

EXPERIÊNCIAS DE APRENDIZAGENS E CONHECIMENTOS DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA EM GRUPO DE ESTUDO

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.18.32-59>

Jaqueline Magalhães Brum¹
Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner²

Resumo: Este texto focaliza um grupo de estudo que desenvolve um trabalho colaborativo com professores que ensinam matemática. Desenvolve-se uma pesquisa qualitativa para evidenciar experiências de aprendizagem e conhecimentos de professores e comparar as ações com estudos de aula. Apresentam-se características e objetivos do grupo e analisam-se experiências em 2018 e 2019. Hart, Alston e Murata (2011) fornecem os aportes teóricos sobre os estudos de aula, Ball (1988) e Shulman (1986, 1987) sobre os conhecimentos de professores e Skemp (1976, 1987/2009) acerca do entendimento instrumental e relacional. As ações dos participantes no grupo de estudo evidenciam que: (i) acontece trabalho intencional das professoras; (ii) ocorrem estratégias docentes para envolver estudantes; (iii) acontece discussão e mediação de professoras e alunos na resolução de problemas; (iv) ocorre estímulo, provocação e mediação das professoras para que alunos representem, de várias formas, as possíveis respostas; (v) trabalha-se o potencial do uso de dramatizações e estratégias alternativas; (vi) acontece tomada de consciência de conhecimentos que professoras possuem e/ou precisam melhorar; e (vii) importância do papel profissional delas. As ações mostram similaridades com estudos de aulas. Entretanto, é necessário ter tempo para mudar práticas e motivar todos, para registrar, gravar e fazer vídeos de encontros e aulas, para depois reler, escutar, ver e ler transcrições desses episódios.

Palavras-chave: Grupo de estudo. Conhecimentos de professores. Matemática. Estudo de aula.

LEARNING' EXPERIENCES AND KNOWLEDGE OF TEACHERS WHO TEACH MATHEMATICS IN A STUDY GROUP

Abstract: This text focus on a study group that develops a collaborative work with teachers who teach mathematics. A qualitative research was developed to evidence learning experiences and teachers' knowledge and to compare the actions with lesson studies. Group's characteristics and goals are presented and some experiences in 2018 and 2019 are analysed. Hart, Alston and Murata (2011) furnish the theoretical support for lesson studies, Ball (1988) and Shulman (1986, 1987) concerning teachers' knowledge and Skemp (1976, 1987/2009) regarding instrumental and relational understanding. The actions of participants in the study group depicted that happens: (i) intentional work of teachers; (ii) docent strategies for involving students; (iii) teachers and students' discussion and mediation for problem solving; (iv) teachers' stimulus, provocation and mediation for students representing in several ways the possible answers; (v) potential of the use of dramatizations and alternative strategies; (vi) conscious awareness of own teachers' knowledge and/or that they need to improve and, (vii) importance of their professional roles. Therefore, the actions of the study group show similarities with lesson studies. However, we are aware that we need time to change practices and motivate everyone to record, record and make video of meetings and lessons, and then re-read, listen, view, and read transcripts of those episodes.

Keywords: Study group. Teachers' knowledge. Mathematics. Lesson study.

¹ Professora doutora do Centro de Educação (CE), pertencente ao Departamento de Teorias do Ensino e Práticas Educacionais (DTEPE) da Universidade Federal do Espírito Santo. E-mail: jackiemagalhaesbrum@gmail.com

² Professora doutora aposentada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Professora colaboradora voluntária do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo. E-mail: profvanciasantoswagner@gmail.com

Introdução

Neste texto, apresentamos características, objetivos e experiências do Grupo de Estudo em Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES), que desenvolve um trabalho colaborativo ao longo de mais de 13 anos. Em países de língua portuguesa, considera-se trabalho colaborativo e cooperativo quando este é realizado em conjunto ou no coletivo. A diferença é que, no trabalho cooperativo, os indivíduos não planejam nem desenvolvem todas as tarefas de trabalho juntos e em algum momento reúnem o que fizeram, porém um trabalho colaborativo de fato depende de planejamento e ações conjuntas de toda a equipe. Ou melhor, “[...] que todos os membros: a) falem sobre as tarefas que irão compartilhar e realizar juntos; b) compreendam e discutam as ideias utilizadas nas tarefas; e c) sintam-se confortáveis e responsáveis pelos seus resultados”³ (SANTOS-WAGNER, 2003, p. 100, tradução nossa). Nesse grupo de estudo, estamos construindo nossas identidades profissionais por uma tomada de consciência de como cada um age e quer ser na qualidade de professor, ou seja, a concepção que cada professor ou professora tem de currículo, de escola, de mundo que quer construir com seus alunos. Ademais, envolve um planejar, um motivar, um agir, um saber, um saber avaliar seus processos de ensino e os processos de aprendizagem de seus alunos.

Noddings (1992), ao argumentar o que envolve a profissionalização e o ensino de matemática, abordou o crescimento e conflito e as características de profissões. Nas características de profissões, ela considerou (a) seleção e regulação, (b) conhecimento especializado, (c) altruísmo e serviço, (d) privilégio e hierarquias de *status*, (e) colegialidade, (f) autonomia. Quando focalizamos professores de matemática e professores que ensinam matemática, acreditamos que é básico para a profissionalização de cada professor considerar conhecimento especializado. Assim, concordamos com Noddings (1992), ao comentar:

Conhecimento Especializado – Um dos problemas mais difíceis que o movimento de profissionalização vem enfrentando é a definição e a descrição dos conhecimentos necessários para professores (Holmes Group, 1986). Claramente, professores secundários precisam saber a disciplina deles, e eles precisam saber como ensiná-lo. Mas em que conhecimento consiste esse último? Existem outros corpos de conhecimento que professores de matemática devem ter? O que significa conhecer matemática hoje?⁴ (NODDINGS, 1992, p. 201, tradução nossa).

³ [...] that all the members: a) talk about the tasks they should share and perform together; b) understand and discuss the ideas used in the tasks; and c) feel comfortable and responsible for its results.

⁴ Specialized Knowledge – One of the hardest problems facing the professionalization movement is the definition and description of the knowledge needed by teachers (Holmes Group, 1986). Clearly, secondary school teachers need to know their subject, and they need to know to teach it, but of what does the latter

Nesse cenário, vamos aprendendo em termos tanto matemáticos quanto educacionais, bem como de educação matemática. Ultimamente constatamos que nosso jeito de trabalhar e interagir no grupo, tanto em encontros semanais como em contatos pessoais, cria várias oportunidades para aprofundarmos e questionarmos conhecimentos e saberes que usamos para ensinar, aprender e avaliar. Portanto, estamos provocando e questionando nossas identidades profissionais, ao trabalharmos colaborativamente como amigos críticos (COONEY; KRAINER, 1996; SILVA, 2009; BAZET, SILVA, 2015) e, a um só tempo, estamos desenvolvendo-nos profissionalmente. Noddings (1992, p. 206) argumenta que, “[...] no caso dos professores de matemática, a cooperação entre matemáticos, usuários de matemática e educadores é essencial [...]”⁵ (tradução nossa) para seu desenvolvimento profissional, e fazemos isso no grupo de estudo de forma colaborativa, e não apenas cooperativa (SANTOS, 1997; SANTOS-WAGNER, 2003).

Atualmente observamos que, além dos encontros presenciais, usamos ambientes virtuais (Skype e WhatsApp), para dar continuidade aos estudos e questionamentos que emergem das discussões coletivas e colaborativas. Todos esses espaços-tempos e oportunidades de diálogos e trocas de experiências docentes permitem-nos amadurecer profissionalmente. Portanto, o trabalho no grupo leva-nos a adquirir identidade consciente de nossos conhecimentos e saberes e de nossos limites na docência (SANTOS 1993/1996; SANTOS, 1997). Tudo isso nos impulsiona para querer aprender, cada dia, um pouco mais sobre matemática, conhecimentos de conteúdo, conhecimentos pedagógicos matemáticos e conhecimentos curriculares de matemática escolar, entre outros.

Fazemos isso por acreditar, como Skemp (1976, 1987/2009) afirma, que é necessário e importante ensinar determinados conceitos matemáticos, de forma tanto relacional quanto instrumental. Ou seja, possibilitar que alunos tenham entendimento relacional, ao entenderem os conceitos e relações entre si e ao saberem como um conceito matemático se desenvolveu, como chegamos a determinada fórmula e para que determinado conceito serve. Também é necessário que alunos tenham entendimento instrumental (ou procedimental), isto é, saber usar fórmulas e procedimentos (SKEMP, 1976, 1987/2009). Desejamos ensinar matemática com a finalidade de proporcionar que nossos alunos entendam, aprendam e saibam usar os conceitos matemáticos e seus procedimentos. Fazemos isso porque valorizamos os diversos

knowledge Consist? Are there other bodies of knowledge that mathematics teachers should have? What does it mean to know mathematics today?

⁵ In the case of mathematics teachers, cooperation among mathematicians, mathematics users, and educator is essential.

tipos de conhecimentos que precisamos ter para ensinar matemática de forma relacional e instrumental. Só assim poderemos possibilitar que nossos alunos entendam o que fazem, por que fazem e como fazem alguns procedimentos em tarefas matemáticas (BALL, 1988; SKEMP, 1976, 1987/2009; SHULMAN, 1986, 1987) e concomitantemente melhorar nossos conhecimentos como professores.

Nessa trajetória de aprendizagens docentes e desenvolvimento profissional, na qualidade de participantes do grupo de estudo, passamos a nos conhecer e perceber que, além das constatações anteriores, precisamos ponderar quais dificuldades de origem histórica, cultural, social ou econômica nós, professores, identificamos no desenvolvimento da matemática. Ademais, estamos conscientes de que muitos professores que ensinam matemática na educação infantil e anos iniciais de ensino fundamental tiveram experiências escolares que os deixam com receio e medo de ensinar matemática e de que muitos cursaram o antigo magistério em nível médio (escola normal) ou Pedagogia em nível superior, para se afastarem de estudos mais profundos de matemática (SANTOS 1993/1996; SILVA, 2009; BRUM, 2010; ZANON, 2011).

