revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SMARTPHONE E A PRODUÇÃO DO CONCEITO DE INTEGRAL: VISUALIZAÇÃO, MOBILIDADE E GEOGEBRA

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.21.259-276

Victor Ferreira Ragoni[1]
Aparecida Santana de Souza Chiari[2]

Resumo: O *smartphone* é um dispositivo que há anos vem se desenvolvendo e fazendo parte da sociedade, seja para comunicação ou até mesmo para fazermos uma transferência bancária. Por isso, começamos a nos questionar sobre esse artefato na educação, como mediador da aprendizagem. Neste trabalho, objetivamos investigar como tensões causadas pela inserção de uma tecnologia digital podem potencializar a produção do conceito de integral por meio da visualização. Dentro da perspectiva qualitativa de pesquisa, realizamos um curso com duração de três segundas-feiras com licenciandos em Matemática e Física sobre Integrais Múltiplas, em que os participantes faziam tarefas de investigação e exploração com o *smartphone* e já produziam dados por meio de gravação de tela do próprio dispositivo. A partir da Teoria da Atividade analisamos um Sistema de Atividade (SA) em que estiveram presentes tensões entre sujeito e artefato que estagnaram o SA por um momento até ser superada tal adversidade. Notamos que o potencial de visualização que o *smartphone* possui, com o GeoGebra, teve papel fundamental na produção do conceito de Integral, assim como a interação com outras pessoas dentro do curso foi de extrema importância para a superação de dificuldades que apareceram.
Palavras-chave: Educação Matemática. Tecnologias Digitais Móveis. Teoria da Atividade. Cálculo Integral.

THE SMARTPHONE AND THE PRODUCTION OF THE INTEGRAL CONCEPT: VISUALIZATION, MOBILITY AND GEOGEBRA

Abstract: The smartphone is a device that has been developing and being part of society for years, whether for communication or even for making a bank transfer. Therefore, we started to question ourselves about this artifact in education, as a learning mediator. In this work, we aim to investigate how tensions caused by the insertion of a digital technology can enhance the production of the concept of integral through visualization. Within the qualitative perspective of research, we conducted a course lasting three Mondays with undergraduate students in Mathematics and Physics on Multiple Integrals, in which the participants did researching and exploration tasks with the smartphone and already produced data by screen recording the device itself. From on the Activity Theory, we analyzed an Activity System (AS) in which tensions between the subject and the artifact were present, which stagnated the AS for a moment until such adversity was overcome. We noticed that the visualization potential that the smartphone has, with GeoGebra, played a fundamental role in the production of the concept of integral, as well as the interaction with other people within the course was extremely important to overcome the difficulties that appeared.
Keywords: Mathematical Education. Mobile Digital Technologies. Activity Theory. Integral Calculation.

[1] Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). E-mail: ragonivictor@hotmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4901-0034
[2] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP). Docente da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Campo Grande, MS, Brasil. E-mail: aparecida.chiari@ufms.br – ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7865-9356

Destravando telas e iniciando o trabalho

Imagine a seguinte situação: despertador tocando, você se levanta, observa logo na tela o que teve de movimento nas redes sociais. Faz suas rotinas de higiene, toma seu café da manhã já olhando as notícias do dia-a-dia (CHIARI, 2018).

Tenho certeza de que, de algum modo, sentiu sua vida sendo contada com a situação que foi dita anteriormente. Seja pela rotina ao acordar, seja por simplesmente ser acordado pelo som de despertador, talvez a parte mais tocante repousa sobre o fato de que muitas coisas que foram mencionadas podem envolver um dispositivo que vive em nossas mãos: o celular/*smartphone*.

Instigados por essa transformação em nossa rotina, começamos a nos questionar como seriam os processos educativos mediados por essas tecnologias digitais móveis. Por isso, nesse trabalho objetivamos investigar como tensões causadas pela inserção de uma tecnologia digital podem potencializar a produção de conceitos de integral por meio da visualização. Tensões são causadas ao inserirmos novos elementos em um Sistema de Atividade (SA).

Tensões e SA são elementos presentes na Teoria da Atividade (TA), a qual nos serviu como inspiração teórica, principalmente sua terceira geração, proposta por Engeström (2001) e seus pares.

Dizemos que este estudo é um “trabalho-recorte”, pois é derivado da análise de dados de uma pesquisa de mestrado, que faz parte de um projeto guarda-chuva, intitulado Tecnologias Digitais Móveis e Educação Matemática (TeDiMEM). O TeDiMEM busca explorar e analisar possibilidades de uso do *smartphone* em aulas de matemática, em distintos níveis e processos educativos. A pesquisa tem o objetivo de olhar para a produção do conceito de integrais múltiplas mediada pelo *smartphone* por alunos de licenciatura em Matemática ou em Física.

Assim como a pesquisa, esse trabalho é de cunho qualitativo e nos utilizamos do *smartphone* para gravação de tela de cinco encontros, sendo o segundo o tema para esse estudo. O objetivo central do encontro era o de construir funções e calcular a área abaixo de seu gráfico e acima do eixo x, comparando os resultados a partir da Soma de Riemann com os resultados numéricos da função “Integral” presente no aplicativo GeoGebra Graphing Calculator. A partir dessas gravações fizemos a análise dos dados com base na TA.

As tecnologias digitais: focando no *smartphone*

Esse dispositivo veio durante os anos tomando lugar em nossas vidas, tanto que hoje é, praticamente, impossível ver alguém sem um deles. Tão presente que alguns estudiosos do tema já mencionam que o celular é uma extensão do nosso corpo, ou seja, ele se torna uma prótese "[...] expansiva do nosso corpo, passamos a constituir com ele atividades que não faríamos sem ele" (BAIRRAL, 2017, p. 100).

