

C5

El aula de matemáticas contra la corrupción: Un ambiente de modelación matemática

María Camila Patiño-Henao¹
Julián Andrés Galeano-Ocampo²
Mónica Marcela Parra-Zapata³
Universidad de Antioquia
Colombia

Actualmente, en las clases de matemáticas es habitual que los profesores identifiquen que algunos estudiantes pierdan el sentido y el significado que tienen las matemáticas, puesto que por apatía muestran rechazo frente al área [1]. El argumento se sustenta en situaciones como la realización de clases en las que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se reduce a resolver problemas matemáticos rutinarios, limitados al uso de técnicas, fórmulas y algoritmos que no les permiten a los estudiantes tener un acercamiento o una interacción con el objeto de estudio, por lo que consideran a las matemáticas un tema desarticulado de sus situaciones cotidianas [2]. A este respecto, se busca que los profesores establezcan alternativas para desarrollar las clases de matemáticas en las que se involucren las situaciones cotidianas de los estudiantes y los conocimientos matemáticos.

En la escuela existen algunas formas de hacer modelación, que posibilitan diferentes maneras de hacer matemáticas en el aula, es decir, articular los contenidos matemáticos escolares con la cotidianidad [3-6]. da Silva y Kato [7], en la perspectiva sociocrítica la modelación matemática puede generar oportunidades para que los estudiantes lleven a su cotidianidad los debates que realicen en el aula, crear conciencia en relación con su papel en la sociedad y transformar cómo ven el mundo.

En este sentido, y en aras de compartir con los profesores insumos para recrear este tipo de ambientes en el aula, se desarrolla una propuesta metodológica de modelación matemática en la perspectiva sociocrítica, enmarcada en una investigación de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia durante 2018.

La propuesta metodológica es un ambiente de modelación matemática en el que se presentan cinco momentos con sus respectivas tareas. El ambiente se denomina *El aula de matemáticas contra la corrupción*, y los momentos son: 1) investiguemos, 2) las matemáticas nos ayudan, 3) las matemáticas y nuestro entorno, 4) opinamos acerca de la consulta anticorrupción, y 5) las matemáticas en función de la sociedad. De igual manera, se presentan algunas producciones de los estudiantes y su respectivo análisis, donde se evidencian los procedimientos, los argumentos y los resultados matemáticos que generan en el ambiente de modelación.

1. METODOLOGÍA

1.1 Identificación de la situación

Al considerar la necesidad de que los profesores incorporen en sus prácticas pedagógicas nuevas estrategias, que les permitan a los estudiantes la interacción con el objeto de estudio, se promueve competencias de pensamiento matemático y apropiación de los conceptos tomamos la modelación

¹ Contacto: mariac.patino@udea.edu.co

² Contacto: julian.galeano@udea.edu.co

³ Contacto: monica.parra@udea.edu.co

matemática como recurso metodológico que permite, entre otros, que los estudiantes generen interrogantes de problemáticas o situaciones de su vida y que representen de diferentes maneras esas problemáticas en términos matemáticos, además, lograr que de allí surjan ideas que les ofrezcan una posible solución al problema o situación. Barbosa [8] argumenta que es importante la presencia de la modelación en el aula, debido a que posibilita que los estudiantes reconozcan cómo utilizar las matemáticas para resolver situaciones cotidianas y de otras disciplinas.

Algunos apartados de los Estándares Básicos de Competencias EBC en Matemáticas en Colombia, establecidos por el Ministerio de Educación Nacional MEN [9], plantean la necesidad de que en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se asuma la clase como un ambiente de aprendizaje, donde profesores y estudiantes interactúen para construir y validar conocimiento, para ejercer iniciativa y crítica, y para aplicar ese conocimiento en diversas situaciones y contextos. Lo anterior lleva a reconocer al pensamiento crítico como parte esencial dentro de la educación en Colombia y, por lo tanto, como parte básica de esta investigación, ya que les aporta a los estudiantes herramientas para determinar y analizar innumerables situaciones, que caracterizan el contexto social actual. Este tipo de pensamiento ofrece herramientas para saber actuar y reaccionar frente a alguna situación que se les presente y, además, les aporta argumentos para defender una idea.

Las metas de aprendizaje en este ambiente de modelación se encaminan a que, cuando los estudiantes se enfrenten a situaciones que les generan cuestionamientos sobre cómo usan las matemáticas, se apropien de ellas y tiendan a encontrarle el valor y sentido que quizá han perdido en las aulas de matemáticas. Así, para Barbosa [10], en la perspectiva sociocrítica un objetivo central de la modelación promocionar el pensamiento crítico de los estudiantes y de las discusiones reflexivas en el aula, que les permitan debatir situaciones del día a día con fundamentos matemáticos y de otras disciplinas.

Se pretende entonces que los procedimientos y resultados matemáticos posibiliten un acercamiento a las posiciones críticas que toman los estudiantes, es decir, se establecen como alternativa para generar en ellos posturas críticas, caracterizadas por las inferencias y los argumentos que hacen ante determinada situación, utilizando conceptos previos y básicos, procedimientos, operaciones y cálculos matemáticos, que les permiten ser precisos a la hora de aportar y tomar decisiones en torno a dicha situación. De lo anterior, entre los procedimientos y los resultados matemáticos se distinguen los primeros, entendidos como la secuencia de las operaciones que realizan los estudiantes: sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y uso de porcentajes, y los segundos, resultados matemáticos como las consecuencias de la realización de estas operaciones.

En este capítulo, el escenario de aula es un ambiente de modelación en la perspectiva sociocrítica, centrado en los procedimientos y resultados matemáticos como una alternativa para generar posiciones críticas en los estudiantes de Educación Media. El ambiente de modelación se crea en el marco de la práctica pedagógica y se implementa con estudiantes del grado décimo (16 a 18 años) del Centro Educativo Rural Obispo Emilio Botero de Marinilla, Colombia. En el grupo hay diversidad de género y son estudiantes que tienen buena relación entre ellos y con las personas externas a la escuela. Debido a que todos hacen parte de la misma comunidad, reconocen las necesidades de la región y las diferencias con la ciudad. En el aula los estudiantes respetan y consideran las apreciaciones de los profesores y están dispuestos a compartir ideas y planes de vida.