Enfim, precisamos saber como ensinar, aprender e avaliar de forma consciente e reflexiva nossos conhecimentos e saberes de matemática e de como ensinar matemática, propiciando entendimentos relacionais e instrumentais. Além disso, saber como nossos alunos aprendem e sentem dificuldades emocionais e cognitivas em aprender certos conceitos (BRUM; SANTOS-WAGNER, 2015; SANTOS, 1993/1996, 1997). Nesse sentido, o grupo tem oportunizado estudar em profundidade conceitos matemáticos, temas de educação matemática e temas educacionais, além de aprender a observar e investigar a própria prática docente. Ademais, o grupo propicia compartilhar situações didáticas, assim como trabalhar em perspectivas similares aos estudos de aula.

Consideramos que o estudo de aula, ou estudo de lição, é uma abordagem que busca aprimorar o desenvolvimento profissional de professores, baseada em trabalho colaborativo que surgiu no Japão (FERNANDEZ; YOSHIDA, 2004). “O estudo de aula atraiu a atenção de um público internacional na última década e, em 2002, foi um dos focos para a Nona Conferência do Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME)” (HART; ALSTON; MURATA, 2011, p. 1), que é o fórum mundial em que pesquisadores e professores de matemática e professores de educação matemática se reúnem a cada quatro anos, para compartilhar assuntos de interesse dos cinco continentes. O estudo de aula difere dos estudos sobre comunidades de prática (LAVE, 1991), que também se preocupa com a identidade profissional, mas não se restringe à formação do professor, uma vez que existem comunidades

de práticas sociais que não necessariamente atuam como um grupo colaborativo. No entanto, sabemos que há trabalhos colaborativos entre professores de matemática alinhados a comunidades de prática (GARCIA; CYRINO, 2019), como os trabalhos desenvolvidos pelo grupo “Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática (CoP-PAEM)”. Estas percepções foram discutidas no II Colóquio de Pós-Graduação em Ensino e Educação da UFRJ com o trabalho “Experiências de aprendizagens e saberes de professores em grupo de estudo” (BRUM; SANTOS-WAGNER, 2018).

Assim, neste texto, procuramos responder ao seguinte questionamento: Em que sentido, as ações de nosso grupo de estudo em educação matemática se assemelham ou se aproximam, ou não, a ações desenvolvidas em estudos de aula? Após essa introdução, organizamos o texto em três partes: primeiro trazemos um breve relato sobre estudo de aula, experimentos de ensino, conhecimentos e saberes de professores; segundo, caracterizamos nosso grupo de estudo e fazemos uma aproximação com o estudo de aula com análises de alguns episódios de 2018 e 2019; em seguida, concluímos o texto com a importância da formação profissional de professores que ensinam matemática de forma colaborativa.

Caminhos que levam a um estudo de aula

Um estudo de aula japonês é baseado no que acontece em aulas numa determinada escola. É dirigido para a prática docente, focado na aprendizagem do aluno, baseado na colaboração e orientado para a pesquisa (HART; ALSTON; MURATA, 2011). Os estudos de aula em escolas japonesas ocorrem em vários momentos colaborativos e individuais dentro das escolas. Inicialmente são planejadas as aulas de modo colaborativo, depois cada professor ministra sua aula videogravada, para posteriormente os professores assistirem a todas as aulas, discutirem, refletirem e analisá-las. Em alguns casos, essas aulas passam por modificações e são replanejadas e reexecutadas. O importante é que o estudo de aula leve os professores a procurar entender melhor como o aluno aprende por meio de experiências de ensino planejadas e feitas intencionalmente pelos professores. Dessa maneira, cada professor se coloca no centro de sua atividade profissional, para que perceba a importância de seu trabalho e de reflexões conscientes e críticas acerca do que fez em aula. O professor que age assim passa a questionar e compreender a importância de manter e/ou renovar a sua prática, ao ‘auscultar cada aluno’ – escutar e querer entender cada aluno (LORENZATO, 2006a), dialogar e promover discussões coletivas que o levem a entender conceitos matemáticos com significado. Quando um professor está envolvido em estudos de aula com seus colegas, como

fazem os professores no Japão, ele passa a refletir conscientemente sobre conhecimentos e saberes que já possui e os que ainda precisa adquirir (HART; ALSTON; MURATA, 2011; PONTE; FUJII, 2017; SANTOS, 1993/1996, 1997).

Na educação matemática, temos pesquisas em sala de aula que são os experimentos de ensino desde a década de 1990 do século XX. Romberg (1992) comenta que existiam três abordagens gerais (experimentos de ensino, experimentos comparativos e experimentos interrompidos temporariamente), quando pesquisadores decidiam fazer pesquisa com uma abordagem experimental. Segundo esse autor, professores experientes e pesquisadores usam a abordagem de experimentos de ensino que se caracterizam assim:

Experimentos de ensino. Este método de investigação é baseado na prática comum de bons professores. Periodicamente, muitos professores tentam algo novo em suas salas de aula e então julgam as consequências daquela ação na aprendizagem de estudantes. Entretanto, a abordagem usada por pesquisadores é muito mais sistemática em que hipóteses (pressupostos) são primeiro formadas em relação ao processo de aprendizagem, uma estratégia de ensino é desenvolvida que envolve intervenção sistemática e estimulação da aprendizagem do aluno, e ambas, tanto a eficiência da estratégia de ensino quanto as razões para tal eficiência, são determinadas⁶ (ROMBERG, 1992, p. 57, tradução nossa).

Desde essa época, esse método de pesquisa de experimentos de ensino tem sido ampliado e modificado por professores e pesquisadores em vários locais no mundo. Quando pesquisadores, de forma mais colaborativa, passaram a trabalhar com outros professores e se sentiram motivados a investigar a própria prática em sala de aula, viram que era complexo desempenhar, a um só tempo, os dois papéis: de professor e pesquisador (professor pesquisador). Ou seja, um professor tem de planejar intencional e conscientemente suas aulas de matemática com base no que conhece e escuta atentamente de seus alunos (LORENZATO, 2006a) e não esquecer que os processos de ensinar, aprender e avaliar devem ser trabalhados de forma integrada e cada um desses processos interfere nos outros (SANTOS, 1993/1996, 1997; ONUCHIC; ALLEVATO; NOGUTI; JUSTULIN, 2014). Ademais, é necessário que o professor registre seus planejamentos, suas aulas e replanejamentos mediante observações e reflexões do seu processo de ensino, dos processos de aprendizagem de seus alunos e do processo de avaliação de seu ensino e da aprendizagem dos alunos (SANTOS, 1993/1996,

⁶ *Teaching experiments*. This method of investigation is based on a common practice of good teachers. Periodically, most teachers try something new in their classroom and then judge the consequences of that action on student learning. However, the approach used by researchers is much more systematic in that hypotheses are first formed concerning the learning process, a teaching strategy is developed that involves systematic intervention and stimulation of the student's learning, and both the effectiveness of the teaching strategy and the reasons for its effectiveness are determined (ROMBERG, 1992, p. 57).

1997).

Quando pensamos em ações de (a) formação continuada de professores, (b) grupos colaborativos de professores e pesquisadores e (c) investigações de experimentos de ensino e em estudos de aula, passamos a refletir e questionar a respeito dos conhecimentos e saberes necessários a professores e pesquisadores relativos à prática docente e à pesquisa. Isso nos remete aos textos clássicos de Shulman (1986, 1987), quando levou a comunidade científica a pensar em distintos tipos de conhecimentos para profissionais de várias áreas. Shulman (1986) considera três categorias importantes de conhecimentos necessários à prática docente de qualquer disciplina escolar, a saber: (a) conhecimento disciplinar do conteúdo; (b) conhecimento pedagógico do conteúdo; e (c) conhecimento curricular.

Segundo Shulman (1986) o conhecimento disciplinar do conteúdo corresponde ao conhecimento **do que** o professor deve ensinar e se refere ao conteúdo específico, que inclui o entendimento de fatos, conceitos, processos, procedimentos, entre outros, bem como o conhecimento da área. O conhecimento pedagógico visa ao **como** se deve ensinar, o que inclui as analogias, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações, reformulações e a forma de tornar esse conhecimento compreensível para o aluno. Por fim, o conhecimento curricular pode ser traduzido em **quando** se deve ensinar um determinado conteúdo e que relações existem entre os conteúdos. Isso implica que o professor precisa ter um conhecimento lateral e um conhecimento vertical de um determinado conteúdo a ser estudado, para que o ensino e a aprendizagem ocorram em espiral.

Em 1987, Shulman amplia essas categorias no artigo intitulado *Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform*, ao ressaltar a necessidade de que cada profissional tivesse os seguintes conhecimentos:

- conhecimento do conteúdo;
- conhecimento pedagógico geral, com especial referência aos princípios e estratégias mais abrangentes de gerenciamento e organização de sala de aula, que parecem transcender a matéria;
- conhecimento do currículo, particularmente dos materiais e programas que servem como ‘ferramentas do ofício’ para os professores;
- conhecimento pedagógico do conteúdo, esse amálgama especial de conteúdo e pedagogia que é o terreno exclusivo dos professores, seu meio especial de compreensão profissional;
- conhecimento dos alunos e de suas características;
- conhecimento de contextos educacionais, desde o funcionamento do grupo ou da sala de aula, passando pela gestão e financiamento dos sistemas educacionais, até as características das comunidades e suas culturas; e
- conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação e de sua base

histórica e filosófica⁷ (SHULMAN, 1987, p. 127).

Todavia, deixa claro também que elas não se esgotam aqui. “À medida que aprendemos mais sobre o ensino, vamos começar a reconhecer novas categorias de desempenho e compreensão que são características dos bons professores e teremos de reconsiderar e redefinir outros campos” (SHULMAN, 2014, p. 213). E esse é um desafio para professores e pesquisadores que almejam refletir, de maneira crítica, acerca de seus processos de ensino-aprendizagem-avaliação, tenham coragem de identificar seus pontos fortes e fracos e desejam ampliar seus conhecimentos. Se pensarmos no que ocorre com professores que desenvolvem os estudos de aula asiáticos e com professores que tentam adaptar essa prática a suas culturas, interrogamo-nos se ocorrem, entre os participantes, discussões e reflexões acerca dos diferentes tipos de conhecimentos, como comentados por Shulman (1986, 1987, 2014), Ball (1988, 2000) e outros pesquisadores.

A seguir, trazemos informações e procedimentos metodológicos sobre o nosso grupo de estudo com professores. Exemplificamos como temos compartilhado, de forma colaborativa, nossas experiências que expõem nossos conhecimentos de conteúdo, conhecimentos pedagógicos de conteúdo e conhecimentos curriculares de conteúdo, bem como nossas fragilidades.