Se o dispositivo se tornou parte integrante das nossas vidas, extensão corporal e é difícil ver alguém sem estes, então os espaços educativos não poderiam passar isentos por esse fenômeno. Por isso, é possível verificar a olho nu que a chegada desses aparelhos nesses espaços partiu da necessidade dos sujeitos integrantes dessa comunidade, ou seja, pelas mãos dos professores, secretariado e até dos próprios alunos.

Embora se tenha muitos estudos que lancem seus olhares às tecnologias e afirmam que, de algum modo, estas influenciam a produção do conhecimento e afetam diretamente uma aula. Isto é, "[...] as tecnologias digitais estão cada vez mais presentes nos espaços educativos, com potencial para transformar o ensinar e o aprender de forma significativa [...]" (FIGUEIREDO, RODRIGUES, 2020, p. 22), ainda nos faltam subsídios, sejam eles estruturais, formativos ou mesmo estímulos pessoais para que possamos olhar para as tecnologia como recursos mediacionais.

Assim, pesquisas como as de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015), Sancho e Hernández (2008), entre outras, trazem possibilidades de uso das tecnologias digitais em salas de aula de matemática. Por outro lado, quando focamos no uso do celular para o ensino podemos facilmente perceber que é um campo pouco explorado, com pesquisas recentes. Esse dispositivo tecnológico vem crescendo numericamente a cada ano que se passa, podendo substituir outros dispositivos, como o computador. Com isso, concordamos com Figueiredo e Rodrigues (2020, p. 11) quando estes trazem que

> A adaptação ao uso de qualquer recurso é fruto de um processo evolutivo e natural, uma vez que, aos poucos, os quadros verdes estão sendo substituídos por quadros brancos, os quais, por sua vez, também estão sendo trocados pelas lousas digitais. O giz também foi trocado pelas canetas de tinta e consequentemente pelas canetas digitais. Os retroprojetores aos poucos dão espaço aos projetores multimídia; os mimeógrafos, às máquinas reprográficas; os computadores, aos netbooks, e estes, consequentemente, aos tablets.

Por exemplo, quando precisávamos ler um *email*, era necessário ligar o computador, abrir o navegador, fazer o *login* e só então conseguíamos acessá-lo. Agora, basta destravarmos a tela e abrir o aplicativo que nos permite essa facilidade.

Nesse sentido, estudos começam a surgir e nos ajudam a pensar e problematizar o *smartphone* para o ensino e produção de material didático de matemática. Os estudos desenvolvidos dentro do escopo do Projeto Tecnologias Digitais Móveis e Educação Matemática (TeDiMEM), por exemplo, ao qual este trabalho-recorte também está vinculado, objetiva explorar e analisar possibilidades de uso do **celular** em aulas de matemática, em distintos níveis e processos educativos.

Um *zoom* na Teoria da Atividade

A terceira geração da Teoria da Atividade tem raízes no pensamento de Vygotsky, quando este relacionou o modelo teórico triangular da relação sujeito-objeto mediada por um artefato. Assim "a ideia de Vygotsky de mediação cultural de ações é comumente expressa como a tríade de objeto, sujeito e artefato mediador [...]" (ENGESTRÖM, 2001, p. 134), como é representado pelo esquema (Figura 1) a seguir:

Figura 1: Triângulo Mediacional de Vygostsky

Fonte: os autores, 2019.

Portanto, essa teoria tem suas bases alicerçadas na Teoria Histórico-Cultural, sendo influenciada assim principalmente em seus princípios, a serem abordados mais à frente, com a sua ação voltada para o estudo da atividade humana. "Num nível muito geral de descrição, os teóricos da atividade procuram analisar o desenvolvimento da consciência na atividade social prática [...]" (DANIELS, 2011, p. 161). Assim, a atividade é entendida por Engeström como

> [...] um processo contínuo de mudança e movimento decorrentes de crises e rupturas, os quais, inter-relacionados em uma formação criativa, composta de múltiplos elementos, vozes e concepções, provocam transformações e inovações que são entendidas do ponto de vista histórico [...] (SOUTO, 2014, p. 24).

Com os estudos de Vygotsky, baseados nas ideias de Marx e Engels, esse período de desenvolvimento da TA passou então a ser considerado a primeira geração. Em seguida, sendo considerada a segunda fase da Teoria da Atividade, Leontiev continuou os estudos de

RPEM, Campo Mourão, PR, Brasil, v.10, n.21, p.259-276, jan.-abr. 2021.

seu professor atribuindo um caráter coletivo para o conceito de atividade. Ou seja, a atividade deixa de ser um ato individual e passa a ser da comunidade. Consoante a isso Engeström (2001, p. 134) considera que

> A limitação da primeira geração foi que a unidade de análise permaneceu focada individualmente. Isso foi superado pela segunda geração, centrada em torno de Leontiev. [...] Leontiev explicou a diferença crucial entre uma ação individual e uma atividade coletiva [...].

Embora o nosso foco aqui não seja olhar tanto para as gerações anteriores da TA, entendemos ser importante contextualizar o surgimento e o desenvolvimento da mesma, uma vez que ao apresentarmos as ideias de Engeström (2001) se torna necessário considerar suas raízes teóricas e históricas.