1.2 Desarrollo de la situación

El ambiente de modelación matemática: *El aula de matemáticas contra la corrupción*, se entiende como un espacio en el aula en el que se promueve la participación, la interacción y la reflexión de los conocimientos matemáticos y de las situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes, y otras dinámicas sociales que pueden ser llevadas al aula [11]. Consiste en la problematización de una situación acontecida en el contexto colombiano: *La consulta anticorrupción*, un evento realizado en Colombia en agosto de 2018. Se decide seleccionar esta problemática, porque medio de la consulta anticorrupción se pretendió, en primer lugar, realizar reformas a la Constitución Política y, en segundo lugar, es un tema que afecta al país.

El ambiente se desarrolló en cinco momentos correspondientes a la idea de modelación matemática propuesta por Parra-Zapata [11], relacionadas con la secuencia de tareas para llevar a cabo el ambiente de modelación matemática: 1) investiguemos, 2) las matemáticas nos ayudan, 3) las matemáticas y nuestro entorno, 4) opinamos acerca de la consulta anticorrupción, y 5) las matemáticas en función de la sociedad. Durante estos momentos los estudiantes usaron herramientas matemáticas para resolver cada tarea, interpretaron los resultados obtenidos en términos de la situación inicial y analizaron e hicieron críticas frente al modelo matemático a partir de los resultados obtenidos.

En la Figura 1 se aprecia la secuencia completa de los momentos desarrollados en el aula de matemáticas contra la corrupción. Se busca que los estudiantes problematicen, investiguen y propongan soluciones a dichas tareas, que se cuestionen y generen preguntas acerca de los problemas del contexto mediante un proceso de búsqueda, selección y análisis de la información.

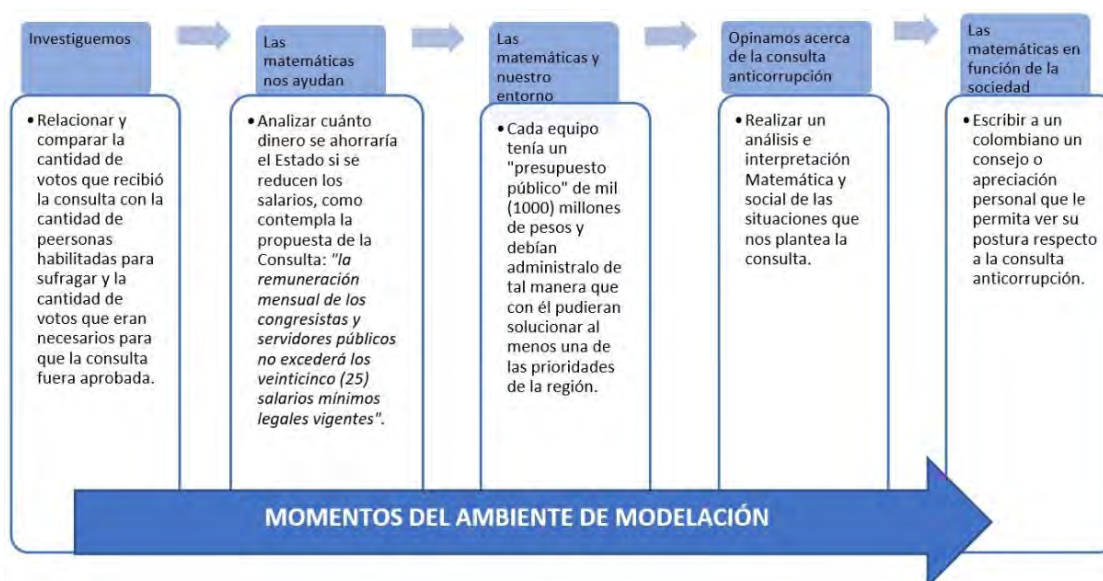


Figura 1. Momentos y tareas del aula de matemáticas contra la corrupción [12]

En este capítulo se detallan las tareas correspondientes a los cinco momentos del ambiente de modelación, sin embargo, solo se muestran los resultados obtenidos de las tareas realizadas por los estudiantes en los momentos 1 y 2, ya que se consideran suficientes para representar el objetivo que se propone para el ambiente.

1.2.1 Investiguemos

Este momento se desarrolló en dos partes: 1) se les proporcionó a los estudiantes un acercamiento a lo que sería el ambiente de aprendizaje, se les mostró un video introductorio acerca de la consulta y se les proporcionó un espacio de debate donde hubo preguntas orientadoras relacionadas con las matemáticas implícitas en la consulta; y 2) un debate en el que se discutieron los resultados y las conclusiones obtenidas de las tareas de la primera parte.

Posterior al video se escucharon las opiniones de los estudiantes acerca de las sugerencias u otras posturas que tuvieran respecto a la consulta anticorrupción, además de sus posiciones referente al resultado. Este diálogo fue guiado por preguntas como:

- ¿Es necesario que se haga una consulta referente a este tema? ¿Por qué?
- ¿Cree que estas propuestas ayudarán a mitigar la problemática de la corrupción?
- ¿Qué opina respecto a la idea de que el voto sea obligatorio?

Luego de que los estudiantes estuvieran informados y contextualizados en relación con la consulta anticorrupción, a cada grupo se asignó la tarea de la Tabla 1.

Tabla 1. Tarea 1 asignada a los grupos [12]

Tarea	Preguntas	Objetivo
Relacionar la cantidad de votos que recibió la consulta, compararla con la cantidad de personas habilitadas para sufragar y la cantidad de votos necesarios para que fuera aprobada.	¿Qué porcentaje de abstención hubo durante la consulta? ¿A qué cree que se debe esta cantidad?	Realizar reglas de tres simples. Utilizar conceptos propios de estadística.
Hacer la comparación con las elecciones presidenciales, tanto de primera como de segunda vuelta.	¿Hubo algún candidato presidencial con más votos que la consulta anticorrupción? ¿Esto qué nos dice? ¿Cómo se puede aumentar el índice de personas que salen a votar?	Realizar gráficas o representaciones de datos. Hacer comparaciones entre datos o información que les permita lograr conclusiones.

Antes de desarrollar este momento, se les indicó a los estudiantes que trajeran los datos necesarios: número de habitantes en Colombia, número de personas habilitadas para sufragar, votaciones presidenciales y votación total de la consulta anticorrupción, con el fin de comparar los datos de cada grupo y llegar a un acuerdo, lo cual sirvió para generar en ellos curiosidad y que se preguntaran por el tipo de fuentes de las cuales se extraían los datos o las investigaciones que necesitaban.