Grupo de estudo de educação matemática do Espírito Santo (GEEM-ES)

Nosso grupo iniciou os estudos em 2006 e está cadastrado na Universidade Federal do Espírito Santo e no Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). É um grupo formado por professores da educação infantil, anos iniciais e finais do ensino fundamental, ensino médio, ensino superior e estudantes de graduação e pós-graduação, e três membros do grupo são professores formadores de professores. Os encontros acontecem semanalmente, por duas horas, para trocar ideias, contar experiências, estudar e esclarecer dúvidas sobre as aulas de matemática. Assim se discutem e estudam ideias de

⁷ - content knowledge; - general pedagogical knowledge, with special reference to those broad principles and strategies of classroom management and organization that appear to transcend subject matter; - curriculum knowledge, with particular grasp of the materials and programs that serve as “tools of the trade” for teachers; - pedagogical content knowledge, that special amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers, their own special forms of Professional understanding; - knowledge of learners and their characteristics; - knowledge of educational contexts, ranging from the workings of the group or classroom, the governance and financing of school districts, to the character of communities and cultures; and – knowledge of educational ends, purposes, and values, and their philosophical and historical grounds.

Pela importância mundial, o texto de Shulman de 1987 foi traduzido, em 2014, para o português e publicado em Cadernos Cenpec, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 196-229, dez. 2014.

matemática, educação matemática e educação. O grupo aposta no respeito à identidade profissional de cada membro e na solidariedade profissional. Desse modo, formou-se um grupo que aposta no trabalho colaborativo para o aprimoramento de seus conhecimentos, saberes e fazeres. Esse grupo tem por objetivo:

(a) estudar em profundidade conceitos matemáticos, temas de educação matemática e temas educacionais; (b) aprender a observar e investigar a própria prática docente; (c) compartilhar situações didáticas que permitam analisar e refletir a respeito da complexidade dos processos de ensinar, aprender e avaliar matemática; (d) aprender a planejar, implementar, observar, registrar, analisar e redigir relatos de experiência em sala de aula e experimentos de ensino; (e) compartilhar sucessos, anseios, dificuldades e reflexões envolvidas nos processos de ensinar, aprender e avaliar matemática em uma perspectiva de educação inclusiva de qualidade (BRUM; SANTOS-WAGNER, 2015, p. 7).

Este estudo que ora apresentamos seguiu uma abordagem de natureza qualitativa e interpretativa, em que interpretamos, refletimos sobre e analisamos nossas ações e as dos participantes do grupo, para tentar compreender o que acontece em nossas interações e se estamos, ou não, nos aproximando de um estudo de aula. Assim, trazemos os objetivos do estudo de aula mencionados por Hart, Alston e Murata (2011) como forma de aproximação de leituras e experiências que queremos fazer entre estudos de aula e ações que temos desenvolvido em nosso grupo de estudo.

1. O estudo de aula é centrado em torno dos interesses dos professores: [...]. Os objetivos do estudo de aula devem ser algo que os professores considerem importante para investigar e relevante para sua própria prática em sala de aula. 2. O estudo de aula é focado no aluno: o estudo da aula é sobre o aprendizado do aluno. [...] 3. O estudo de aula tem uma lição de pesquisa [...]. 4. O estudo de aula é um processo reflexivo: [...] 5. O estudo de aula é colaborativo: os professores trabalham de forma interdependente e colaborativa no estudo de aula⁸ (HART; ALSTON; MURATA, 2011, p. 10, tradução nossa).

De agora em diante, contamos um pouco do nosso trabalho nesses mais de 13 anos. Ao examinarmos os registros de nossos encontros e trabalhos já divulgados, percebemos que nosso grupo de estudo se aproxima mais do estudo de aula. Apostamos em um trabalho em que se discute, questiona e reflete muito a respeito do que aconteceu na aula de cada um. E, nesse diálogo, exploramos como cada um trabalhou conceitos matemáticos e como interagiu e

⁸ 1. Lesson study is centered around teachers' interests [...]. Lesson study goals should be something teachers feel is important to investigate and relevant to their own classroom practice. 2. Lesson study is student focused: Lesson study is about student learning. [...] 3. Lesson study has a research lesson [...]. 4. Lesson study is a reflective process: [...]. 5. Lesson study is collaborative: Teachers work interdependently and collaboratively in lesson study.

dialogou com seus alunos, para que ficassem motivados a resolver tarefas e compreender os conceitos envolvidos. Constatamos também que o trabalho realizado, durante a semana, por alguns professores em seus experimentos de ensino nos oferece oportunidades para estudos dos diferentes conhecimentos envolvidos. Como *corpus* de dados em nossas pesquisas, utilizamos registros pessoais, gravações em áudio e vídeo e relatos enviados por *e-mail* de atividades de sala de aula e do grupo de estudo.

Muitos professores entraram e saíram ou mesmo se afastaram por um tempo, em virtude de doenças, nascimentos e questões profissionais, e depois retornaram ao grupo. Vale ressaltar que, durante esses mais de 13 anos, o grupo sempre se reuniu de forma voluntária e sem nenhum recurso financeiro. Desde 2017, o grupo inicial desmembrou-se em dois grupos: um grupo formado por professores da educação infantil, dos anos iniciais, universitários – alunos de graduação (Pedagogia e Matemática) e de pós-graduação (mestrado e doutorado) e professores formadores que continuou com a sigla GEEM-ES; e o outro grupo denominado Educação Matemática e Educação Profissional (EMEP) é formado por professores dos anos finais, professores do ensino médio e universitários de pós-graduação.

Como critérios de escolha de ações no grupo de estudo, em que pudéssemos identificar se existiam semelhanças e/ou aproximações entre o que fazemos e o que acontece nas dinâmicas de estudos de aula, decidimos trazer seis episódios que aconteceram em nosso grupo e nos permitiram fazer os questionamentos citados. Como exemplo de discussões que acontecem no GEEM-ES, apresentamos dois episódios de 2018, que envolveram um relato e discussões posteriores sobre a avaliação diagnóstica. Depois trazemos quatro episódios de 2019, em que investigamos, no grupo e em ambientes de sala de aula, uma atividade não rotineira de matemática, bem como nossas interpretações e análises.

Episódios de 2018

Assim, trazemos primeiramente o relato construído pelas professoras participantes do grupo que estavam presentes em 6 de março de 2018. Mediante registros das discussões que aconteceram e recebemos por *e-mail*, apresentamos o último texto produzido por elas, uma vez que este é o mais detalhado deles.

Texto 1 – Relato da reunião de 6/3/2018

No dia 6 de março de 2018, estivemos reunidos no grupo os professores A, B, Jo, L, Si, T, V e Z. A professora L relatou as dificuldades detectadas durante as atividades diagnósticas com seus alunos do 4° e 5° anos. L informou que a escola na qual trabalha utiliza a avaliação por ciclos. Nela, aplica

a seguinte escala: Não consolidado (quando o aluno não atingiu o que se esperava que aprendesse), parcialmente consolidado (quando o aluno aprendeu mais ou menos) e consolidado (quando o aluno alcançou a aprendizagem esperada). Ressaltou que esse tipo de avaliação é muito trabalhoso.

A professora Jo disse que essa ideia de avaliação é uma ideia advinda do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). Ela relatou ter identificado, em uma turma, que o maior problema dos alunos estava nas interpretações de texto e alguns deles não sabiam escrever o próprio nome completo em letra cursiva. Nos problemas de matemática, eles perguntavam qual era a operação a ser utilizada, mostrando uma falta de autonomia, bem como de compreensão da tarefa solicitada.

A professora B fez um link com a fala da professora L e disse que está com dois quintos anos e três alunos especiais e um deles é um desafio para ela, porque não sabe como fazer para que ele obtenha um desenvolvimento adequado. Ela aplicou uma prova diagnóstica com escrita de números e pediu que os alunos elaborassem problemas com adição e intercalou com a História dos Números. Percebeu que seus alunos têm dificuldades com a multiplicação, divisão e decomposição dos números.

Nesse momento, a professora V perguntou se alguma das meninas havia trabalhado nesta avaliação diagnóstica com a geometria. E a professora B informou-nos que, na atividade de história, solicitou que os alunos demarcassem terreno para plantação (ideia de geometria plana) e nomeassem as faces das pirâmides (geometria espacial). A professora B informou, ainda, que, na turma da tarde, ela só recebeu as avaliações diagnósticas para que fossem corrigidas. Ela não participou do processo de elaboração. No entanto, relatou que as questões eram de múltipla escolha.

A professora Jo está com um 2º ano e um 5º ano que também apresentam dificuldades em interpretação de problemas e perguntam sobre a operação utilizada. A professora B, no encontro anterior, disse que seus alunos não perguntam mais qual a operação a ser utilizada na resolução de problemas e possuem estratégias próprias e mais autonomia. A professora Jo informou-nos que seus alunos têm chegado ao 5º ano com dificuldades para interpretar o texto e o enunciado do problema. Na avaliação diagnóstica de matemática no início do ano, ela percebeu as dificuldades deles na interpretação do problema e no uso das quatro operações. Ressaltou que acredita ter isso ocorrido pelo fato de não haver reprovação nos anos iniciais, e com isso o aluno se acomoda. Argumentou que a nota tem um peso e é ela que vai fazer o aluno estudar. A professora Jo levantou outro ponto importante sobre a avaliação: o papel da avaliação externa. Disse que geralmente o gestor cobra muito a questão do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Insistem na aplicação de simulados para que os alunos tenham boas notas na Prova Brasil, Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA), Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES).

A professora Z está com uma turma de 2º ano. Ressaltou que, em Vila Velha, ainda trabalham com a proposta curricular de 2008. Na avaliação diagnóstica, focalizou a ideia de unidades simples, operações e escrita numérica. Aplicou um problema por meio do qual elaborou três questões. A avaliação ocupou uma página só. Disse que observou certa preguiça dos alunos para responder às questões e, quando lê com eles, conseguem fazer as tarefas. Disse também que oralmente os alunos resolvem o que é solicitado, mas o registro, o uso do simbolismo matemático são mais complicados. Nesse momento, a professora L ressaltou ser mais complicado escrever o pensamento matemático do que verbalizá-lo. Ela também disse que tem voltado à pergunta do problema em sua sala de aula e solicitado de seus alunos a resposta por escrito, usando a linguagem matemática associada à escrita na língua portuguesa.

A professora A falou sobre os problemas que aplicou aos alunos do 8º e 9º anos. A professora V questionou a professora A. O que te ajuda ouvir os relatos dos colegas? Como você professora A diagnosticou seus alunos? A professora A informou que trabalhou com resolução de problemas, leitura de números grandes e frações.