Passando da geração de Leontiev, que trouxe importantes contribuições à TA, principalmente em relação ao caráter de coletividade, para a terceira geração temos uma considerável ponderação de Engeström para o enriquecimento da teoria: a sistematização gráfica do modelo anterior, além de contribuições originais. Apesar de Leontiev continuar os estudos de Vygotsky e trazer para a teoria o caráter de coletividade para o conceito de atividade, não havia ainda uma sistematização, ou seja, "[...] Leontiev nunca expandiu graficamente o modelo original de Vygotsky para um modelo de sistema de atividade coletiva [...]" (ENGESTRÖM, 2001, p. 134).

A partir disso, Engeström (2001) nos apresenta o modelo denominado sistema de atividade (SA). Esse sistema, baseado nas gerações anteriores, permite discutir as ideias e os elementos da atividade humana. Além disso, Engeström (2001) nos explica que a Teoria da Atividade pode ser sintetizada em cinco princípios fundamentais. O sistema de atividade como uma unidade mínima de análise, mas como parte de uma rede de sistemas, é o primeiro deles. Depois, a multivocalidade, a historicidade, as contradições internas e as transformações expansivas complementam a proposta teórica.

O SA é uma representação composta por triângulos, proposta por Engeström (2001), que traz ainda seis *nós*[3] que se inter-relacionam. Artefatos compõe com sujeitos e objeto o triângulo superior. Objeto se relaciona com divisão do trabalho e comunidade. Esse mesmo *nó* ainda integra outro triângulo com sujeito e comunidade. Por fim, ainda temos a relação dos sujeitos com as regras e a comunidade. Em relação a esse todo unificado, Engeström (2001) "[...] coloca em destaque a natureza coletiva da atividade e, ao mesmo tempo, estende o

[3] *Nós* são onde as flechinhas do Sistema de Atividades se encontram, são os elementos. Utilizamos itálico nesse termo para diferenciá-lo do pronome.

conceito de mediação de Vygotsky para o contexto cultural” (SOUTO; BORBA, 2016, p. 221).

Figura 2: Representação do Sistema de Atividade

Fonte: Baseado em Souto (2013)

Os seis *nós* se inter-relacionam formando triângulos entre si e são elencados da seguinte forma: artefatos são os instrumentos e signos utilizados na atividade; sujeitos são todos que têm poder de ação na atividade.

O objeto de uma atividade “é um propósito heterogêneo e internamente contraditório, ainda que duradouro, constantemente reproduzido de um sistema de atividade coletivo que motiva e define o horizonte de possíveis metas e ações” (ENGESTRÖM, 2004, p. 17, *apud* DANIELS, 2011, p. 168). Ainda sobre esse *nó*, considera-se que este é representado com uma oval em sua estrutura, indicando que as ações feitas pelos sujeitos e comunidade são sempre orientadas a ele, além disso, “são caracterizadas por ambiguidade, surpresa, interpretação, criação de sentido e potencial de mudança” (ENGESTRÖM, 2001, p. 134, tradução nossa).

Regras são as regulações implícitas e explícitas, normas, convenções e padrões que regulam as ações dentro do sistema; comunidade “[...] compreende os indivíduos e subgrupos que compartilham o mesmo objeto geral [...]” (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010, p. 6, tradução nossa); divisão do trabalho compreende a divisão das tarefas, status e poder entre os membros da comunidade.

Por ter um caráter coletivo, ou seja, há uma comunidade envolvida na atividade, essa favorece a discussão do segundo princípio, denominado multivocalidade. Assim, Engeström (2001) traz que pelo motivo da coletividade uma atividade “[...] é sempre heterogênea e apresenta múltiplas vozes. [...] os indivíduos que compõem o sistema carregam consigo diferentes valores, histórias, convenções, posicionamentos, enfim, diferentes vivências que são compartilhadas [...]” (SOUTO, 2014, p. 25).

O terceiro princípio, historicidade, traz o caráter da história da atividade segundo o tempo. Nesse princípio, considera-se que o sistema de atividades se transforma irregularmente com o tempo. Assim, confronta-se à própria história para ser possível entender seus problemas.

O quarto princípio são as contradições internas. Esse princípio trata das contradições como molas propulsoras para mudanças no sistema de atividade. Souto (2013) explica que podem emergir quatro formas de contradições, como explicitado pelo Quadro 1 – Níveis de contradições:

Quadro 1: Níveis de contradições

• **Contradições primárias:** Ocorre dentro de um mesmo elemento (*nó*) do sistema de atividade. • **Contradições secundárias:** Acontecem entre os elementos do sistema de atividade. • **Contradições terciárias:** Acontece entre os motivos/objetos de um sistema dominante com os motivos/objetos de uma atividade secundária dentro de um mesmo sistema. • **Contradições quaternárias:** Ocorre entre o sistema de atividades e outros sistemas.

Fonte: os autores, 2020.

O quinto e último princípio traz a possibilidade das transformações expansivas no sistema de atividade. Quando as contradições impulsionam "um esforço coletivo e colaborativo para a mudança" (DANIELS, 2011, p. 175) e o objeto e o motivo da atividade são reconceitualizados "para abarcar um horizonte radicalmente mais amplo de possibilidades do que no modo anterior da atividade" (DANIELS, 2011, p. 175), entendemos que acontecem as transformações expansivas.

Para nós, autores desse texto, utilizaremos a representação proposta por Engeström (2001) do Sistema de Atividade (Figura 2) para desenvolver a análise dos dados, mas antes precisamos salientar que a representação triangular de Engeström (2001) mesmo sendo formada por triângulos não é rígida, ou seja, essa representação se movimenta continuamente.