Con esta tarea se logra que los estudiantes propongan conceptos matemáticos como las razones, las proporciones y los porcentajes, elementos que les permitieron relacionar y comparar los datos obtenidos. Además, cada grupo organizó la información y construyó una gráfica que les permitió sacar conclusiones acerca de la misma. Las representaciones creadas por los estudiantes no se limitaron o impusieron por los profesores, surgieron de la necesidad de encontrar una solución a la situación planteada.

En la segunda parte se finalizó la clase con una puesta en común de los resultados que cada grupo obtuvo, tanto matemáticos como de las conclusiones de cada estudiante en cuanto a las implicaciones sociales que surgen de los resultados. Esta presentación de los resultados y las conclusiones se dinamizó con preguntas planteadas por los profesores. Los estudiantes tuvieron autonomía en cuanto a las técnicas y los métodos utilizados para realizar la tarea. Además, se hicieron comentarios referentes al método de trabajo empleado por cada grupo. Con el propósito de que los estudiantes se apropiaran del ambiente de modelación y lo hicieran parte de sus prácticas, se les asignó un compromiso para la siguiente sesión: hacer una consulta y citar la fuente de información de los siguientes datos:

- Consultar el valor del salario de los congresistas colombianos.
- ¿Cuántos congresistas tiene Colombia?
- ¿Cuál era el valor del salario mínimo en Colombia en 2018 y de cuánto fue su valoración anual, es decir, qué porcentaje incrementó con respecto al año anterior?

1.2.2 Las matemáticas nos ayudan

El momento dos se desarrolló en dos horas de clase y se centró en abordar solo el primer punto de la consulta anticorrupción: *Reducción del salario de los congresistas*. De acuerdo con esto, lo primero que se realizó fue compartir la información que los estudiantes consultaron y verificar con ellos su pertinencia y confiabilidad y las fuentes. En segunda instancia se les planteó la segunda tarea (Tabla 2).

Tabla 2. Tarea 2 asignada a los grupos [12]

Tarea	Preguntas	Objetivos
Analizar cuánto dinero se ahorraría el Estado si se reducen los salarios de los congresistas, como contempla la propuesta de la consulta: <i>La remuneración mensual de los congresistas y servidores públicos no excederá de veinticinco (25) salarios mínimos legales vigentes</i> . Tener en cuenta que dichos salarios tienen hoy un tope de 40 salarios mínimos legales vigentes.	¿Cuánto dinero dejará de ganar un congresista? ¿Cuánto dinero se ahorraría mensualmente el Estado con la implementación de esta propuesta? ¿Qué se podría hacer con el dinero ahorrado?	Comprender operaciones propias del pensamiento numérico en diversos contextos. Inferir información relacionada con un determinado problema para realizar un procedimiento matemático.

<p>A partir del valor actual del salario mínimo y de su valoración de 5,9% anual, responder la pregunta: ¿Sí se congelan los salarios de los congresistas, en cuánto tiempo será igual o menor a un salario mínimo, si se considera constante la valoración anual?</p> <p>Representar matemáticamente la tasa de incremento del salario mínimo, para determinar su valor en 5, 10 y 20 años.</p>	<p>¿Cree que viable o no un aumento en la tasa anual de valoración del salario mínimo?</p> <p>¿Qué considera que sería mejor para el Estado: reducir los salarios de los congresistas o aumentar el salario mínimo? ¿Por qué?</p>	<p>Relacionar tendencias con las series y sucesiones.</p> <p>Generalizar, mediante procedimientos aritméticos, ecuaciones que cumplan las condiciones dadas.</p>
--	---	--

Con los datos que surgen de la puesta en común al principio de la sesión, los estudiantes buscaron una manera de representar con matemáticas la tasa de incremento del salario mínimo, que les permitiera a los ciudadanos determinar su valor en 5, 10 y 20 años. Por último, se culmina con la presentación y discusión de los resultados de cada equipo y, para el registro, se realiza un escrito (informe, protocolo o ensayo), donde recogen las ideas principales y los comentarios que consideran importantes y que surgen de la discusión en clase.

1.2.3 Las matemáticas y nuestro entorno

Este momento se desarrolló en una sesión de dos horas de clase, la cual tuvo como objetivo que los estudiantes reconocieran su contexto, el espacio físico que habitan, las zonas en las que se encuentran sus hogares y el colegio, además de promover una situación en la que puedan hacer inferencias, deducciones, hipótesis y reconocer las implicaciones de las decisiones que toman en una situación hipotética. Además, hace alusión al cuarto punto de la consulta anticorrupción: *Participación ciudadana en el presupuesto público*. Para cumplir el objetivo se realizaron las tareas de la Tabla 3.

Tabla 3. Tarea asignada a los grupos [12]

Tarea	Preguntas	Objetivos
<p>Realizar un mapa o cartografía social del barrio, vereda o región en la que viven, en el que representen sus necesidades, debilidades y fortalezas. Por ejemplo, una vía en mal estado, problemas de seguridad, falta de unidades deportivas, entre otras.</p>	<p>¿Cree que un ciudadano común puede gestionar recursos para darle solución a una de estas dificultades?</p> <p>¿Cuáles son las principales fuentes de ingresos económicos de su localidad?</p>	<p>Reflexionar sobre las responsabilidades de diversos estamentos públicos y privados en su localidad.</p> <p>Reconocer las problemáticas que se pueden solucionar mediante gestión social.</p> <p>Analizar situaciones que necesitan potencializarse.</p>
<p>Suponga que cuentan con un presupuesto de 1000 millones, ¿cómo los invertiría en su región, a partir de la información de la cartografía social?</p>	<p>¿Cómo ayudarían a mejorar la región sus decisiones?</p> <p>¿Qué situaciones priorizaron y por qué?</p> <p>¿En qué se basaron para determinar los costos y beneficios?</p>	<p>Identificar las implicaciones que tienen las decisiones que se toman.</p> <p>Generar conciencias sobre las prioridades que tienen en sus localidades.</p>

1.2.4 Opinamos acerca de la consulta anticorrupción

El desarrollo de este momento se pensó para que los estudiantes tuvieran la libertad de realizar o abordar el análisis de las demás propuestas de la consulta anticorrupción y de acuerdo con la perspectiva que desearan, además, que vincularan en sus análisis los conceptos o los procedimientos matemáticos que consideraran convenientes, es decir, utilizar los saberes previos en el campo para reunir información que les permita sacar conclusiones sustentadas de la situación analizada.