A professora V solicitou que a professora A exemplificasse os problemas que trabalhou com os alunos do 8º e 9º anos.

1. $1/6$ de uma pizza custa três reais. Quanto custa $3/6$ da pizza? E $5/6$ da pizza? E a pizza toda?
2. Os alunos de um colégio vão fazer uma excursão. São 168 pessoas entre alunos e professores. Quantos micro-ônibus de 22 lugares eles deverão alugar?
3. Uma pastelaria vendeu 1.250 pastéis de vários sabores na semana passada. Desse total,

40% eram de queijo. Quantos pastéis de queijo foram vendidos na semana passada?
A professora A informou que os alunos maiores vão elaborar jogos para trabalhar com os alunos menores nos intervalos (recreio). Ela disse que vai fazer a mediação. A professora S orientou que esses jogos precisam ser validados antes de serem utilizados. A professora T questionou a professora A sobre o funcionamento dos jogos, seguindo a ideia da professora S. Além disso, a professora T perguntou à professora A o que a matemática tem nesses jogos e como ela aparece.
Após os relatos sobre os diagnósticos, a professora V solicitou que a professora T falasse sobre o problema da professora C (nome fictício da professora que interagiu com a professora T em uma formação continuada) e sobre suas percepções acerca das falas das professoras nesse encontro do grupo. Sobre as falas das professoras no presente encontro do grupo de estudo, a professora T argumentou que observou três pontos de contato: avaliação, resolução de problemas e dificuldade dos alunos. Quanto ao aspecto de avaliação, ela mencionou que, nas falas das professoras, nesse encontro, observou que a avaliação ainda é uma área de tensão. Não há um padrão para elaborarem avaliações. Elaboramos avaliações de acordo com nossas experiências e vivências, como alunos e professores. Ressaltou que precisamos compreender o que é uma avaliação da aprendizagem e como incorporamos as avaliações sistêmicas nas avaliações de aprendizagem. Sugeriu o estudo do livro *Métodos Alternativos de Avaliação*. Quanto ao aspecto de resolução de problemas, partiu do problema da pizza proposto pela professora A. Disse que, quando o leu, ficou pensando: o que é uma pizza? Como ela pode ser partida? Tradicionalmente tem alguma forma de repartir uma pizza em partes iguais? Como fazemos? O que o problema diz? Quais dados vamos retirar?
Neste momento, a professora T fez menção aos textos de LeBlanc, Polya e Santos, que trazem exemplos de como trabalhar a resolução de problemas em sala de aula. Aqui também ela disse de sua experiência com o problema da professora C. O problema era o seguinte – Vamos desenhar uma cena de acordo com o que se pede: Há três árvores de tamanhos diferentes. Em uma árvore há cinco frutas. Em outra, há quatro frutas a mais do que esta. Perto de uma árvore há uma criança. No céu voam mais pássaros que o número de árvores. Também existem flores. Mais de seis e menos de oito. Sobre isso, a professora T comentou a matemática verificada nas atividades diagnósticas e a matemática que cada professor tem, sabe e ensina. Por fim, ela discorreu sobre a dificuldade dos alunos na interpretação de problemas, sobre número (composição e decomposição) e no trato das operações fundamentais nos anos iniciais. Ao final, combinamos que cada um enviaria suas atividades diagnósticas aos membros do grupo de estudo.”

Interpretações e análises do texto 1

Com base na leitura desse texto e em virtude de termos vivenciado esse momento com elas, percebemos como esse registro escrito traz uma riqueza de detalhes. Identificamos que discutimos aspectos dos processos de ensino, de aprendizagem e de avaliação. Nesse caso, a avaliação era diagnóstica, porque estávamos no início do período letivo, momento em que os professores desejam conhecer suas turmas e identificar quais conhecimentos os alunos parecem entender e em quais ainda sentem dificuldades. Nesses diálogos, escutamos as professoras mencionarem alguns conteúdos matemáticos, algumas visões sobre a resolução de problema e sobre a avaliação diagnóstica (LORENZATO, 2006a; SANTOS, 1997; SANTOS-WAGNER, 2008; SILVA, 2009; ZANON, 2011; BRUM; SANTOS-WAGNER, 2015).

Ao analisarmos esses relatos, lembramos que poderíamos ter sugerido a leitura do capítulo *Aspectos da avaliação diagnóstica e da interpretação da divisão nos anos iniciais do*

ensino fundamental, publicado no livro *Narrativas sobre o conceito de divisão em grupo de estudos*, em 2015, e que o assunto não era tão novo para alguns participantes do grupo (KUSTER; BRUM; KUSTER; SANTOS-WAGNER, 2015). Ao mesmo tempo, notamos, com esse relato coletivo, que ainda precisamos melhorar em termos de planejamento, sistematizações, registros e ausências dos participantes do grupo, já que nem todos estão sempre presentes aos encontros semanais. Por outro lado, aprendemos muito uns com os outros, com as práticas de escuta de nossos alunos, com a troca de experiências de como abordar e avaliar um conceito matemático e com reflexões que fazemos sobre relações entre conceitos e o currículo de matemática da escola básica e da universidade (formação inicial de professores) (BALL, 1988, 2000; SANTOS, 1993/1996, 1997; SHULMAN, 1986, 1987; SILVA, 2009; SKEMP, 1976, 1987/2009; ZANON, 2011). Mesmo de forma não sistemática, constatamos, neste relato escrito, que nos aproximamos, na condição de grupo de estudo, mais de atividades de estudos de aula do que pesquisas pensadas e planejadas como experimentos de ensino. Por outro lado, tivemos, em 2018, professoras participantes do grupo que planejaram experimentos de ensino em suas turmas. Além disso, seguimos um caminho diferente do que seja uma investigação em comunidades de prática. Apesar dos limites que identificamos em nosso grupo de estudo, observamos que nossas falas e relatos escritos funcionam como disparadores de nosso desenvolvimento profissional, pois, em 2018, dois participantes do grupo ingressaram no mestrado profissional e, no fim de 2018, três participantes, professoras recém-formadas em Pedagogia, passaram no processo seletivo para professores de educação básica.

Texto 2 – Reflexões coletivas em 13/3/2018 sobre o encontro de 6/3/2018

Neste dia estavam presentes no encontro as professoras A, D, L, RI, Si, T, V e B, que chegou bem depois. Foi solicitado que a professora T fizesse a leitura do relato do encontro passado.

A professora Z disse: a gente, ao ler os relatos e registros das outras professoras, percebe que vai voltando à mente o que aconteceu no encontro passado. Ela falou que enviou a avaliação do 4º ano e não fez a avaliação diagnóstica de matemática para o 1º ano. Não tinha nenhum registro deles. Só foi feita do 1º ano uma avaliação diagnóstica de língua portuguesa. Está sendo muito desgastante e cansativa para mim e para as outras professoras da escola esta etapa inicial de avaliações dos novos alunos. São quatro professoras, e pensávamos naqueles aspectos que a pedagoga nos informou para serem diagnosticados e nem sabíamos inicialmente como avaliar. Eu me senti angustiada porque deveria contemplar outros conceitos matemáticos. No dia a dia, vou observando o que cada aluno sabe ou tem dificuldade. Constatado que esse fazer diário já é um tipo de avaliação de conhecimentos dos alunos que vou desenvolvendo a cada momento de aula. O fator tempo é um complicador para o trabalho escolar das professoras, já que o pedagogo não pensou com a gente para elaborar as provas e simplesmente informou onde deveríamos mudar o estilo de prova. Ou seja, o pedagogo não nos ajuda a pensar em como elaborar avaliações diferentes.

A professora T perguntou sobre o objetivo de as quatro professoras elaborarem as provas que elas enviaram ao grupo, por e-mail. Depois a professora T acrescentou que, quando leu cada prova, pensou em alguns conteúdos, tais como: base numérica, escrita dos números e as quatro operações. Ela comentou também que cada professora deveria ter enviado esses detalhes e outros para todos do

grupo. A professora V complementou e disse que é necessário que cada professor registre o que quer avaliar em cada questão que coloca em uma avaliação, que objetivos quer alcançar, que informações esse professor vai obter de um aluno que acerta e de um aluno que erra tal questão. Além disso, comentou que cada professor já deve antecipar, ao elaborar uma avaliação, as possíveis respostas certas, incompletas e erradas de seus alunos.

A professora L disse que o relatório contemplou os detalhes do encontro. Deveríamos ter contemplado outros objetivos em nossas avaliações. Em meu caso, que trabalho com uma turma com alunos do 4º e 5º anos, percebo alguns equívocos. Ao rever a minha avaliação diagnóstica, constato que esta avaliação foi mais voltada para o 4º ano, para ver se os objetivos estavam consolidados do que foi pensado com respeito aos alunos do 5º ano.

A professora A complementou que os acréscimos da professora T ao texto ajudaram para ter uma ideia do que cada professora nos informou sobre suas avaliações. Também observei que as questões que coloquei em minha avaliação diagnóstica envolviam poucos conceitos matemáticos e não verificavam nenhum conceito estudado no 6º ano.

A professora B fez uma pergunta: O que podemos comentar no que diz respeito aos instrumentos avaliativos de cada professor? Nesse momento, todos nós falamos ao mesmo tempo e concordamos que ainda precisamos aprender a elaborar avaliações. Comentei que nem os que disseram ter lido o livro de Métodos Alternativos de Avaliação sabiam usá-lo para elaborar suas avaliações. Decidimos que, a partir do próximo encontro, vamos ter momentos para compartilhar nossas aulas, pontos positivos que queremos compartilhar e angústias, mas vamos ler e discutir partes do livro.

Interpretações e análises do texto 2

Tanto a professora Z quanto a professora A e outros professores mencionaram que resistem e evitam fazer registros dos encontros e relatos como eram feitos em anos anteriores. Por outro lado, quando acabam de ler e refletir sobre os relatos das discussões anteriores, percebem a riqueza de aprendizagens que ocorre entre os membros e de informações que não registraram e de que não estavam conscientes. Essas práticas de ouvir, falar e registrar, tanto o que aconteceu em sala de aula quanto o que ocorreu em um grupo de estudo, são características naturais de professores que participam de estudos de aula em países asiáticos. E, aqui em nossa cultura, essas não são práticas rotineiras nem comuns, pois é muito difícil encontrarmos em formações iniciais e/ou formações continuadas e em escolas práticas de registro escrito (SANTOS, 1993/1996, 1997) e de escuta atenta (LORENZATO, 2006a).

