coletiva sobre a consistência das (estratégias de) resoluções apresentadas, ou seja, busca-se o consenso.
9. *Formalização do conteúdo* – o professor formaliza o conteúdo, apresentando linguagem e notação matemática adequadas.
10. *Proposta de novos problemas* – permite ao professor identificar se os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido foram compreendidos, além de possibilitar um aprofundamento e ampliação acerca do conteúdo abordado.

Com relação à segunda etapa desse esquema, que consiste em “formar grupos”, o docente pode estabelecer critérios para a formação dos grupos, como por exemplo, indicar o número de integrantes. Com relação às etapas de “leitura individual” e “leitura em conjunto”, pela experiência que tivemos, entendemos que se o professor preferir, pode distribuir apenas uma cópia do problema a cada equipe. Dessa forma, poderia propiciar maior interação no grupo, pois ao entregar uma cópia impressa da tarefa para cada integrante da equipe pode favorecer que os estudantes, mesmo estando em grupo, trabalhem de forma individual.

Ao comparar essa sugestão de roteiro de como conduzir uma aula cuja intenção seja ensinar através da RP percebe-se que o seu diferencial, com relação à terceira versão do roteiro do GTERP apresentado por Allevato e Onuchic (2014), está nas etapas: “formar grupos”, “compartilhamento de estratégias” e “discussão coletiva”. A primeira dessas, o terceiro roteiro do GTERP supõe que os grupos seriam formados após a “leitura individual”. Para facilitar a dinâmica de sala de aula, optamos por formar grupos no início da atividade. A segunda modificação (compartilhamento de estratégias) é a modificação da etapa denominada “registro na lousa” e, a terceira (discussão coletiva), pode ser compreendida como a junção das etapas denominadas “plenária” e “busca do consenso”. A dinâmica que adotamos, referente a digitalização do material produzido pelos estudantes e preparo de uma apresentação no *PowerPoint*, se mostrou eficiente. Entretanto, cremos que cada professor deve avaliar a melhor maneira de realizar essa etapa, pois para replicar nossa ideia é necessário que se tenha um projetor disponível para trabalhar em sala de aula. Um outro exemplo de adaptação da etapa de “registro na lousa” foi apresentado por Cardoso (2018), que consistiu em fornecer uma folha de papel A0 para que os grupos registrassem a sua resolução. Ainda, comparando a dinâmica adotada com a quarta versão do roteiro do GTERP, divulgada por Andrade e Onuchic (2017), percebemos que a etapa “formar grupos” que adotamos, já se faz presente, mas como sendo a primeira etapa. Ao nosso ver, além das diferenças já apontadas com relação ao terceiro roteiro, outra diferença está na última etapa. Corroboramos com Allevato e Onuchic (2014) que na etapa “proposta de novos problemas” pode-se ampliar o conhecimento acerca do conteúdo desenvolvido com o problema proposto inicialmente. Parece-nos que na quarta versão do roteiro, Andrade e Onuchic (2017) consideram que nessa última etapa deve-se dar a oportunidade dos estudantes formularem seus próprios problemas.

6. Considerações Finais

Este trabalho apresentou os resultados parciais da pesquisa de doutoramento a que está relacionado. Apesar das dificuldades que a professora teve para inserir a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática para ensinar conteúdos de Cálculo através da Resolução de Problemas de forma a deixar com que os estudantes tivessem a oportunidade de se envolverem mais ativamente nas aulas e de se comprometerem mais com a sua aprendizagem, constatamos que é possível inovar a forma de ensinar o Cálculo e cumprir o plano de ensino. No entanto, para que fosse possível conciliar o uso dessa metodologia, que consome mais tempo para abarcar um conteúdo do que em aulas tradicionais, sentimos a necessidade de fazer adaptações no roteiro de atividades sugeridas pelo GTERP, como discutido e exemplificado neste artigo. Entendemos que as adaptações feitas na forma de aplicar esse roteiro de atividades manteve a essência do que vem a ser ensinar através da RP, pois Onuchic e Allevato (2011) já alertavam que a forma de abordar a RP nas aulas de Matemática é

flexível e que a primeira versão deste roteiro de nove etapas sugerido por Onuchic (1999) constituiu-se para atender à solicitação de professores participantes de uma formação com foco na RP e que não sabiam como incorporar a metodologia na sua prática. Posteriormente, por necessidades apontadas por professores que adotaram esse roteiro e por não ter se mostrado eficiente, essa proposta inicial foi modificada e deu origem a segunda versão (apresentada no Tabela 1).

Como o objetivo da pesquisa era fazer o uso da Metodologia de RP sob a concepção de ensinar através da RP, pela literatura, sabia-se que o ideal seria que os participantes não tivessem conhecimento sobre o conteúdo que se desejava ensinar por meio dos problemas geradores (ANDRADE; ONUCHIC, 2017, p. 439), porém, com a realidade no qual a pesquisa estava inserida, esse quesito não poderia ser atendido, visto que mesmo a turma de ingressantes da Licenciatura em Química possuía alunos repetentes. Esses alunos foram inseridos nas turmas por meio de reajuste de matrícula, por falta de vaga em turmas não exclusivas. Dessa forma, foi um desafio a mais ter de trabalhar com uma metodologia diferenciada com alunos que já conheciam parte do conteúdo que se desejava ensinar. No entanto, o fato de ter esses alunos não foi empecilho para conduzir as aulas de introdução a novos conteúdos por meio da Metodologia de RP. Inclusive, em entrevistas e em questionários de avaliação, há relatos de alunos nessa situação se posicionando a favor do uso dessa metodologia em Cálculo e em outras disciplinas (AZEVEDO, 2019).