Toda essa dinâmica que acontece entre os princípios pode ser relacionada. Acompanhamos Chiari, Borba e Souto (2019, p. 1258) ao afirmarem que

> [...] em sistemas de atividade há processos de contínuos movimentos de mudança, decorrentes de crises e rupturas (quarto princípio - contradições internas), que interrelacionados numa formação criativa, composta de elementos, vozes e concepções múltiplas (segundo princípio - multivocalidade), provocam transformações e inovação (quinto princípio - transformações expansivas) que são entendidas do ponto de vista histórico (terceiro princípio - historicidade) (CHIARI; BORBA; SOUTO, 2019, p. 1258).

Com isso, nosso objetivo consiste em olhar para o movimento que acontece durante uma atividade em que o sujeito, enquanto potencial agente de ação, se lança no propósito de produzir conhecimento sobre o conceito de integral, agindo com o *smartphone*. Entendemos que esse dispositivo desenvolve um papel de mediação entre sujeito e objeto. Assim, para que possamos analisar esse movimento, encontramos apoio nesta teoria ao desenvolver uma pesquisa de cunho qualitativo.

Abrindo Nova Telas: A metodologia e o *smartphone* para e na produção de dados

Para esse trabalho-recorte nos ancoramos na metodologia qualitativa, assim como na pesquisa da qual este é decorrente. Nessa modalidade

> Os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos. Estes dados não são padronizáveis como os dados quantitativos, obrigando o pesquisador a ter flexibilidade e criatividade [...] (GOLDENBERG, 2018, p. 58).

Buscamos então por informações que não fossem quantificáveis, procuramos fazer durante a produção de dados com que os indivíduos discutissem e agissem sobre as propostas de trabalho para extrair de suas falas e suas ações elementos que nos permitissem problematizar suas compreensões.

Nos utilizamos do próprio *smartphone* como um recurso para e na produção de dados, ou seja, a partir do próprio dispositivo os participantes realizavam as atividades e ainda geravam dados para a pesquisa. Isso foi possível com o aplicativo Mobizen[4] instalado, que permitia a gravação de tela e voz dos participantes que foram divididos em duplas para a realização dos encontros.

Para que isso fosse contemplado, montamos tarefas para exploração no GeoGebra em um curso com duração de cinco encontros, sendo realizados dois módulos por dia durante três segundas-feiras consecutivas, no período de 04 a 18 de novembro de 2019. O curso contou com 11 alunos da Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Física. O objetivo era a produção de dados para uma pesquisa de mestrado.

O encontro foi dividido em alguns momentos. Na introdução do encontro deixamos alguns minutos para exploração do aplicativo GeoGebra Graphing Calculator. O principal objetivo desse dia era explorar o aplicativo, construir funções e calcular a área abaixo do gráfico da função e acima do eixo x, comparando os resultados a partir da Soma de Riemann com os resultados da função Integral do aplicativo. Durante o desenvolvimento do encontro

[4] É um aplicativo destinado a dispositivos móveis com sistema operacional Android que grava a tela do *smartphone* e capta o áudio em volta desse mesmo dispositivo.

enviamos um tutorial sobre como construir uma função e como colocar no aplicativo a função “SomaDeRiemannInferior”.

Logo após foram entregues algumas perguntas para os alunos responderem (Quadro 2).

Quadro 2: Perguntas entregues aos alunos no segundo encontro

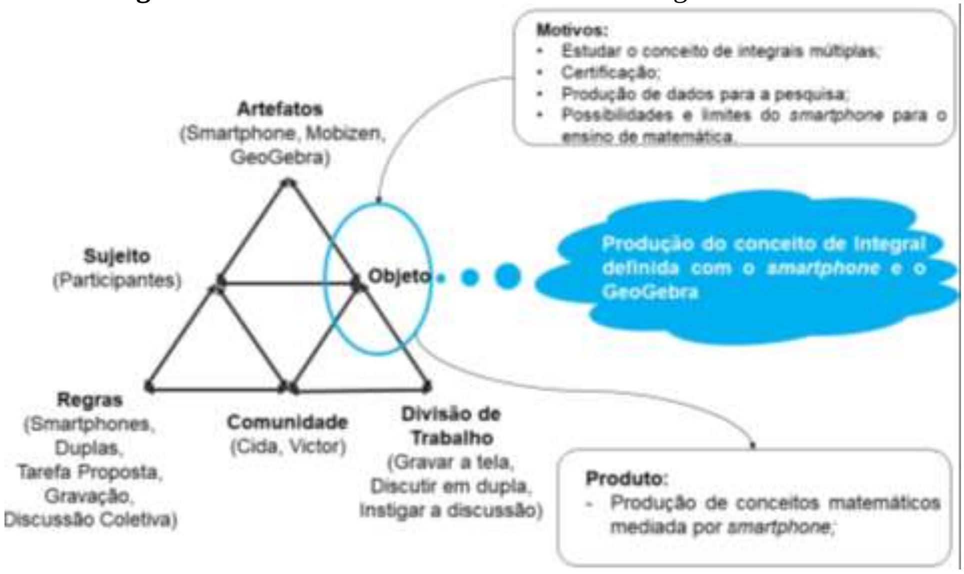
i)	*O que esta soma representa? O que podemos tirar de informação dela?*
ii)	*O que vocês percebem quando a quantidade de retângulos aumenta?*
iii)	*Por que acredita que isso acontece?*
iv)	*Se mudasse a função, o que aconteceria? Como ficariam os retângulos?*

Fonte: os autores, 2019.

Houve um momento de diálogo entre a dupla. Seguido a isso foi feita a discussão coletiva e a definição de área abaixo da curva. A partir das perguntas disparadoras os alunos respondiam e ao final da discussão coletiva nos entregaram. Essas discussões, tanto em duplas quanto coletivas, nos proporcionaram variadas representações do pensamento dos participantes, aliadas às respostas das perguntas.