El rol de los profesores fue de guías de la clase, responder preguntas que surgieran en el aula, retroalimentar los saberes de los estudiantes y sugerir métodos de procedimiento. Además de orientar con las preguntas que consideraran pertinentes para que el análisis de los estudiantes fuera objetivo, ya que las situaciones sociales comprenden diferentes temas y áreas del conocimiento, lo cual puede complejizar la tarea. Las propuestas de las consultas a estudiar fueron:

- Cárcel para corruptos y que se les prohíba volver a contratar con el Estado.
- Contratación transparente obligatoria en todo el país.

- Los Congresistas deben rendir cuentas de su asistencia, votación y gestión.
- Hacer públicas las propiedades e ingresos de políticos y extinción de dominio en caso de irregularidades.
- No más *atornillados* en el poder: máximo 3 periodos en corporaciones públicas.

1.2.5 Las matemáticas en función de la sociedad

El cierre del ambiente de aprendizaje se realizó con la siguiente y última tarea: *redactar una carta o un escrito a un ciudadano colombiano*, en el que deje clara su postura u opinión frente a la consulta anticorrupción, con fundamento en la información recolectada en las tareas de los momentos anteriores, es decir, compartir las conclusiones a las que llegaron, demostrando, objetivamente con datos, las afirmaciones que realizan.

Estas tareas se consideran oportunas para desarrollar habilidades de comunicación y argumentación en los estudiantes, de cómo el uso correcto de proposiciones y relaciones lógicas facilitan la comprensión del mensaje que se quiere transmitir, lo que sería una manera de pensar matemáticamente, diferente al estereotipo que tienen algunos estudiantes de que solo es una ciencia de números y algoritmos que tiene poca relación con las actividades cotidianas.

2. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este ambiente de modelación se les planteó a los estudiantes que, con ayuda de sus compañeros, utilizaran las matemáticas para resolver una situación cotidiana donde se problematizaran los resultados. La razón es que las matemáticas, al mismo tiempo que se utilizan para resolver problemas, también deben cuestionar la forma en que se utilizan socialmente, de manera general [13]. La búsqueda se basa en la manera de analizar los procedimientos, argumentos y resultados matemáticos que generan los estudiantes en un ambiente de modelación matemática, donde se integran situaciones cotidianas de acuerdo con algunas de las premisas de diferentes autores de la Educación Matemática Crítica EMC.

La EMC es una corriente filosófica que se encarga del estudio de la matemática y la Educación Matemática a partir de una perspectiva social, donde las personas participan en las decisiones que les afectan y desarrollan, es decir, como capacidad crítica, reflexiva y analítica. Skovsmose [14] y D'Ambrosio [15] plantean que la preocupación fundamental de la EMC es la *Mathemacy*, cuyo objetivo principal no es simplemente desarrollar habilidades de cálculos matemáticos, sino, también, promover la participación crítica de los estudiantes como ciudadanos en la sociedad y analizar cuestiones políticas, económicas y ambientales en las que las matemáticas sirven como herramienta.

Villa-Ochoa [6] afirma que la modelación matemática puede ser una herramienta útil en el establecimiento de relaciones entre las matemáticas y los contextos propios de los estudiantes y las demás ciencias, una de las características de la EMC en cuanto a la interdisciplinariedad que debe tener la enseñanza de las matemáticas en el aula, para ayudar a explicar y dar respuesta a los fenómenos y situaciones sociales en los que se encuentran los estudiantes.

El rol de los profesores en el desarrollo del ambiente de modelación consistió en acompañar a los estudiantes durante el análisis de las situaciones, y brindarles la información y las preguntas necesarias para orientar la investigación hacia los intereses comunes y particulares de cada grupo de trabajo. Por lo tanto, algunas de las herramientas, conceptos o procedimientos matemáticos utilizados por los estudiantes durante el proceso, surgieron como alternativa propuesta por ellos mismos para resolver una determinada situación, es decir, algunos métodos utilizados fueron creados de acuerdo con lo que los estudiantes creyeron conveniente, en este sentido, la labor de los profesores fue retroalimentar con ellos las falencias, si las hubo, de los procedimientos utilizados.

Por medio de las matemáticas los estudiantes discutieron cuestiones políticas y sociales, que se consideran necesarias para el objetivo de investigación, ya que promueven la participación de los estudiantes en el aula al compartir sus opiniones, lo que permitió ver las posturas críticas en los contenidos de sus participaciones. Con esto los profesores promovieron la *Mathemacy*, determinado como el objetivo principal de la EMC.

Aunque desarrollar habilidades de cálculo no era el objetivo principal, con estas tareas se esperaba que los estudiantes hicieran uso de conocimientos de estadística para relacionar y representar los datos. El trabajo realizado por los estudiantes se aprecia en las Figuras 1 y 2. Para relacionar la cantidad de votos de la consulta anticorrupción con la cantidad de personas habilitadas para votar, se observa que los estudiantes realizaron cálculos; utilizando los porcentajes los equipos hicieron uso del diagrama circular para representar los datos, procedimiento que permite deducir que se les facilita el trabajo cuando utilizan métodos gráficos, ya que este diagrama fue propuesto por los diferentes equipos y lo implementaron en la solución de las diferentes tareas.