Em um dado momento, as professoras Z, L e B comentaram que ainda precisam aprender a elaborar avaliações. Isso foi possível mediante a provocação feita pela professora T, ao comentar ter recebido algumas provas quase sem explicação de como, por quê? E o que estariam avaliando em termos de conhecimentos e conceitos matemáticos? Do mesmo modo, a pergunta de B, que levou o grupo a decidir sobre a releitura do livro “Métodos Alternativos de Avaliação” (SANTOS, 1997). Percebemos novamente a importância da participação de todos, visto que estavam presentes alguns participantes que já haviam lido o livro sobre divisão (BAZET; SILVA, 2015) e a discussão sobre a avaliação diagnóstica (SANTOS,

1997). No entanto, houve uma tomada de consciência de que precisam fazer registros mesmo sem gostar, precisam melhorar a forma de elaborar avaliações e saber explicar que conhecimentos de seus alunos estão avaliando de fato. Com isso, os participantes desse dia estavam vendo a necessidade de estudar e aprofundar conhecimentos de conteúdo pedagógico concernente à avaliação (BALL, 1988, 2000; SANTOS, 1993/1996, 1997; SHULMAN, 1986, 1987, 2014).

Esses dois episódios de 2018 mostram-nos como temos focalizado o professor e os interesses que eles evidenciam nos encontros. Ao longo de 2018, trabalhamos nos primeiros três meses, lendo, estudando e discutindo ideias a respeito de avaliação (SANTOS, 1997). Assim, estudamos e dialogamos sobre métodos alternativos de avaliação e fomos trocando ideias sobre nossas formas de avaliar se os alunos estavam aprendendo e avaliar o que estávamos ensinando. Focalizamos também estudos de geometria por termos notado, nas avaliações diagnósticas das professoras no início de ano e meses iniciais, que conceitos geométricos ficam sempre em segundo plano. As professoras constataram que valorizavam, em seus planejamentos, as ideias de número e de sistema de numeração decimal e as quatro operações aritméticas. Por exemplo, os trabalhos desenvolvidos pelas professoras com foco em resolução de problemas, avaliação diagnóstica sentido espacial e outros tópicos, foram apresentados por participantes do grupo em 2018 na Sétima Semana da Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (BERNARDINO; ZANON; SANTOS-WAGNER, 2018; KUSTER; SANTOS-WAGNER; ZOGAIB, 2018a, 2018b; OLIVEIRA; SANTOS-WAGNER, 2018; PAULA; SILVA; BRUM, 2018; SILVA; SANTOS-WAGNER, 2018a, 2018b; ZANON; SANTOS-WAGNER; BONATO, 2018; ZANON; SANTOS-WAGNER; SILVA, 2018 ; ZOGAIB; SANTOS-WAGNER, 2018).

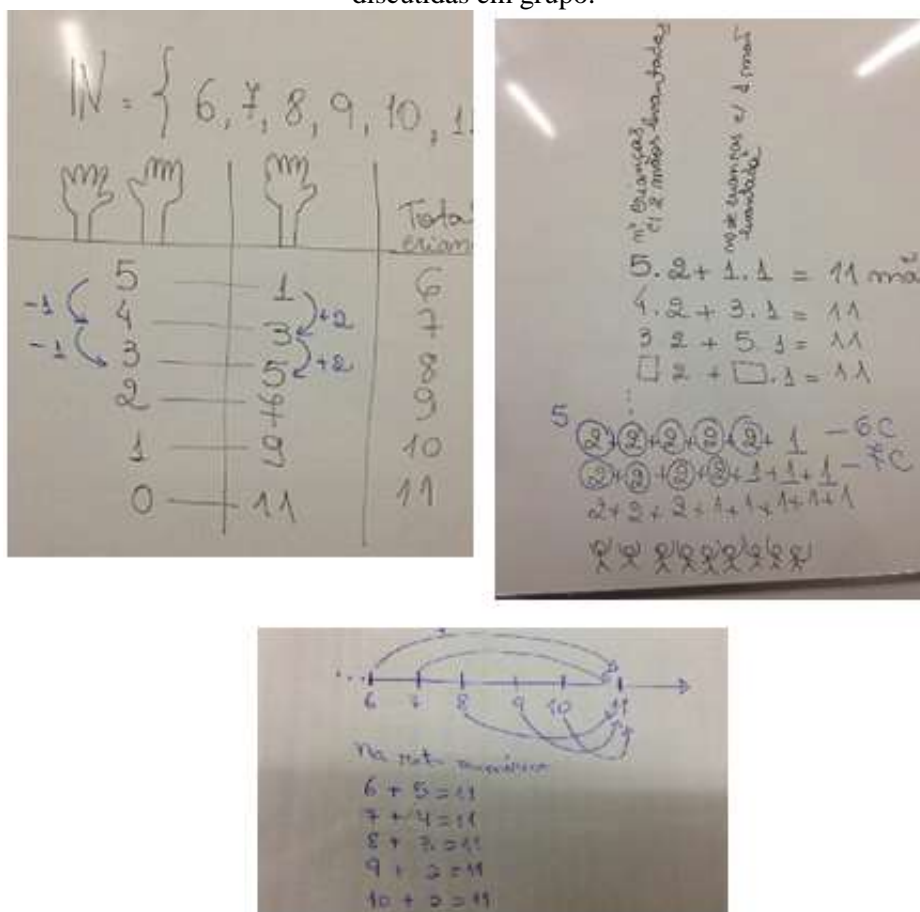
Episódios de 2019

Texto 3 – Relato do encontro de 6/5/2019

Nesse dia, participaram do encontro as professoras A, B, G, H, J, Jo, K, R1, R2, S, Si, Sil e Z. A professora Si enviou-nos uma tarefa que ela adaptou para seus alunos da Pedagogia na Universidade Federal de Sergipe. Inicialmente alguns participantes do grupo pensaram em uma única resposta e outros pensaram em algumas respostas com desenhos ou registros. Após diálogos e registros no quadro de diferentes possibilidades de resolução com tabelas, desenhos e expressões aritméticas, o grupo decidiu que seria interessante investigar o que aconteceria na sala de aula de cada participante do grupo. Assim, a tarefa foi adaptada a cada turma e realidade e pudemos aprender muito com os relatos orais do que ocorreu desde a educação infantil até um trabalho com idosos. Esses relatos mostram desdobramentos importantes para os processos de ensino, aprendizagem e avaliação, bem como para os conhecimentos que possuímos ou temos de aperfeiçoar de conhecimento: de currículo, pedagógico de conteúdo e de conteúdo matemático. Além disso, evidenciam como participantes antigos e novos do grupo já estão atentos aos aspectos motivacionais que devem ser pensados, ao prepararmos aulas de matemática.

*O problema resolvido pelo grupo e depois readaptado por cada professora constituía-se no seguinte: Imagine que 11 mãos de crianças apareçam levantadas acima de um pequeno muro. As crianças que estão atrás do muro vão fazer uma apresentação utilizando as mãos, por isso estão com luvas. Levando em consideração que, atrás do muro, só esteja o grupo de crianças que utilizam essas 11 mãos, quantas crianças podem estar atrás do muro?
 E as respostas apresentadas pelos participantes nesse dia de encontro foram estas:*

Figuras 1, 2 e 3: Algumas soluções matemáticas apresentadas por professoras e pesquisadoras e discutidas em grupo.



Fonte: Arquivo pessoal da professora Z

Interpretações e análises do texto 3

Só foi possível chegar a todas essas representações com as provocações das professoras formadoras J, S e V. Pelas imagens, percebemos que houve uma rica discussão sobre as diversas representações matemáticas que poderiam ser feitas, desde a mais formal (representação de um conjunto numérico) até o desenho simples das crianças, passando pela reta numérica (apesar de a professora ter-se confundido em sua resposta final), mas sua lógica estava correta, e as regularidades que esse problema oferece para pensar matematicamente estavam bem representadas. No início, a primeira sugestão foi que seriam 11 crianças, mas, ao

serem estimuladas, constataram que havia mais de uma resposta para o problema. Nesse diálogo, notaram as diversas soluções e daí em diante, levaram esse aprendizado vivenciado ao grupo, para provocar crianças, adolescentes, adultos e idosos em suas salas de aula.

As professoras mostraram que se sentem abertas a desafios matemáticos e procuraram pensar em como resolver a situação proposta pela profa. Si. Por outro lado, os questionamentos que a professora S foi fazendo durante as interações entre os participantes foram descortinando para todas elas a riqueza de possibilidades de respostas desse problema não rotineiro (SANTOS, 1997; SANTOS-WAGNER, 2008; BRUM; SANTOS-WAGNER, 2015). Algumas ficaram surpresas de verificar que esse problema tinha várias soluções e que poderiam representar de formas variadas essas soluções. As participantes sentiram-se motivadas e provocadas a pensar intencionalmente nesse problema como situação de ensino ou em adaptações dele para suas turmas de níveis escolares distintos. As duas participantes novas do grupo, as professoras H e Sil, sentiram-se muito bem no grupo nesse dia e foram provocadas a experimentar essa tarefa. Recebemos várias mensagens no WhatsApp do grupo em que todas falavam de como se sentiram desafiadas e alegres, ao identificarem todas as possibilidades de descobrir quantas crianças estavam atrás do muro, quando eram enxergadas 11 mãozinhas. Essa provocação funcionou exatamente como o que ocorreria no início de ações de um estudo de aula asiático (HART; ALSTON; MURATA, 2011). Nesse caso, se os professores desejassem focalizar esse problema das 11 mãozinhas, pensariam no que iria acontecer em cada sala de aula e como cada professor planejará e atuará para favorecer que seus alunos resolvessem essa tarefa. Fariam registros escritos, gravados em áudio e vídeo para discutir, refletir e analisar o que seus alunos fizeram e, se necessário, replanejar a tarefa.

Texto 4 – Relato da professora Z

Problema: Imagine que 11 mãos de crianças apareçam levantadas acima de um pequeno muro. As crianças que estão atrás dele vão fazer um teatro e por isso estão usando luvas. Levando em consideração que, atrás do muro, só esteja o grupo de crianças que utilizam essas mãos, quantas crianças podem estar atrás do muro?