Para iniciarmos essa análise de dados vamos primeiro mostrar um sistema idealizado do segundo encontro (Figura 3), o qual é derivado das intenções, objetivos e do foco para esse dia.

Figura 3: Sistema de atividade idealizado do segundo encontro



Fonte: os autores, 2020.

Nesse sistema, integramos os motivos dos alunos e dos proponentes do curso. Evidenciamos os artefatos, que nesse momento eram: *smartphone*, GeoGebra e Mobizen. Os sujeitos eram os participantes do curso. As regras eram: usar os *smartphones*, formar duplas, realizar a tarefa proposta, gravar o encontro e participar da discussão coletiva. Assim como o trabalho dos alunos eram: gravar a tela e discutir em dupla e a dos proponentes era instigar a discussão. No *nó* de comunidade temos Cida e Victor. Como objeto estipulamos “produção do conceito de integral definida com o *smartphone* e o GeoGebra” para resultar em um produto “produção e conceitos matemáticos mediada por *smartphone*”.

Na seção seguinte, fazemos a análise de dados a partir do sistema de atividade idealizado, em que utilizamos o recurso de cores para identificar motivos que vão se afastando para chegarmos no objeto dessa atividade.

Iniciando a Câmera: Fotos e *Flashs* na Análise dos Dados

Era esperado que os participantes se utilizassem do *smartphone*, mais especificamente do aplicativo GeoGebra, durante a construção de uma função, e inserissem o comando “SomaDeRiemannInferior” no gráfico plotado. A partir disso, foram convidados a explorar a situação e discutir em duplas, reflexão proporcionada pelas perguntas disparadoras e pela discussão coletiva visando a produção do conceito de integral, como mostra o Sistema de Atividade Inicial (Figura 4):

Figura 4: Sistema de Atividade Inicial

Fonte: os autores, 2020.

Utilizamos o recurso de cores para indicar a movimentação feita pelos elementos dentro do sistema de atividade. Por exemplo, Íris[5] deixa de ser sujeito para ser parte da

[5] Os nomes são preservados, seguindo a autorização dos alunos quando assinaram o termo de colaboração.

comunidade, que partilha do objeto, mas não tem poder de ação. Assim como os vários motivos vão deixando de serem parte constituinte da atividade para se tornar apenas um. A transformação do objeto é outro ponto a ser destacado. Ainda temos Danilo sendo sujeito, pois é ele que tem o poder de agir sobre o objeto.

A importância de uma atividade em que o aluno precisa explorar o aplicativo traz a possibilidade de superação da domesticação das mídias, que consiste em um cenário "em que uma mídia [...] é utilizada da mesma forma que mídias que a precederam" (CHIARI, 2015, p. 171). Portanto, precisamos explorar as várias possibilidades inovadoras que uma tecnologia pode trazer, porém com as potencialidades visando perspectivas educacionais (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2015).

Quando fazemos o confronto do sistema idealizado com o sistema inicial podemos ver que a comunidade se altera ao iniciar o curso e tem papel duplo. Uma hora um participante do curso é sujeito e outra hora é comunidade, como é o caso do aluno aqui investigado (Danilo). Antes de começar os encontros, com o SA idealizado, Danilo localiza-se no *nó* denominado comunidade. Ao entrar em atividade o objeto se altera para abarcar novos horizontes (DANIELS, 2011). Isso faz com que o SA se movimente e o estudante que era comunidade agora se encontre como sujeito.

Podemos ainda notar que, na exploração[6] feita no vídeo, o aluno testa algumas possibilidades, procura por comandos, tenta escrever, apaga várias vezes, mesmo tendo um protocolo de construção elaborado e entregue, gerando dificuldades e confronto entre o sujeito e o artefato, o que pode gerar, por sua vez, movimentos no sistema de atividades, a partir de tensões.

Ou seja, mesmo com os comandos já prontos, a falta de familiaridade com o aplicativo gera uma contradição secundária, entre dois *nós* do mesmo sistema, mesmo não sendo intencional. Essa contradição é notada quando o sujeito, Danilo, tenta de algum modo colocar no aplicativo o comando para apresentação da Soma de Riemann Inferior[7] e o aplicativo retorna uma mensagem dizendo que o comando está errado (Imagem 1):

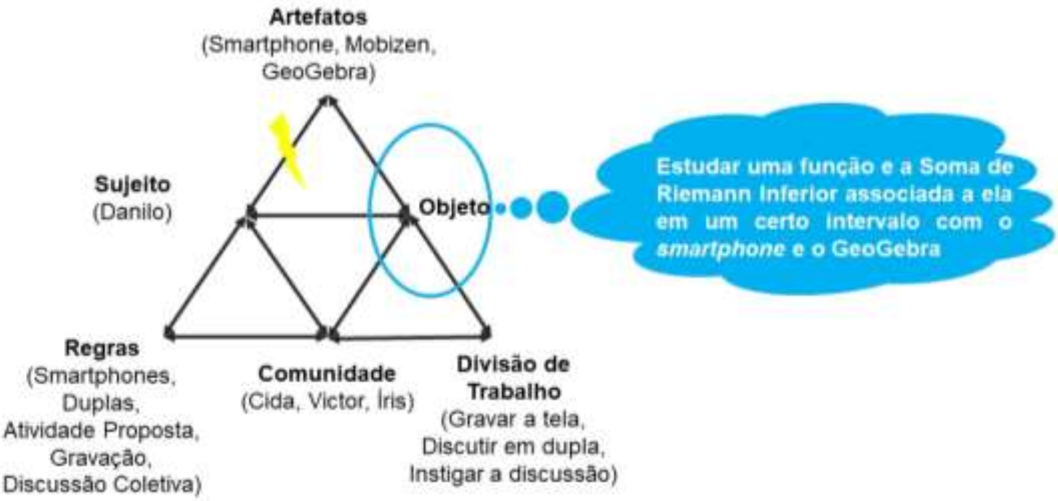
[6] Disponível em: https://youtu.be/7TSSlFZJAec. Acesso em: 24 de jun. de 2020.
[7] Disponível em: https://youtu.be/QRb0R-e_GP8. Acesso em: 24 de jun. de 2020.