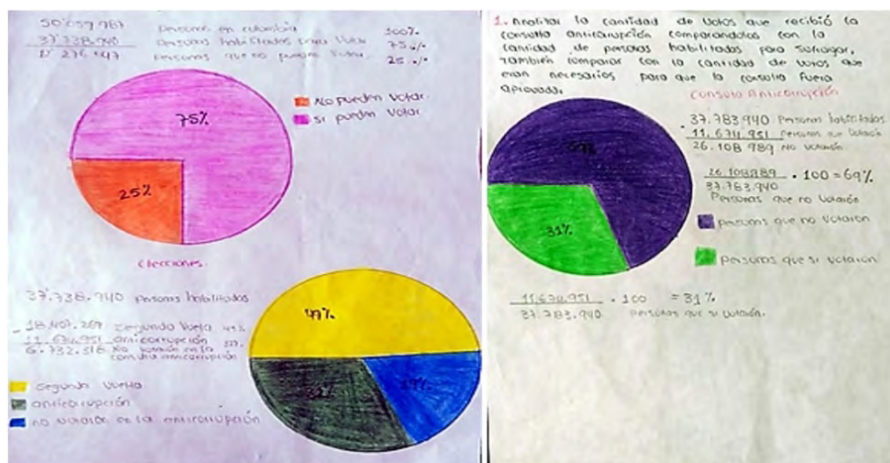


Figura 1. Procedimientos matemáticos realizados por los estudiantes

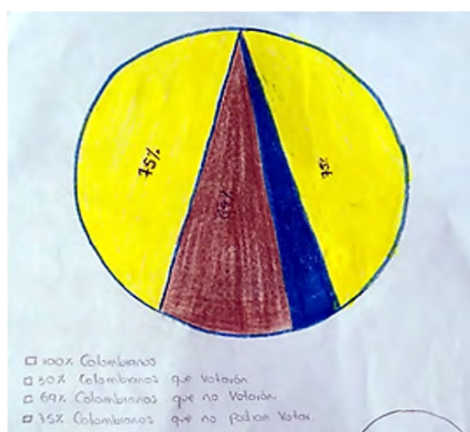


Figura 2. Procedimientos matemáticos realizados por un estudiante

Entre las posibilidades de actuación de los profesores durante la realización de esta tarea, estuvo la de retroalimentar el conocimiento de los estudiantes, ya que durante la implementación que proponen del problema puede haber errores conceptuales o procedimentales, que lo desvían de su propósito. Sin embargo, esto es una oportunidad para que el profesor intervenga y los ayude a apropiarse de manera más concreta del conocimiento, es decir, el estudiante tiene un conocimiento previo de algún concepto que puede ser impreciso, al realizar la tarea los errores se evidencian y el profesor identifica los puntos en los que debe trabajar.

En la Figura 2 se observa que hay un error en relación con el uso de la gráfica circular, y si bien los estudiantes tienen indicios del procedimiento a realizar, ya que se parecían los datos obtenidos, la gráfica no es correcta porque no hay proporción entre los datos graficados y el área de la figura, lo que impide que se puedan hacer inferencias o conclusiones de la información de manera correcta. Por lo anterior, fue necesario realimentar con este equipo la manera de utilizar el diagrama circular. También se observa que los porcentajes de la gráfica no corresponden a la información presentada por el equipo, esto se debe a que los estudiantes no lograron establecer la relación correcta de porcentajes, ya que la cantidad de personas que votaron pertenece a la cantidad de personas habilitadas para votar, por eso no se podía establecer una relación directa entre estas variables.

Durante el momento uno, en las diferentes tareas los estudiantes identificaron la importancia de realizar correctamente una gráfica, ya que, como manifestó uno de ellos: *cualquier persona que la vea debe entender la información que brinda, y debe ser tan clara que no se puede prestar a interpretaciones*".

En el desarrollo de este momento los estudiantes utilizaron sus saberes previos y operaciones básicas, como la suma, la resta y la multiplicación, para obtener algunas relaciones respecto a la cantidad de personas que votaron en la consulta anticorrupción. Además, y gracias a las relaciones de porcentajes que hicieron (Figura 3), llegaron a la conclusión de que la mayoría de las personas no salieron a votar durante la consulta anticorrupción.

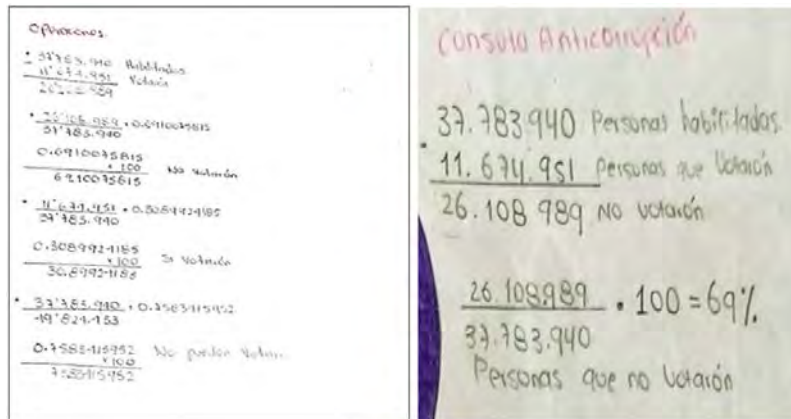


Figura 3. Procedimientos matemáticos realizados por los estudiantes

Esto permitió iniciar una discusión que llevó a determinar, por parte de los estudiantes, que había un problema de abstencionismo al momento de ejercer el derecho al voto en Colombia. Respecto a lo anterior, Araújo [16] menciona que la modelación matemática promueve en el estudiante un conjunto de habilidades hacia una postura intelectual y crítica, en la medida que tenga la capacidad de sacar conclusiones a partir de datos y cálculos matemáticos, con el fin de hacer inferencias relacionadas con situaciones de la realidad.

Los profesores dirigieron la discusión en torno a cómo esa falta de interés de la ciudadanía por salir a votar promovía o favorecía prácticas de corrupción en el país. Algunas de las preguntas planteadas para dinamizar la discusión fueron: ¿cuál es la responsabilidad de los ciudadanos en estas elecciones? ¿Por qué cree que los ciudadanos no votan? Independientemente de los resultados de unas elecciones o consultas ¿el ciudadano debería tener algún beneficio al ejercer el derecho al voto? ¿Qué pasaría si solo alguna parte de la población tuviera el derecho a votar, habría alguna diferencia a la situación actual de gobierno?

En la Figura 4 se observa que la mayoría de estudiantes tenían claro el concepto de porcentaje y qué representa, y de los procedimientos para calcularlo y relacionarlo con las cantidades correspondientes. La comprensión y aplicación de este concepto es una herramienta útil al momento de tomar conscientemente una decisión o sacar conclusiones fundamentadas desde el estudio de una determinada situación.

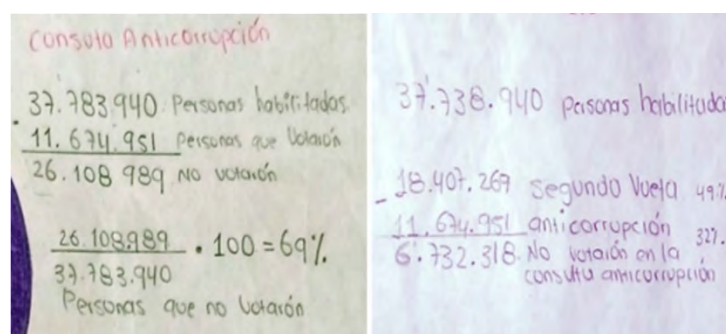


Figura 4. Procedimientos del concepto de porcentaje realizados por los estudiantes

Se nota entonces que las matemáticas cumplen un papel para describir, comprender, controlar o prescribir aspectos claves de la situación [17]. Por lo tanto, en el ambiente de modelación los estudiantes se basaron

en el resultado de sus cálculos y procedimientos para expresar sus opiniones acerca de la situación e identificar un problema social, como el abstencionismo durante las votaciones, y que, además, las matemáticas les proporcionaron argumentos para entender y reflexionar acerca de las situaciones investigadas en el ambiente de modelación.