Apresentei a proposta a 25 alunos de uma turma do 3º ano do ensino fundamental de uma escola municipal de Vila Velha-ES, onde atuo como professora. Disse às crianças que estava com um desafio a ser resolvido e perguntei quem poderia ajudar-me. Nesse momento, todos os alunos se prontificaram a pensar sobre o desafio para chegarem a possíveis resultados. Organizamos a sala de aula em filas, pois o objetivo era verificar o que cada aluno individualmente iria fazer. Passei o problema no quadro e deixei que lessem silenciosamente e iniciassem seus registros, porém tenho 07 alunos que ainda não leem, estão no processo de alfabetização da leitura e escrita, por isso achei necessário fazer a leitura para eles, para que também se sentissem incluídos a participar do desafio. Disse, ainda, que, ao terminarem seus registros, fossem a minha mesa, para poder verificar como haviam pensado. Pude perceber diferentes respostas: um grupo entendeu que teriam 06 crianças atrás do muro, onde 05 estavam com 02 mãos levantadas e 01 criança com apenas 01 mão levantada, totalizando 11 mãos. Outro grupo pensou em 11 crianças.

Alguns alunos, ao mostrarem o caderno, eu percebia que não tinha o total de 11 mãos e pedia que me

explicassem e, ao lerem ou contarem as mãos que haviam desenhado, logo percebiam que tinham cometido uma falha e diziam: “Espera, professora, vou contar de novo, ou vou fazer de novo”. Sem mediação direta, apenas ao analisarem suas respostas, repensavam e conseguiam perceber seus erros, tomando consciência do erro, o que chamamos de diálogo interno.

Segundo a professora V, nesse processo levei os alunos à motivação, despertei a matemática emocional, a resolução de problema e avaliação. E, assim, estamos trabalhando com o estudo de aula, ou seja, saber fazer a criança a pensar como resolver os problemas e estudar matemática.

Com algumas crianças que não perceberam seus erros, fiz mediação, pois outro grupo apresentou o resultado como apenas 05 crianças atrás do muro. Nesse momento, foi preciso fazer intervenção para perceberem que estava faltando uma criança, pois faltava uma mão para completar as 11 citadas no problema. Assim, eles retornavam a seus lugares e faziam outras tentativas até conseguirem compreender que era necessário aparecerem 11 mãos atrás do muro. Outras crianças disseram que havia 11 crianças atrás do muro e cada uma levantou apenas 01 mão. Nesse momento perguntei à aluna S como ela havia pensado a resposta. Ela e me explicou dizendo que usou as colegas de sala como referência e incluiu a mão dela e de mais dez colegas, totalizando assim 11 crianças e logo 11 mãos levantadas.

Deixei os alunos bem livres, mas surgiram apenas essas três possibilidades de 05, 06 e 11 crianças atrás do muro. Meu interesse era deixá-los à vontade para que, num outro momento, se sentissem animados e desafiados a participar novamente.

A tarefa despertou o interesse de toda a turma e os relatos foram interessantes. A aula encerrou e disse a eles que retornaríamos em outro momento com o problema. Passados alguns dias, replanejei a aula tentando novas ações, diálogos com mediação, com questionamentos e novos desafios. Apresentei novamente a situação-problema perguntando que possíveis possibilidades os colegas teriam pensado. Citaram as três que haviam feito na última aula e eu instigava se existiam outras formas. Mesmo instigando, não surgiu outra possibilidade além das três já apresentadas por eles anteriormente.

Nesse momento montei, em cima da minha mesa, que é maior, um muro feito com pacotes de livros e fui desafiando a fazer a dramatização, usando os próprios alunos da sala e representando as possibilidades que eles já haviam feito na aula anterior. Não surgindo outra ideia por parte deles, fui instigando e perguntando: se houvesse 07 crianças atrás do muro, o que iria acontecer? Ficaram curiosos, e logo foram 07 alunos para trás do muro, fazendo as representações e tendo o cuidado de que era preciso ter 11 mãos levantadas. Em seguida, fizemos o mesmo processo com 08, 09, 10 e 11 crianças atrás do muro. A cada nova representação, a compreensão tornava-se mais fácil e acessível. Percebi que, se não tivesse feito a representação com a dramatização e participação deles, talvez não conseguissem chegar a essas outras possibilidades. Terminada a representação, todos fizeram os registros das diferentes possibilidades em seus cadernos. Acreditamos que, fazendo os registros e pensando sobre eles, a aprendizagem dá mais um avanço. Agradei a participação e deixei claro que, em outro momento, retornaríamos para novos desafios.

Interpretações e análises do texto 4

A professora acima está participando do grupo nos últimos seis anos, e notamos que ela mostrou ter conhecimento de seus alunos, saber como envolvê-los, motivá-los e querer descobrir como cada um resolve o problema (SHULMAN, 1987). Demonstrou querer descobrir a maneira como cada criança pensava para resolver a tarefa e a matemática que cada criança já tinha ou tem. Ou seja, ela estava procurando identificar a matemática de seus alunos, conforme Steffe e Thompson (2000) mencionam que é a primeira etapa para os vários planejamentos que devem ocorrer em um experimento de ensino. Além disso, evidenciou ter

feito um planejamento intencional e procurou usar o que vem aprendendo no grupo sobre conhecimento pedagógico de conteúdo matemático e também de conhecimento matemático (BALL, 1988; SHULMAN, 1986, 1987). Apontou também uma conscientização que ela já possui, como professora, de suas ações, conhecimentos e estudos. Isto é, ela desenvolveu sua consciência metacognitiva ao pensar e refletir sobre seus conhecimentos (SANTOS, 1993/1996, 1997) e também evidenciou isso ao replanejar sua aula intencionalmente. Ela partiu dos conhecimentos que tem de seus alunos, das dificuldades que observou em alguns e de seu desejo de provocá-los a descobrir as outras possibilidades de respostas (ALVES, 2002). Ela desejava que seus alunos do 3º ano descobrissem todas as possibilidades que ela e as demais professoras identificaram, quando foram desafiadas com esse problema no GEEM-ES, em 6 de maio de 2019. Assim, ela procurou chamar a atenção para a situação-problema por meio da dramatização e do uso de números menores e questionamentos que os fizessem pensar sobre o que poderiam responder (POLYA, 1945/1975; SANTOS, 1997; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; SANTOS-WAGNER, 2008; ONUCHIC; ALLEVATO; NOGUTI; JUSTULIN, 2014; BRUM; SANTOS-WAGNER, 2015). Ela observou como o ato de dramatizar auxiliou seus alunos a pensar em outras possibilidades de respostas.

Texto 5 – Relato da professora B

Comentários sobre a maneira como foi a experiência com o problema das mãozinhas: Imagine que 11 mãos de crianças apareçam levantadas acima de um pequeno muro. As crianças que estão atrás dele vão fazer um teatro e por isso estão usando luvas. Levando em consideração que atrás do muro só esteja o grupo de crianças que utilizam essas mãos, quantas crianças podem estar atrás do muro?

Em minha sala do 5º ano, esse problema foi trabalhado inicialmente somente com o grupo de alunos que terminaram a prova rapidamente: 08 alunos. Desses 08 alunos, nenhum percebeu que havia mais do que uma resposta possível, antes que fosse feito algum tipo de mediação. A aluna M foi a primeira a apresentar sua resposta: $11 \div 2 = 5$ crianças, mas sobra uma mão. Disse exatamente isso e somente pensou em 06 depois que lhe perguntei: mas são 11 mãos, se forem somente 05 crianças, de quem é a outra mão? Foi quando ela disse: Então são 06 e 01 criança somente levantou 01 mão. Mas contentou-se com essa resposta, não pensou em outra possibilidade. Assim também fizeram os outros alunos, porém sem usar o algoritmo da divisão. Quando perguntei ao grupo de 08 alunos se alguém teria outra resposta, 03 alunos perceberam que havia outras possibilidades. Eles oralizavam e eu escrevia no quadro o que diziam. Foi a primeira representação matemática que fizemos. Depois de terem percebido que havia várias possibilidades de respostas, lancei o desafio: quem me trazer todas as possibilidades representadas matematicamente ou com palavras, vai ganhar uma caixinha de dobradura com chocolate da marca Bis. Três alunos trouxeram todas as respostas, de 6 a 11. Um deles desenhou bonequinhos, um descreveu todas as possibilidades com palavras e outro utilizou a escrita na língua materna aliada à linguagem matemática. Para a premiação, tivemos de fazer sorteio da caixinha. A seguir, para que todos os 08 compreendessem, fizemos a dramatização com todas as possibilidades apresentadas. O que, até aí, já foi possível:

- Perceber que um problema não possui sempre uma única resposta.
 - Perceber que existem várias maneiras de chegar a uma resposta (coisa que, nessa turma, está mais devagar).
 - Exercitar os fatos fundamentais da multiplicação.
 - Exercitar o registro na linguagem matemática.
- Outros conceitos, vocês poderão ajudar-me a descobrir...*

Agora, vamos criar outros problemas e desenvolvê-los com toda a turma, e possivelmente já vão perceber padrões e regularidades.

Interpretações e análises do texto 5

A professora acima participa do grupo pelo menos há 13 anos. Notamos que essa professora está atenta a tudo que acontece com seus alunos. Ao perceber que os oito alunos não estavam motivados para fazer uma tarefa depois da prova, ela pensou no desafio das 11 mãozinhas e em uma maneira de convencê-los a trabalhar. Assim, no intuito de envolvê-los, lançou um desafio e, para incentivá-los, fez uso de uma premiação. Ela relatou-nos que posteriormente faria a atividade com toda a turma. Ela, assim como a professora Z, fez uso da dramatização, para que esses oito alunos pensassem em diferentes possibilidades de respostas (SANTOS, 1997). Essa professora mostrou que escuta atentamente (LORENZATO, 2006a) e tentou descobrir que conhecimentos matemáticos seus alunos possuem e como entendem os conceitos envolvidos, isto é, ela procurou identificar a matemática dos estudantes (STEFFE; THOMPSON, 2000).

Observamos que, ao final de seu relato, ela fez uma análise do que foi trabalhado com as oito crianças de conceitos e, aos poucos, acreditou estar desconstruindo a ideia que esses alunos trouxeram de quatro anos anteriores: que só existe uma resposta para um problema matemático. Além disso, ela refletiu a respeito do que poderá ser discutido nos encontros do GEEM-ES sobre outros conhecimentos matemáticos, pedagógicos de conteúdo e curriculares (BALL, 1988; SHULMAN, 1986), bem como está consciente de que outras tarefas, problemas e conceitos poderão ser articulados no grupo de estudo. Ademais, demonstrou já estar decidida a provocar que seus alunos resolvam outros problemas similares.