Imagem 1: Prints do GeoGebra informando o comando errado

Fonte: dados da pesquisa.

Com essa tensão o sistema precisa se movimentar para então ter estabilidade novamente. Representamos a tensão por um raio na relação entre sujeito e artefato, como mostra o Sistema de Atividade com tensão sujeito-artefato seguinte:

Figura 5: Sistema de Atividade com tensão sujeito-artefato



Fonte: os autores, 2020.

Para que isso fosse feito, Danilo pede ajuda à comunidade[8], nesse caso, a Victor, como mostra o diálogo abaixo:

D: Oooh Victor. Aqui é um exemplo? Pode ser qualquer um?
V: É um exemplo.
D: Mas eu coloquei o -4 e dou enter e aparece isso.
V: é preciso colocar o "f(x)".
D: o "f(x)"? Ah, beleza.

[8] Disponível em: https://youtu.be/pcap0TIkqfg. Acesso em: 24 de jun. de 2020.

V: ou só o "f" ele já entende. Ou se você renomeou a função por outra letra é só colocar ela.
D: Eu coloquei... eu tinha colocado... você fala aqui? Eu não coloquei "f(x)" não, mas tá aqui "f(x)" oh...
V: É... não. Ah então é só colocar o "f".

Pela interação da comunidade (V) com o sujeito (D) vemos que Danilo não percebe que havia nomeado a função de "f(x)" e que era necessário colocar no comando "SomaDeRiemannInferior" algo que remetesse a qual função ele queria que fosse aplicada a soma. Nesse momento, vemos que "aprendemos quando interagimos com os outros e o mundo e depois, quando interiorizamos, quando nos voltamos para dentro, fazendo nossa própria síntese [...]" (MORAN, 2012, p. 23). No caso, o GeoGebra entenderia apenas colocando "f", da seguinte forma: SomaDeRiemannInferior(f, -4, 4, d).

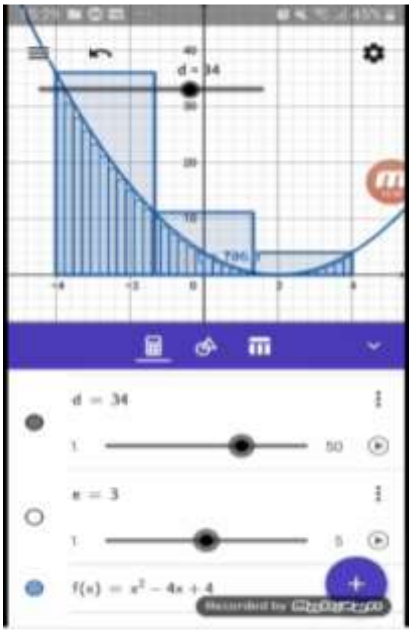
Assim, é perceptível que a comunidade agiu de forma a favorecer que o sujeito superasse uma tensão entre dois *nós* que havia desestabilizado o sistema de atividade, fazendo-o se movimentar. Ou seja, a comunidade orientou o sujeito a resolver uma contradição interna secundária, pois algo que não era do conhecimento do sujeito foi mobilizado (SOUTO, 2013).

Além disso, outros dois problemas foram notados: o comando "d" não havia sido selecionado e o incremento, parte responsável pelas quantidades de retângulos a serem particionados, estava selecionado em 0,1. Como áreas de figuras só podem ser particionadas em 1 unidade, isso gerou outra tensão.

Vemos que o sistema de atividade, unidade mínima de análise, se modificou ao longo de sua história (terceiro princípio), por meio das múltiplas vozes (segundo princípio) presentes na atividade, mobilizadas pelas tensões (quarto princípio) que surgiram ao se introduzir algo novo na atividade, assim se estabilizando novamente com a superação das dificuldades encontradas pelo sujeito ao interagir com o aplicativo e o *smartphone*. O que pode ser notado quando o sujeito vai além do que foi proposto e insere no gráfico (Imagem 2) o comando "SomaDeRiemannSuperior"[9] para comparar os dados.

[9] Disponível em: https://youtu.be/PZXfBRvShbA. Acesso em: 24 de jun. de 2020.

Imagem 2: Gráfico com o comando “SomaDeRiemannSuperior”