Por otro lado, en el momento dos los estudiantes querían saber cuánto era el ahorro que tendría el Estado si se aprobara la primera propuesta de la consulta anticorrupción: *Reducir el salario de los congresistas*. Partieron de analizar la información consultada, como el número de congresistas y el valor promedio de sus sueldos, y cómo la propuesta planteaba reducir el salario de los congresistas a 25 salarios mínimos legales vigentes, por lo que también fue necesario consultar el valor del salario mínimo.

Los estudiantes identificaron las variables que tenían que resolver para saber cuánto dinero se ahorraría el Estado si se hubiera aprobado la propuesta. Reconocieron que era necesario saber el número de congresistas, cuánto ganaban y de cuánto iba a ser esa reducción; para resolver estas cuestiones, desarrollaron operaciones básicas como sumas, restas, multiplicaciones y divisiones (Figura 5). Los resultados de los cálculos realizados los llevaron a cuestionarse respecto a situaciones como: ¿es justo el salario actual de un congresista? ¿Qué se puede hacer con el dinero que se ahorra el Estado? Debido a las cifras calculadas algunos estudiantes expresaron que el gobierno de Colombia tenía mucha plata y que con lo que se ahorraba podía construir dos colegios como el de ellos cada mes.

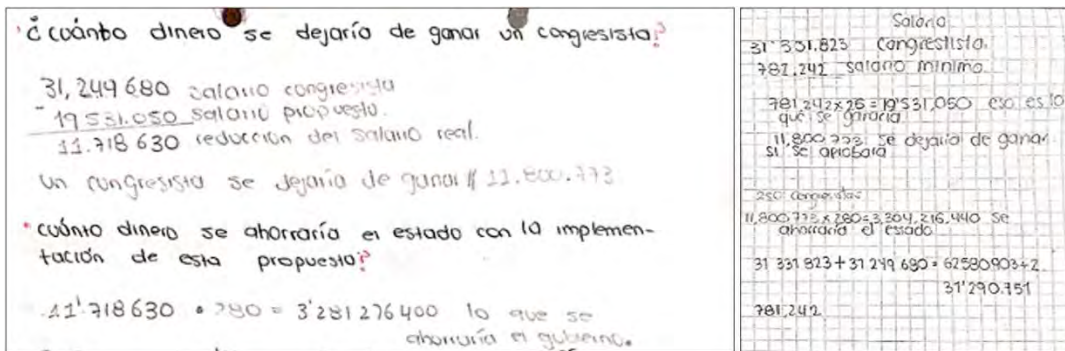


Figura 5. Procedimientos matemáticos realizados por los estudiantes en el momento dos

En otra de las tareas propuestas los estudiantes debían calcular cuánto tiempo tardaría el salario mínimo, con un incremento porcentual anual estable del 5%, en igualar el salario actual de un congresista. Esta tarea les presentó varias dificultades para operar matemáticamente, sus producciones se ven en la Figura 6.

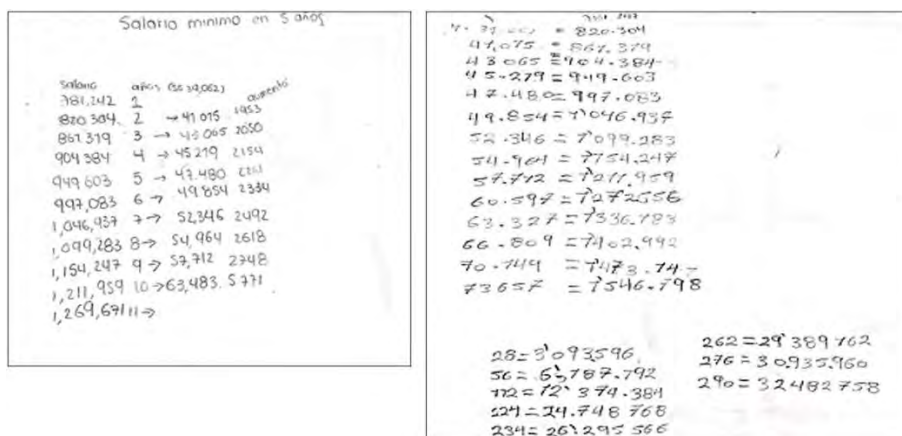


Figura 6. Procedimiento matemático realizado por un estudiante

Se observa que los estudiantes calcularon el incremento del salario mínimo a partir de lo establecido para el año 2018. Uno de los equipos cometió un error durante este proceso y calculó el incremento del salario mínimo para el primer año, luego lo sumó al salario mínimo y obtuvieron el salario para el segundo año; después, volvieron a sumar la misma cantidad y obtuvieron el salario del tercer año, y así sucesivamente sumaron la misma cantidad al valor del salario que obtenían. Los profesores intervinieron para orientarlos

y para que se dieran cuenta de que el valor del 5% variaba con respecto a los nuevos valores y al salario mínimo que obtenían como resultado, por lo que tuvieron que replantear sus cálculos matemáticos.

Al enfrentar la necesidad que surge de la situación planteada los estudiantes consiguieron aplicar sus conocimientos en el área y, también, concientizarse de sus propias limitaciones, por ejemplo, buscar o conocer métodos que les permitan realizar cálculos más rápidos o abordar mayor cantidad de datos, lo que brinda posibilidades de acción del profesor en el aula para enseñar nuevos conceptos y procedimientos.

Los equipos manifestaron que el procedimiento que realizaban era muy tedioso y poco práctico, ya que, como se observa en la Figura 6, desarrollaron las operaciones paso por paso, año a año. También identificaron que el proceso era confiable ya que desarrollaban cada una de las operaciones, pero que les tomaría mucho tiempo llegar a la respuesta. Por tal motivo, uno de los equipos decidió consultar en internet una fórmula que denominaron Regla del 70 (Figura 7), la cual plantea que *el cociente entre el número 70 y el aumento porcentual da el resultado en años en los que ese dinero se duplicaría*.