Texto 6 – Relato da professora G e outras professoras no encontro do grupo em 27/5/2019

Presentes: Professoras A, B, G, H, J, Jo, R1, Sil, V e Z.

Início meu relato (G) informando quem estava no encontro passado de 6/5/2019. Nesse dia, cada professor relatou as experiências e as deduções na tentativa de imaginar quais as possibilidades de respostas de nossos alunos que poderiam surgir, com relação à atividade das mãozinhas desenvolvida em 2019 com as turmas. Alguns fizeram atividade adaptada com base na sugestão trazida pela professora Si.

Cada uma contou as experiências vivenciadas pelo seu grupo de forma bem criativa, quando a professora Z propôs um desafio em que motivou seus alunos do 3º ano e logo passou no quadro para refletirem. Em outro momento, fez um muro de livros para refletirem sobre os problemas além de seus registros.

A professora G trabalhou no seu grupo de 05 anos, em que cada aluno respondeu de forma bem criativa, expondo suas deduções.

Para o grupo da professora B, ela nos relatou que foi necessário oferecer aos alunos um chocolate Bis, para motivar-lhes. As respostas iniciais de seus alunos eram muito sem pensar em outras possibilidades ou maneiras.

A professora Sil relatou que fez atividades com seus alunos adultos, a partir dos 60 anos. Ela fez uma leitura com sua turma, à qual houve muita resistência, possivelmente devido à disciplina Matemática ou provavelmente por terem achado muito difícil; talvez pela forma como a disciplina foi trabalhada com esses alunos durante sua trajetória escolar na juventude.

A professora K relatou bem parecido ao que passou com o grupo da professora B, pois houve um pouco de resistência em pensar e dificuldades de motivar-lhes, possivelmente pela pré-adolescência, idade desses alunos (5º ano).

Em cada grupo, cada professor trabalhou e pensou com criatividade e de diversas formas, tal como imaginou trabalhar a professora Jo com seu grupo, por exemplo a base 10, partindo da sugestão das mãozinhas. Nesse dia apresentei a experiência vivenciada com meu grupo do 1º ano da atividade das mãozinhas. Este grupo está formado por 20 alunos/as, com os quais organizei as mãozinhas numa janela de vidro no espaço da brinquedoteca da escola em que trabalho no município da Serra. Quando iniciei a atividade, meus alunos estavam brincando com diversos brinquedos, então os convidei a me ajudar a resolver um enigma. Todos se sentaram em frente da janela com as 14 mãozinhas. A maioria deixou de lado os brinquedos, para ajudarem a resolver o mistério quando perguntei: Quantas crianças vocês imaginam que estejam atrás da parede? Como vocês sabem? Por que você pensa assim? Nesse momento, os alunos começaram a contribuir desta forma:

E pensou: 10 crianças: 04 crianças com 02 mãos e 06 com 01 mãozinha, totalizando, assim, 10 crianças.

K imaginou: 02 crianças com 02 mãos e 10 com 01 mão, totalizando, assim, 12 crianças.

AV deduziu: 05 com duas mãos e 04 com apenas 01 mãozinha, totalizando então 09 crianças. Quanto às outras crianças, umas continuaram com seus brinquedos, outras apenas ficaram pensando sem dar uma resposta, ante a qual havia planejado 50 minutos para trabalhar em dois momentos diferentes, quando foi necessário alterar o tempo, pois houve uma comemoração imprevista na escola. Repetirei, em outro momento, a atividade, porém planejando agora com 11 mãozinhas e um tempo maior para que todos participem e façam seus registros.

Após, a professora S fez uma apresentação de um material que apresentou em Vila Velha com o tema: Matemática na alfabetização: conhecimentos necessários para educação matemática com crianças. Ao final da apresentação, a professora J questionou as suas ex-alunas ali presentes se elas conseguiam estabelecer alguma relação da fala de S com conceitos trabalhados em sala de aula na época em que foram suas alunas. As professoras G e R1 tentaram explicar, mas sem sucesso, apesar de a professora G dizer que a professora J procurava trabalhar a prática com a teoria, utilizando muito material concreto e fazendo com que muitos alunos da Pedagogia mudassem seu olhar para a matemática. Então, J disse que elas, ao escutarem um tema, deveriam tentar fazer um paralelo com aquilo que escutaram durante a formação inicial, uma vez que o que S apresentou elas também viram, ao explorarem e estudarem o livro de Lorenzato (2006b). A professora D, que também cursou Pedagogia na mesma universidade, comentou que só agora, depois de vários anos no grupo de estudo e de estar no mestrado profissional, é que está ficando claro em sua mente que muita coisa que tinha visto com a professora I (já foi membro do grupo) deveria ter usado nas turmas dela. “Eu era muito jovem quando comecei a trabalhar e, ao entrar em uma escola, queremos fazer como os outros colegas e sentimos pressão dos mais antigos e da pedagoga e quase esquecemos o que aprendemos e trabalhamos na formação inicial. Só agora, no mestrado profissional, ao trabalhar para preparar e implementar as oficinas de formação continuada, é que estou vendo que é importante trabalhar com material concreto e ter os conceitos claros enquanto professor. Só agora percebo o quanto perdi por não estabelecer relações e ver a validade de estudar os conceitos matemáticos como a professora I nos estimulava nas disciplinas de matemática do curso e vocês aqui do grupo. Ademais, vejo que não valorizava nem o uso de materiais concretos para trabalhar com as crianças pequenas nem fazer registros do que acontecia em aula com meus alunos, nem registro de quando estudo matemática, bem como dos registros do grupo”.

Em síntese foi apresentado ao grupo, nesse dia, a necessidade de permitir aos alunos chegar às suas conclusões e comparar com as respostas de seus colegas. Assim como devemos estimular registros com relação aos conceitos matemáticos trabalhados, sempre criando situações para que nossos alunos possam agir em situações variadas. Concluímos também, mediante as falas de todas as professoras presentes, que as situações de aula, planejadas e pensadas antecipadamente por cada professor, devem partir de uma organização intencional de ações docentes para trabalhar com os

alunos atividades que propiciem aprendizagens significativas em matemática. Foram momentos interessantes de formação continuada de professores desenvolvida no grupo de estudo GEEM-ES, em que todos nós compartilhamos conhecimentos, assim como ideias, para trabalharmos com nossos alunos a educação matemática de forma significativa.

Figura 4: Experiência da professora G com sua turminha de 5 anos



Fonte: Arquivo pessoal da professora G

Interpretações e análises do texto 6

Notamos, pelo relato do texto 4 da professora Z e agora pelo relato de G no texto 6, que elas fizeram uma representação teatral, para que suas turmas pudessem visualizar o problema das mãozinhas e compreendessem melhor o problema, uma vez que o enunciado dele era muito complexo para o entendimento das crianças. Com a dramatização, essas professoras conseguiram motivar suas turmas para resolverem o problema (SANTOS, 1997; SANTOS-WAGNER, 2008). A professora G⁹ relatou que gravou uma cena no WhatsApp e pôde perceber que o aluno M pensou em outra estratégia diferente das apresentadas até aquele momento. Assim o aluno M tentava chamar sua atenção, puxando sua roupa, e ela não observou esse detalhe na hora da atividade, e acabou por deixá-lo frustrado e comentou no grupo como devemos estar atentos ao que nossos alunos nos dizem por meio de gestos. Este tipo de reflexão é uma ação comum nos professores dos estudos de aula asiáticos (HART; ALSTON; MURATA, 2011). A professora Sil, ao trabalhar com adultos, percebeu que foi muito produtivo, apesar da resistência inicial de alguns. Ela trouxe as respostas dadas pelos idosos para que discutíssemos no grupo. Verificamos que muitos conseguiram fazer todas as possibilidades e algumas estratégias eram similares às das crianças da professora Jo.

Outros pontos interessantes nesse dia foram a rerepresentação para o grupo da palestra

⁹ Na análise a seguir, descrevemos uma fala da professora G sobre o aluno M que não está no relato 6. Porém, ela lembrou desse detalhe e comentou o mesmo oralmente depois de escutar a professora Jo falando sobre suas crianças do 1º ano, e pensamos ser interessante trazer essa reflexão da sua prática

da professora S e os questionamentos feitos às professoras pela professora J, principalmente suas ex-alunas, sobre o que elas haviam entendido e se conseguiam estabelecer alguma relação com os conteúdos/teorias trabalhados na disciplina de Matemática I. Pelas respostas, ficou evidenciado que todas ali presentes não conseguiram estabelecer uma ligação, o que nos remete à fala de Skemp (1976, 1987/2009) sobre a importância do conhecimento relacional, e não somente do conhecimento instrumental.

Considerações Finais

O que respondemos de nosso questionamento com os episódios de 2018 e de 2019? Enfim, que aproximações e semelhanças identificamos em nossas ações nesses episódios com as ações que ocorrem em estudos de aulas? Estamos tomando consciência do que conhecemos e estamos planejando intencionalmente ações docentes. Ademais, os professores preocupam-se em conhecer seus alunos, o que sabem fazer em tarefas matemáticas, o que não sabem, e o que os deixa motivados e seguros para trabalhar com tarefas desafiadoras e não rotineiras. Ainda precisamos de motivação para registrar mais detalhes das aulas de cada professor e, quem sabe, em algum momento futuro, gravar trechos de aulas para todos assistirem, discutirem e refletirem como fazem os professores asiáticos (HART; ALSTON; MURATA, 2011). Contudo, nosso caminhar é promissor.

Constatamos que os professores que ingressaram no grupo em 2019 (H e Sil) também ficaram motivados e aplicaram essa experiência. A professora H experimentou essa tarefa em dois momentos de formação continuada com professores de educação infantil do município de Santa Teresa-ES. Ela modificou a tarefa das mãozinhas e iniciou perguntando, em cada momento, aos professores presentes o que vinha à mente deles quando escutavam a palavra matemática. Escreveu a palavra matemática no centro do quadro e cada professor redigiu algo e foi colocando ao redor dela. Depois, ela solicitou que eles representassem algumas situações com matemática. Fizeram alguns desenhos, usaram alguns números e realizaram alguns registros. Ela conversou com cada grupo de professores a respeito das palavras que eles mencionaram: medo, pavor, trauma. Somente depois, ela apresentou a cada grupo de professores a tarefa das mãozinhas. Ela ficou encantada com essa experiência e relatou-nos quanto foi gratificante para ela ter vivenciado a tarefa no encontro do grupo, planejado intencionalmente o que faria em cada formação e experimentado isso nesses dois momentos.