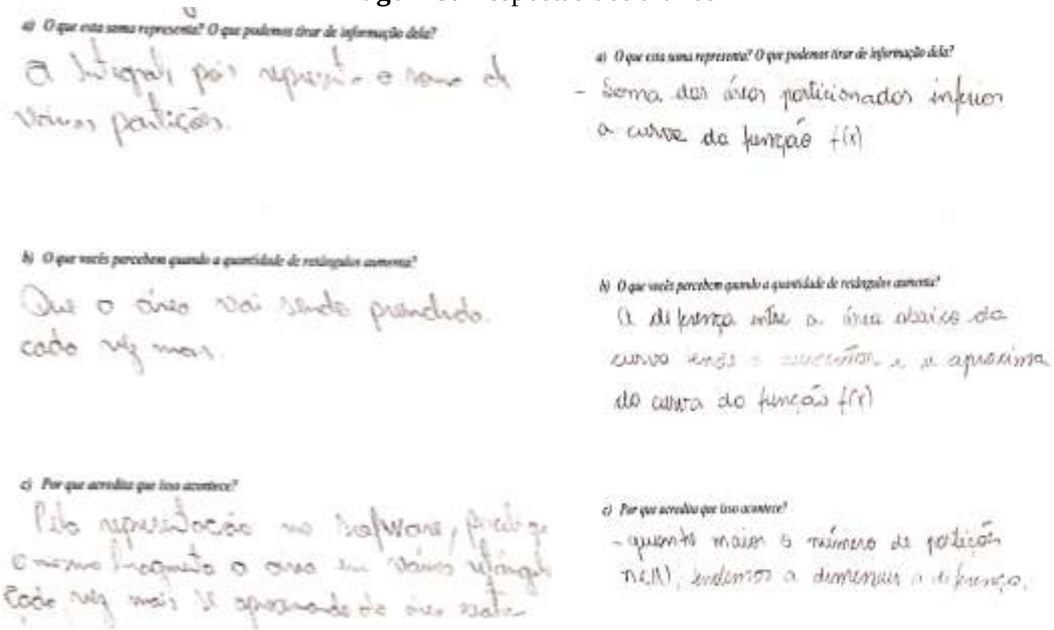


Fonte: dados da pesquisa.

Além disso, podemos notar no vídeo que o aluno expressa que começa a visualizar a noção do conceito de integral por meio dos gráficos de uma função ao afirmar que “pra mim ficou bem nítida a noção de integral aqui”. Essa possibilidade de visualização, junto com a superação de barreiras relacionadas ao uso das tecnologias, foi possível pela colaboração da comunidade (Victor, Cida, Íris) fazendo o sistema inicial se mover a partir de uma tensão e de um artefato: o GeoGebra no *smartphone*.

Algumas coisas podem ser notadas quando observamos as respostas sistematizadas em registro escrito, dando ênfase às três primeiras perguntas.

Imagem 3: Respostas dos alunos[10]



Fonte: dados da pesquisa.

Nota-se agora que tanto Danilo quanto Íris trazem uma palavra importante com relação à Soma de Riemann: aproximação. Danilo (primeira figura), ao ser indagado sobre por que ele acredita que a área vai sendo preenchida cada vez mais, responde que: “Pela representação no *software*, percebi que o mesmo fragmenta a área em vários retângulos cada vez mais se **aproximando** da área exata”.

Íris também responde utilizando a expressão, quando compartilha o que percebeu quando a quantidade de retângulos aumentou: “A diferença entre a área abaixo da curva tende a aumentar e se **aproxima** da curva da função $f(x)$”. Ela acredita que isso acontece porque: “quanto maior o número de partições $n \in N$, tendemos a diminuir a diferença”. Aqui parece estar um ponto de atenção, pois essa questão conceitual é bastante importante para a compreensão de integral, já que a quantidade de intervalos envolvida na partição é o que aproxima a Soma de Riemann ao cálculo numérico da integral.

Um conceito chave da definição de Soma de Riemann é que o

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\Delta x = \int_a^b f(x)dx$$

[10] a) A integral, pois representa a soma de várias partições;
a) Soma das áreas particionadas inferior a curva da função f(x);
b) Que a área vai sendo preenchida cada vez mais;
b) A diferença entre a área abaixo da curva tende a aumentar e se aproxima da curva da função f(x);
c) Pela representação no *software*, percebi que o mesmo fragmenta a área em vários retângulos cada vez mais se aproximando da área exata;
c) Quanto maior o número de partições $n \in \mathbb{N}$, tendemos a diminuir a diferença.

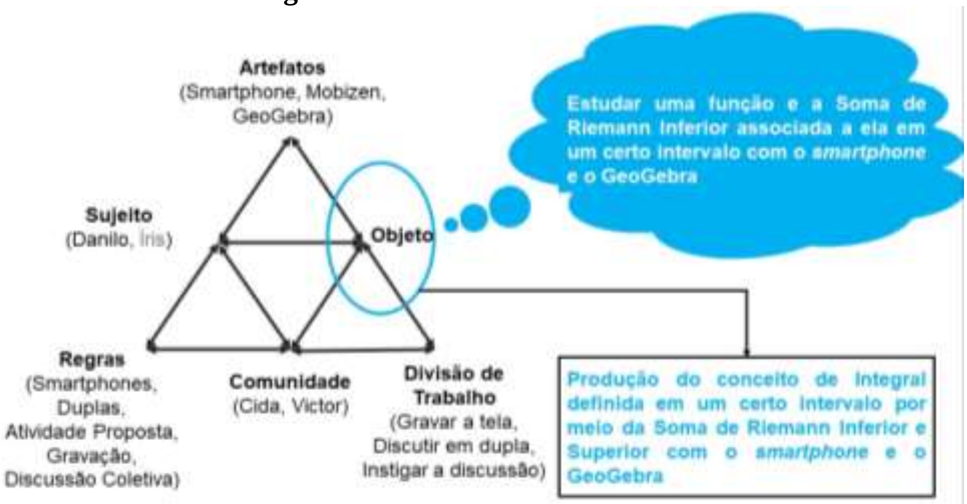
RPEM, Campo Mourão, PR, Brasil, v.10, n.21, p.259-276, jan.-abr. 2021.

revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ou seja, sempre que a função for positiva, podemos interpretar a Soma de Riemann como a soma das áreas dos retângulos. Ainda podemos interpretar a integral definida $\int_a^b f(x)dx$ como a área sob a curva do gráfico da função em um intervalo que vai de a até b.