Si se congelan los salarios de los congresistas en cuanto tiempo su salario sera igual o menor a un salario minimo.

$$\frac{70 \text{ base operación}}{5\% \text{ Aumento Porcentual estable}} = 14 \text{ AÑOS}$$

Figura 7. Regla del 70

Se pudo evidenciar que los estudiantes decidieron buscar alternativas para resolver correctamente lo que se les pedía y, por ende, se posicionaron para tomar la decisión de cambiar el procedimiento. Esto les permitió a los profesores evidenciar lo que afirman Parra-Zapata et al. [1] en relación a que una característica fundamental de un uso crítico de los modelos tiene que ver con el uso correcto de los procedimientos matemáticos y de sus interpretaciones, pues muchas veces las decisiones se toman de acuerdo con los resultados que se desprenden de tales procedimientos.

Algunos estudiantes se mostraron no conformes con esta regla y se decidieron por el primer método, y comprobar si la regla se cumplía. Es decir, calcularon por tanteo el valor del salario mínimo que, según la Regla del 70, a los 14 años se duplicaría con un valor anual estable del 5%. Los resultados obtenidos les dieron un desfase en el rango de 100.000, a lo que manifestaron que, a pesar de no dar exactamente el valor del salario mínimo en 14 años, se puede tomar esta regla y asumir el margen de error que se pudo dar al aproximar cifras durante el procedimiento de calcular el valor año tras año.

De lo anterior se observa la postura de la que habla Valero [14] al expresar que una educación se manifiesta crítica cuando los sujetos involucrados en ella no se limitan a la reproducción de estructuras, sino que reaccionan ante ellas y, en este caso, las cuestionan, valoran su utilidad y buscan las maneras de validar su veracidad por medio de procedimientos matemáticos ya validados por ellos, es decir, si el método o procedimiento que se les invita a utilizar se puede verificar con procedimientos ya conocidos, estos métodos nuevos pueden ser aceptados y empleados.

Cabe recordar que para que el estudiante logre generar estos productos en clase, el profesor debe propiciar un ambiente que destaque a los estudiantes como los protagonistas del proceso. El profesor no necesita tener una actitud pasiva para que sean los estudiantes quienes respondan y se hagan nuevas preguntas. Para que se genere un ambiente de diálogo y discusión entre todos los participantes del ambiente de modelación, puede remitirse a las preguntas planteadas en los momentos de cada tarea en este capítulo.

3. EVALUACIÓN

En este ambiente de modelación matemática la evaluación se asume como formativa, y se realiza constantemente durante su desarrollo; en ella se tienen en cuenta aspectos actitudinales, procedimentales y conceptuales de los estudiantes. De esta manera la evaluación se observa como una oportunidad de rectificación y generación de mejoras del planteamiento de las estrategias, tipos de evaluación, técnicas e

instrumentos incluidos en el inicio. Se centra en realizar una valoración integral de múltiples elementos que se insertan en la planeación didáctica y que permite reconocer si se alcanzan los resultados de aprendizaje.

De acuerdo con esto la evaluación realizada en el ambiente comprendió aspectos actitudinales y procedimentales de los estudiantes durante cada uno de los momentos y tareas propuestas; para esto a los profesores y a partir de una observación activa y de un diálogo mesurado con el grupo, le permitió tener indicios de dichos aspectos en los estudiantes, es decir, la evaluación fue un proceso que se realizó de manera permanente durante todo el ambiente de modelación. La rúbrica de la Tabla 4 se propone como guía para que el profesor tenga una referencia de cómo evaluar este ambiente de modelación; se basa en las tres dimensiones de las competencias del MEN [9].

Tabla 4. Propuesta evaluativa

Competencias	Logros
Actitudinal	Participa de las tareas propuestas. Demuestra interés hacia las tareas. Propone alternativas para desarrollar las clases.
Procedimental	Realiza operaciones matemáticas para explicar fenómenos sociales. Resuelve situaciones problemáticas con algunos de los pensamientos matemáticos. Desarrolla procedimientos matemáticos en diversos contextos.
Conceptual	Argumenta las conclusiones alcanzadas de las diversas situaciones. Deduce operaciones matemáticas a partir de las situaciones expuestas. Comprende la relevancia de las matemáticas para explicar situaciones cotidianas.

4. TRANSFERENCIA O AMPLIACIÓN A OTRAS SITUACIONES O CONTEXTOS

Las experiencias de modelación matemática han sido foco de investigación en los últimos años, puesto que han mostrado ser una herramienta útil en el establecimiento de relaciones entre las matemáticas y los contextos de los estudiantes, y porque posibilitan que interactúen con el objeto matemático propuesto. Con base en lo anterior este ambiente se podría dinamizar y llevar a cabo en diversos escenarios de análisis del contexto político del país y del mundo con apoyo de las matemáticas, a partir de los cuales es posible que se configuren actitudes y valores en los estudiantes, pues garantizan una solidez en sus fundamentos, seguridad en los procedimientos y confianza en los resultados obtenidos. Todo esto crea en ellos una disposición consciente y favorable para emprender acciones que conduzcan a la solución de los problemas a los que se enfrentan a diario.

Para ampliar la información respecto a este tipo de ambientes se recomiendan las experiencias de la Tabla 5, que complementan y pueden ser útiles en la creación de ambientes de modelación matemática en el aula de matemáticas.

Tabla 5. Otras situaciones o contextos de aplicación del ambiente de modelación

Fuente	Resumen
[11]	Presenta el informe de una investigación que indaga cómo un grupo de estudiantes de quinto grado participa en un ambiente de modelación matemática en la perspectiva sociocrítica. Los protagonistas de la investigación fueron 27 estudiantes de quinto grado de la Educación Primaria, integrantes de un semillero de matemáticas de la Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes de Medellín, Colombia. Los resultados indican que cuando los estudiantes se involucran en ambientes de modelación matemática que favorecen la participación, se comprometen de acuerdo con sus historias y experiencias.
[18]	Presenta la tesis elaborada como producto de una investigación en el desarrollo de la Maestría en Educación Matemática, de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. En este estudio se explora la caracterización de las posiciones críticas de algunos estudiantes del grado séptimo, cuando se enfrentan a actividades de modelación en el ámbito escolar, basadas en los contextos del turismo y el comercio. Además, es una alternativa para reflexionar sobre el propósito de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el rol de profesores. Los resultados muestran que los estudiantes proponen cuestionamientos dirigidos a realizar consultas e indagaciones y se motivan frente al trabajo en grupo, aspectos que permiten promover y desarrollar posiciones críticas en su nivel de madurez conceptual (séptimo grado), para hacer una caracterización a partir de la toma de decisiones que surgen de las reflexiones, discusiones, inmersión en las situaciones de la cotidianidad (turismo y comercio), los conocimientos previos y resultados matemáticos obtenido. Las interacciones que se dan en el aula y en el desarrollo de las actividades de modelación, contribuyen a que el aula de clase sea un mejor espacio donde se desarrollan habilidades sociales y se aprende matemáticas en ambientes cercanos a la vida de los estudiantes.