Já a professora Sil experimentou essa tarefa em três momentos, no município de Vila Velha/ES, com turmas de idosos entre 60 e 91 anos. Ela também nos relatou a riqueza de

experiências que teve com esses três grupos e quanto foi aprendendo, depois do encontro, com seu planejamento intencional e com o que ocorreu em cada grupo de idosos. Ela informou-nos que alguns idosos tiveram reações semelhantes às das professoras de educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental e comentaram que nem sempre gostaram de matemática e seria mais interessante os jogos que são usados em alguns momentos nesses encontros. Por outro lado, nos três grupos, a professora Sil foi dialogando com os idosos e provocando que eles pensassem em outras possibilidades de respostas. No fim de seu relato oral, ela contou-nos a alegria dos idosos quando descobriam as diversas respostas e percebiam algumas regularidades.

Todos esses relatos mostram-nos quanto deixamos cada professora participante do grupo com fome de aprender, conforme comenta Alves (2002, p. 1) em seu texto *A arte de produzir fome*, publicado na Folha de São Paulo, em 2002, no qual ele começa sua crônica trazendo um diálogo com Adélia Prado, a quem perguntou:

Adélia Prado me ensina pedagogia. Diz ela: ‘Não quero faca nem queijo; quero é fome’. O comer não começa com o queijo. O comer começa na fome de comer queijo. Se não tenho fome é inútil ter queijo. Mas se tenho fome de queijo e não tenho queijo, eu dou um jeito de arranjar um queijo [...].

Ou seja, precisamos fazer com professores, futuros professores e nossos alunos exatamente o que Rubem Alves tão delicadamente nos fala. Deixar nossos alunos com fome de aprender (ALVES, 2002) e saber escutá-los de modo atento (LORENZATO, 2006a). Todas também demonstraram cuidado em escutar a cada aluno e em envolver todos nas aulas, sejam crianças pequenas, sejam crianças dos anos iniciais; sejam professoras de educação infantil, sejam idosos (ALVES, 2002; LORENZATO, 2006a, 2006b; SANTOS, 1997). Elas evidenciaram também que procuram trabalhar intencionalmente em seus planejamentos e partem da matemática de seus estudantes (STEFFE; THOMPSON, 2000), que os provocam e motivam a querer trabalhar na tarefa. Procuram usar estratégias que já aprenderam umas com as outras em vários encontros do grupo de estudo. Por exemplo, estratégias de como (i) envolver alunos e alunas em tarefas de resolução de problemas; (ii) discutir e ler várias vezes, com mediação da professora e alunos, o enunciado do problema; (iii) fazer vários questionamentos para verificar se todos entendem a situação e se pensam e planejam formas de como resolver o problema; (iv) estimular que representem e registrem, de várias formas, as possibilidades de respostas; e (v) dramatizar e usar estratégias alternativas.

Referências

ALVES, R. A arte de produzir fome. **Folha de São Paulo**, 2002. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u146.shtml>. Acesso em: 19 jun. 2019.

BALL, D. L. Bridging practices: intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. **Journal of Teacher Education**, n. 3, v. 51, maio/jun. 2000, p. 241-247.

_____. The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: challenging the myths. National Center for Research on Teacher Education. **College of Education**, Michigan State University, 1988.

BAZET, L. M. B.; SILVA, S. A. F. da. (Orgs.) **Narrativas sobre conceito de divisão em grupo de estudo**. Vitória-ES: Editora Ifes, 2015.

BERNARDINO, L.; ZANON, T. X. D; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. Reflexões sobre avaliação diagnóstica e matemática. In: **7ª Semana da Matemática do Ifes**, Vitória, 2018.

BRUM, J. M. **Redes cotidianas de saberes e fazeres matemáticos**: sobre possíveis potências e experiências de vida. 2010. ...f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2010.

BRUM, J. M.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. Experiências de aprendizagens e saberes de professores em grupo de estudo. In: **II Colóquio de Pós-Graduação em Ensino e Educação da UFRJ. Rio de Janeiro**, 2018.

_____. Estratégias de resolução de problemas de divisão não rotineiros. **Revista Teoria e Prática da Educação**, v. 18, n. 2, 2015, p. 121-132.

COONEY, T. J.; KRAINER, K. Inservice mathematics teacher education: the importance of listening. In: BISHOP, A. J. et al. (Ed.). **International handbook of mathematics education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 1155-1185.

FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. **Lesson Study**: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2004.

GARCIA, T. M.; CYRINO, M. C. da C. T. Identidade profissional de professores que ensinam matemática em uma comunidade de prática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, RPEM, Campo Mourão, PR, v. 8, n. 15, jan./jun. 2019, p. 33-61.

HART, L. C.; ALSTON, A.; MURATA, A. (Orgs.). **Lesson study research and practice in mathematics education**: learning together. Dordrecht, Heidelberg, London New York: Springer, 2011.

KUSTER, Z. S.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos; ZOGAIB, Simone Damm. “Advinhe em quem eu estou a pensar”: uma experiência com alunos do 2º ano do ensino fundamental. In: **7ª Semana da Matemática do Ifes**, Vitória, 2018a.

_____. Que número é esse? Quando crianças descobrem diferentes usos de números. In: **7ª**

Semana da Matemática do Ifes, Vitória, 2018b.

KUSTER, Z. S.; BRUM, J. M.; KUSTER, J. S.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. Aspectos da avaliação diagnóstica e da interpretação da divisão nos anos iniciais do ensino fundamental. In: BAZET, L. M. B.; SILVA, S. A. F. da (Orgs.). **Narrativas sobre o conceito de divisão em grupo de estudo**. Vitória-ES: Editora Ifes, 2015. p. 33-47.

LAVE, J. Situating learning in communities of practice. In: RESNICK, Lauren B.; LEVINE, John M.; TEASLEY, Stephanie D. (Eds.). **Perspectives on socially shared cognition**. Washington, DC: American Psychological Association (Learning Research and Development Center University of Pittsburg), 1991. p. 63-82.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006a.

_____. **Educação infantil e percepção matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006b.

NODDINGS, N. Professionalization and mathematics teaching. In: GROUWS, Douglas A. (Ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. A Project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York: Macmillan Publishing Company e Reston: National of Teachers of Mathematics, 1992. p. 197-208.

OLIVEIRA, Adriana Piumati; SANTOS-WAGNER, Vânia Maria Pereira dos. Criatividade, interação e aprendizagem matemática por meio de jogos. In: **7ª Semana da Matemática do Ifes**, Vitória, 2018.

ONUCHIC, L. de La R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

ONUCHIC, L. de La R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí-SP: Paco, 2014.

PAULA, G. L. S. de; SILVA, R. F. da; BRUM, J. M. Resolução de problemas de matemática no ensino fundamental: anos iniciais. In: **7ª Semana da Matemática do Ifes**, Vitória, 2018.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 1. ed. brasileira em 1975, 2. reimp. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. (A obra foi publicada originalmente em inglês em 1945.)

PONTE, J. P. da; FUJII, T. Editorial. Estudos de aula em matemática. **Quadrante. Revista de Investigação em Educação Matemática**, v. XXVI, n. 2, 2017, p. 1-3.

ROMBERG, T. A. Perspectives on scholarship and research methods. In: GROUWS, Douglas A. (Ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. A Project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York: Macmillan Publishing Company e Reston: National of Teachers of Mathematics, 1992. p. 49-64.

SANTOS, V. M. P. dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos**

alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundação, Instituto de Matemática/UFRJ, 1997.

_____. **Metacognitive awareness of prospective elementary teachers in a mathematics content course and a look at their knowledge, beliefs and metacognitive awareness about fractions.** Department of Curriculum and Instruction (Mathematics Education) in the School of Education, Indiana University. 1993. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1996.

SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. Resolução de problemas em matemática: uma abordagem no processo educativo. **Boletim Gepem**, n. 53, jul./dez. 2008, p. 43-74.

_____. The role of collaboration for developing teacher-researchers. In: PETER-KOOP, A.; SANTOS-WAGNER, Vânia M. P. dos; BREEN, C.; BEGG, A. (Eds.). **Collaboration in teacher education: examples from the context of mathematics education.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 99-112.

SHULMAN, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. Tradução de Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, n. 2, v. 4, dez. 2014. p. 196-229.

_____. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **A Harvard Educational Review**, n. 1, v. 57, 1987, p. 1-22.

_____. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, n. 2, v. 15, February 1986, p. 4-14.

SILVA, J. C. T. da; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. Estratégias intuitivas de alunos de 5º ano ao resolverem problemas de alocação. In: **7ª Semana da Matemática do Ifes**, Vitória, 2018a.

_____. Uma análise de tarefas matemáticas que envolveu combinatória em livros didáticos dos anos iniciais. In: **7ª Semana da Matemática do Ifes**, Vitória, 2018b.

SILVA, S. A. F. da. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudo sobre matemática nas séries iniciais.** 2009. 364 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2009.

SKEMP, R. R. Relational understanding and instrumental understanding. **Mathematics Teaching**, n. 77, 1976. p. 20-26.

_____. **The psychology of learning mathematics.** Expanded American Edition. New York: Routledge, 1987/2009. (O livro foi publicado inicialmente em 1987.).

STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. **Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements.** In: LESH, R. KELLY; A. E. (Eds.), Research design in mathematics and science education. Hillsdale: Erlbaum, 2000. p. 267-307.

ZANON, T. X. D. **Formação continuada de professores que ensinam matemática: o que pensam e sentem sobre ensino, aprendizagem e avaliação.** 2011. Dissertação de mestrado

(Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2011.

ZANON, T. X. D.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos; BONATO, F. S. da S.. Quando o eu se transforma em nós! Um planejamento colaborativo em aulas de matemática. In: **7ª Semana da Matemática do Ifes**, Vitória, 2018.

ZANON, T. X. D.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos; SILVA, R. F. da. Para que lado eu vou? Experiências acerca de lateralidade com crianças de 5 anos. In: **7ª Semana da Matemática do Ifes**, Vitória, 2018.

ZOGAIB, S. D.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. Formação continuada em geometria para educação infantil: desdobramentos de uma pesquisa em educação matemática. In: **7ª Semana da Matemática do Ifes**, Vitória, 2018.

Recebido em: 10 de julho de 2019
Aprovado em: 09 de abril de 2020