Observamos também que a produção de conceitos nesse momento da atividade se tornou consistente quando os alunos expressaram por meio da escrita a explicação de integral definida em um intervalo fechado. Assim, podemos representar o Sistema de Atividade final desse encontro da seguinte maneira:

Figura 6: Sistema de Atividade final



Fonte: os autores, 2020.

Algumas coisas podem ser comentadas com relação ao SA final, como Íris voltando a ser sujeito, após a desestabilização do sistema que resultou no produto "produção do conceito de Integral definida em um certo intervalo por meio da Soma de Riemann Inferior e Superior através do GeoGebra no *smartphone*".

Por fim, esse último vídeo ainda aponta para novas tensões que o sujeito apresenta, possibilitando novos estudos e novas explorações pelos autores desse texto em uma outra oportunidade.

Colocando a Tela em Modo *Standby*

Como o objetivo desse estudo era investigar como tensões causadas pela inserção de uma tecnologia digital podem potencializar a produção do conceito de integral por meio da visualização, vemos a necessidade de problematizar esse artefato junto a uma teoria que valorize a evolução histórica de um sujeito que está em atividade.

A TA nos possibilitou esse olhar ao embasar tanto metodologicamente por meio de seus princípios, quanto teoricamente ao nos nortear quanto ao movimento feito pelo sistema, seu primeiro princípio, ao logo da sua história, das suas múltiplas vozes, trazendo contradições internas e dando margem às transformações expansivas.

O *smartphone*, com o GeoGebra, como artefato trouxe as possibilidades de visualizações, como a quantidade de retângulos podendo ser aumentada ou diminuída, que o professor demoraria um tempo muito longo para apresentar aos alunos com mídias chamadas tradicionais, como o giz e a lousa. Outro ponto a ser notado é a mensagem de erro como *feedback* instantâneo que o artefato trouxe, fazendo o aluno se movimentar. Além disso, ao se propor uma atividade investigativa, exploratória, o aluno pode se sentir protagonista, ou seja, o sujeito de sua própria aprendizagem, tornando-se assim o professor, como comunidade, um agente transformador da atividade e da aprendizagem.

Em nossa análise sobre a exploração de uma tecnologia digital, o *smartphone* atuou junto com o GeoGebra para a produção de conceitos de integral, promovendo uma experiência com visualização, interação dinâmica e toque. Por exemplo, quando exploramos o mesmo *software* (o GeoGebra) no computador, necessariamente precisaríamos de um mouse como sendo uma espécie de “ponte” entre os movimentos e comandos do usuário e a tela. No caso do *smartphone*, o usuário “toca” efetivamente o ponto com os dedos, arrasta, dá *zoom*, entre outros movimentos.

Assim, entendemos que mídias diferentes produzem modos diferentes de ensinar e de aprender. Propiciam distintos movimentos de produção de conceitos. Além disso, vemos nessa integração de tecnologias uma potencialidade a mais para o professor explorar conteúdos e conceitos, junto com seus alunos.

Ainda apoiados em Chiari (2018), devemos salientar que não devemos esquecer das mídias anteriores e nem das suas possibilidades, mas olhar para as tecnologias que se fazem presentes no nosso cotidiano. Por isso, lançar olhares para o *smartphone* se torna importante e possível nesse momento.

Referências

BAIRRAL, M. A. As Manipulações em Tela Compondo a Dimensão Corporificada da Cognição Matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 10, n. 2, 2017.

BORBA, M. de C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática:** Sala de aula e internet em movimento. 1[a] ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

CHIARI, A. S. de S. Tecnologias Digitais e Educação Matemática: relações possíveis, possibilidades futuras. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 26, p. 351–364, 2018.

CHIARI, A. S. de S.; BORBA, M. de C.; SOUTO, D. L. P. A Teoria da Atividade na Produção de Material Didático Digital Interativo de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 33, n. 65, p. 1255–1275, dez. 2019.

CHIARI, A. S. S. O papel das tecnologias digitais em disciplinas de Álgebra Linear a distância: possibilidades, limites e desafios. 2015. 200 f. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2015.

DANIELS, H. **Vygotsky e a Pesquisa**. São Paulo: Loyola, 2011.

ENGESTRÖM, Y. Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. **Journal of education and work**, v. 14, n. 1, p. 133-156, 2001.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. **Educational Research Review**, v. 5, n. 1, p. 1–24, 1 jan. 2010.

FIGUEIREDO, T. D.; RODRIGUES, S. C. Professores e suas Tecnologias: Uma cultura docente em ação. **Educação em Revista**, v. 36, 2020.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar:** como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. 15ª ed. Rio de Janeiro; RJ: Record, 2018.

MORAN, J. M. Ensino e Aprendizagem Inovadores com Tecnologias Audiovisuais e Telemáticas. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 19ª ed. Campinas - SP, Editora Papirus, p. 11–65, 2012.

SANCHO, J. M. De tecnologias da informação e comunicação a recursos educativos. In: SANCHO, J. M. [et al]. **Tecnologias para transformar a educação**. Porto Alegre - RS: Artmed, p. 15–41, 2006.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. de C. Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres humanos: uma troca de papéis? **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 19, n. 2, p. 217–242, 31 jul. 2016.

SOUTO, D. L. P. **Transformações expansivas na produção matemática online**. Coleção PROPG Digital (UNESP), 2014.

SOUTO, D. P. L. Transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a distância online. 2013. 279 f. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2013.

Recebido em: 22 de setembro de 2020
Aprovado em: 26 de março de 2021