5. CONCLUSIONES

El ambiente de modelación matemática les permitió a los estudiantes representar y plantear posibles soluciones respecto a fenómenos o situaciones cotidianas; además, les permitió a los profesores llevar la consulta anticorrupción al aula y que los estudiantes, mediante sus conocimientos matemáticos, distinguieran matices como las implicaciones, las cantidades de dinero que se pierden y las poblaciones más afectadas con esta problemática de la corrupción. Por otro lado, a que descubrieran algunos efectos colaterales, positivos y negativos que pudo tener la implementación de las propuestas de la consulta anticorrupción.

En este tipo de ambientes de modelación las matemáticas dejan de ser para los estudiantes una ciencia incomprensible y utilizada solo por un grupo específico de la sociedad, es decir, la modelación matemática permite que el estudiante genere una relación entre la cotidianidad y el conocimiento matemático.

En la perspectiva socio-crítica la modelación no se agota en la creación de tareas en contextos estereotipados para promover el aprendizaje de un contenido o el desarrollo de habilidades de representación [19], por lo que las tareas se plantearon para que los estudiantes se apropiaran del conocimiento matemático adquirido previamente y para disponerlo en función de las necesidades del momento. Además, que identificará sus propias falencias y buscará resolverlas. De este modo tendrá una mejor apropiación de los conceptos empleados y tomará parte activa en su proceso de formación.

Asimismo, los estudiantes tendrán una postura crítica en cuanto a que se cuestionan, indagan y reflexionan respecto al conocimiento y las estructuras tradicionales como se enseñan los conceptos y procedimientos matemáticos, ya que ahora tendrá una interacción con estos procedimientos cuando la necesidad deje ver su utilidad y cómo se liga con las dinámicas sociales y otros saberes disciplinares. Por lo anterior, los argumentos de los estudiantes, a partir del uso de operaciones y procedimientos empleados para plantear la solución de situaciones del contexto cercano, posibilitan el desarrollo de posiciones críticas, puesto que los resultados matemáticos que obtienen surgen de la identificación de variables que influyen en la descripción de una situación [3].

Dado que las posturas críticas se relacionaron directamente con la acción, la toma de decisiones y el rigor en cuanto al uso de los conceptos matemáticos, se hizo énfasis en propender por su correcta aplicación. Parra-Zapata et al. [1] afirma que una característica fundamental del uso crítico de los modelos tiene que ver con la aplicación correcta de los procedimientos matemáticos y de sus interpretaciones, pues muchas veces las decisiones se toman de acuerdo con los resultados que se desprenden de tales procedimientos.

De esta manera el rol del profesor durante un ambiente de modelación sociocrítica debe propender por el correcto uso de los procedimientos matemáticos por los estudiantes. Además de ser la base principal para generar las reflexiones y discusiones en clase, tienen la responsabilidad de formar competencias básicas en el área de matemáticas. Es importante que los datos y resultados en los análisis de los estudiantes tengan un fundamento correcto, que ofrezca veracidad para darle el carácter objetivo que tienen las posturas críticas, y esto es posible por medio de un uso adecuado de las matemáticas.

Al caracterizar las posturas críticas de los estudiantes a través del uso de las matemáticas, operaciones, procedimientos y cálculos, la modelación matemática permitió que los estudiantes aprendieran, de manera diferente, a interpretar, pensar, resolver y ser conscientes de las situaciones cotidianas.

REFERENCIAS

- [1] Parra-Zapata M. et al. (2017). Gasto energético en las actividades físicas. Una experiencia de modelación matemática en la perspectiva sociocrítica. *Revista Colombiana de Matemática Educativa* 2(1), 57-64
- [2] Larrain M. y Kaiser G. (2019). Analysis of students' mathematical errors as a means to promote future primary school teachers' diagnostic competence. *Uni-pluriversidad* 19(2), 17-39.
- [3] Araújo J. (2002). Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: As discussões dos alunos. *Disertación doctoral*. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, Brasil.

- [4] Barbosa J. (2001). Modelagem na educação matemática: Contribuições para o debate teórico. Reunião anual da ANPED 24, 1-15.
- [5] Biembengut M. y Hein N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática* 16(2), 105-125.
- [6] Villa-Ochoa J. (2010). La modelación matemática en el currículo. Elementos para la discusión. En 11° Encuentro colombiano de Matemática Educativa. Bogotá, Colombia.
- [7] da Silva C. y Kato L. (2012). Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? *Bolema* 26(43), 817-838.
- [8] Barbosa J. (2003). Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva* 27(98), 65-74.
- [9] MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional.
- [10] Barbosa J. (2003). What is mathematical modelling? En Lamon S. et al. (Eds.), *Mathematical modelling: A way of life* (pp. 227-234). Horwood Publishing Limited.
- [11] Parra-Zapata M. (2015). Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. Reflexiones a partir de la perspectiva sociocrítica de la modelación matemática. Tesis de maestría. Universidad de Antioquia.
- [12] Patiño-Henao M. y Galeano-Ocampo J. (2019). Participación y posturas de estudiantes de educación media en clase de matemáticas. Trabajo de grado. Universidad de Antioquia.
- [13] Araújo J. (2009). Formatting real data in mathematical modelling projects. *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* 21(461), 229-239.
- [14] Skovsmose O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática. Una empresa profesor. Universidad de los Andes.
- [15] D'Ambrosio U. (1999). *Educação para uma sociedade em transição*. Papirus Editora.
- [16] Araújo J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *BOLEMA* 26(43), 839-859.
- [17] Parra M. y Villa J. (2016). Interacciones y contribuciones. Forma de participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. *Actualidades Investigativas en Educación* 16(3), 1-27.
- [18] Martínez-Rojas E. (2016). Posiciones críticas en actividades de modelación matemática en un contexto del comercio y el turismo. Tesis de maestría. Universidad de Antioquia.
- [19] Villa- Ochoa J. (2015) Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: Un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Revista Internacional de Investigación en Educación* 8(16), 133-148.