Por fim, do ponto de vista docente, pela pesquisa desenvolvida, cremos que a Metodologia de RP favorece a aprendizagem dos alunos, no entanto, depende muita energia do professor. O docente precisa estar ciente que ao se propor a modificar sua prática, encontrará muitos desafios e precisará ser persistente para não abandonar sua proposta e optar somente por aulas tradicionais, cujo planejamento é mais fácil. Nesse contexto, corroboramos com Onuchic e Allevato (2011) que o ato de inserir na sala de aula a metodologia de RP exige “(...) mudanças de atitude e postura [tanto do professor quanto dos alunos], o que, nem sempre, é fácil conseguir” (p. 82) e, para que tais mudanças gerem bons frutos é necessário que ambos os agentes envolvidos nos processos de ensino e de aprendizagem estejam dispostos a saírem de sua zona de conforto, visto que no Ensino Superior brasileiro há predomínio do ensino tradicional (SILVA FILHO *et al.*, 2007). Pela experiência vivenciada, cremos que a Metodologia de RP favorece a aprendizagem de Cálculo, pois, como no momento da “discussão coletiva”, é possível identificar dificuldades e erros relacionados com a matemática elementar, o professor tem a oportunidade de “corrigir” o aluno antes de uma avaliação escrita, mas temos ciência de que o sucesso dessa estratégia metodológica depende do engajamento dos envolvidos.

7. Agradecimentos

Agradecemos ao apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC), à Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) no âmbito do projeto do Centro de Investigação em Estudos da Criança da Universidade do Minho (com a referência UID/CED/00317/2019) e ao Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Sistemas Aplicados ao Ensino (PEMSA).

8. Referências

- ABDELMALACK, Andrea. **O ensino-aprendizagem-avaliação da derivada para o curso de Engenharia através da Resolução de Problemas**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2011.
- ALLEVATO, Norma Suelly Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. (35 – 52). Jundiaí/SP: Paco, 2014.
- ALLEVATO, Norma Suelly Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de matemática. **REnCiMa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 01-14, 2019.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; FATORI, Luci Harue; SOUZA, Luciana Gastalfi Sardinha. Ensino de cálculo: uma abordagem usando Modelagem Matemática. **Revista Ciência e Tecnologia**. São Paulo, v. 10, 2010.
- ANDRADE, Cecilia Pereira de; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Perspectivas para a Resolução de Problemas no GTERP. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JR, L. C.; PIRONEL, M. (org.). **Perspectivas para a Resolução de Problemas**. (443-466). São Paulo: Livraria da Física, 2017.
- AZEVEDO, Eliane Bihuna de. **Vivenciando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese de doutorado. Universidade do Minho, Braga, Portugal, 2019.
- AZEVEDO, Eliane Bihuna de; FIGUEIREDO, Elisandra Bar de; PALHARES, Pedro Manuel Baptista. Um panorama sobre as pesquisas brasileiras relacionadas com o ensino e a aprendizagem de cálculo com ênfase em Resolução de Problemas. **VIDYA (SANTA MARIA. ONLINE)**, v. 39, p. 153-178, 2019.
- ARDOSO, Dienifer Tainara. **Resolução de problemas e o software geogebra no ensino e aprendizagem de otimização de funções**. (Dissertação de Mestrado profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias), Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.
- FERREIRA, Nilton Cezar ; SILVA, Lilian Esquinelato da; MARTINS, Egidio Rodrigues. Resolução de Problemas no Ensino Superior. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JR, L. C.; PIRONEL, M. (org.). **Perspectivas para a Resolução de Problemas**. (189 – 219). São Paulo: Livraria da Física, 2017.

GUIMARÃES, Henrique Manuel. Pólya e as capacidades matemáticas. In: **Educação e Matemática**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, n.114, p. 28-35. Nota biográfica da entrevista de George Pólya cedida à Jeremy Kilpatrick, 2011.

NCTM. **Uma agenda para a ação**. Lisboa: APM, 1985. (Tradução portuguesa do original de 1980).

NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner. **Um curso de Matemática Básica através da Resolução de Problemas para os ingressantes da Universidade Federal do Pampa – Campus Alegrete**. (Tese de Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. 25(41), 73-98. Rio Claro, São Paulo, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. (199-220). São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PAGANI, Érica Marlúcia Leite; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. O trabalho com derivadas no Ensino Médio através da Resolução de Problemas: aspectos da avaliação. **REnCiMa**, 7(1), 86 – 101, 2016.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro, Interciência, 2006.

RAFAEL, Rosane Cordeiro; ESCHER, Marco Antonio. Evasão, baixo rendimento e reprovações em Cálculo Diferencial e Integral: uma questão a ser discutida. **VII Encontro Mineiro de Educação Matemática**. Juiz de Fora, Minas Gerais, 2015. Disponível em: <https://px-r.top/PYXkE>. Acesso em: 19 jun 2019.

SABATKE, Jéssica Meyer. **Construção do conceito de limite: ideias e contextos**. (Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática). Universidade Estadual de Santa Catarina, Joinville, 2016

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. (1989) Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: P. R. Trafton (Ed.) *New Directions for Elementary School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA: NCTM, 31 – 42.

SILVA FILHO, Roberto Leal Lobo e.; MONTEJUNAS, Paulo Roberto; HIPÓLITO, Oscar; LOBO, Maria Beatriz de Carvalho Melo. A Evasão no Ensino Superior Brasileiro. **Cadernos de Pesquisa**, 37(132), 641 – 659, 2007.

STEWART, James. **Cálculo**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, vol. 1, 7ª ed., 2013.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. (2004). Resolução de Problemas. In: Pedro Palhares e outros (coord.) *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico*. (7-51). Lisboa: LIDEL, 2004.