UTILIZAÇÃO DE QUESTÕES DO SARESP PARA ANÁLISE DE ERROS E DIFICULDADES DOS ALUNOS EM QUESTÕES SOBRE ÁLGEBRA [1]

USING SARESP QUESTIONS TO ANALYZE ERRORS AND MISTAKES DIFFICULTIES STUDENTS HAVE ABOUT ALGEBRA

Alessandro Gonçalves

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, prof.alessandro09@gmail.com

Barbara Lutaif Bianchini

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, barbara@pucsp.br

Resumo

Nosso objetivo neste artigo é apresentar a possibilidade de utilização de itens de avaliações externas à escola para análise dos erros e dificuldades dos alunos em questões de Álgebra. As análises que apresentamos fazem parte de uma pesquisa cujo objetivo principal foi o de analisar as estratégias dos alunos com foco nos erros cometidos e dificuldades apresentadas ao resolverem um instrumento de coleta de dados composto por 13 questões envolvendo Álgebra, escolhidas nos relatórios pedagógicos do Sistema de Avaliação da Aprendizagem Escolar do Estado de São Paulo (Saresp) dos anos de 2008 a 2011. Adotamos as categorias de erros: dados mal utilizados, interpretação incorreta de linguagem, inferências logicamente inválidas, teoremas ou definições distorcidos, falta de verificação da solução e erros técnicos. Os resultados mostraram que os erros cometidos pelos alunos são, em sua maioria, técnicos.

Palavras-chave: Educação Algébrica; Estratégias; Erros; Saresp.

Abstract

Our goal in this article is to present possibilities of using external evaluations items to the school and analyze errors and difficulties that students have about algebra. The analysis we present is part of a research which primary purpose was to analyze the strategies of students focusing on mistakes and difficulties presented to resolve a data collection instrument composed by 13 questions involving Algebra teaching system reports for assessing the Learning of the State of São Paulo (Saresp) from 2008 to 2011. We used the following categories of errors: misused data, incorrect interpretation of language, logically invalid inferences, theorems or distorted definitions, lack of verification of the solution and technical errors. The results showed that the errors and mistakes made by students are mostly technical.

Keywords: Algebraic Education; Strategies; Errors; Saresp.

[1] Este artigo é uma versão ampliada da comunicação científica apresentada no XII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) em julho de 2016.

1. Introdução

As produções dos alunos têm muito a revelar sobre os conhecimentos matemáticos que possuem quando o professor, ao corrigir tais produções, não as corrige somente atribuindo “certo ou errado”, mas analisa as estratégias utilizadas na resolução, procurando compreender as dificuldades apresentadas e os erros cometidos. Desta forma, o professor poderá contribuir de forma mais significativa para a construção do conhecimento de matemática do estudante. O fato é que muitas vezes os alunos apresentam resoluções que não estão de acordo com o que é esperado como resposta. Uma análise cuidadosa destas resoluções com foco nos erros pode levar à conclusões mais consistentes sobre o que verdadeiramente os alunos sabem. Tal análise leva à compreensão das causas dos erros e dificuldades, pois vai além do simples apontamento de erros e acertos e pode contribuir de maneira mais significativa para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem à medida que possibilita o professor refletir sobre a forma como tem organizado as atividades das suas aulas.

Neste artigo apresentamos as análises de três questões envolvendo operações com polinômios incluindo exemplos de protocolos com a resolução de alguns alunos destacando os erros e as dificuldades apresentadas. Estas questões fazem parte de um instrumento de dados da nossa pesquisa de mestrado do primeiro autor e orientada pela segunda autora, contendo 13 questões sobre Álgebra retiradas dos relatórios do Saresp de 2008 a 2011 aplicadas para um grupo de 15 alunos de uma escola pública estadual da região da grande São Paulo. Nas análises dos dados comparamos as estratégias de resolução apresentadas pelos alunos com uma análise *a priori* do instrumento de coleta de dados procurando identificar as dificuldades encontradas e erros revelados. Para a classificação dos erros utilizamos as categorias: dados mal utilizados, interpretação incorreta de linguagem, inferências logicamente inválidas, teoremas ou definições distorcidos, falta de verificação da solução e erros técnicos, propostas pelos pesquisadores Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987).

2. Fundamentação teórica

2.1. Concepção sobre atividade algébrica

Diferentes pesquisadores em Educação Matemática têm apresentado definições sobre Álgebra. Não são definições definitivas, até mesmo porque como apontam Lins e Gimenez (2001, p. 89) “não há consenso a respeito do que seja pensar algebricamente”.

Dentre essas definições baseamo-nos na proposta por Kieran (2004) que trata do que ela considera como sendo uma atividade algébrica. Apoiamo-nos nessas classificações para selecionarmos questões sobre Álgebra nos relatórios pedagógicos do Saresp.

Kieran (2004) classifica as atividades algébricas em três tipos: geracional, transformacional e meta-nível/global. São exemplos dos primeiro tipo:

> (i) as equações contendo um valor desconhecido que representa uma situação-problema quantitativa, (ii) expressões de generalização decorrentes de padrões geométricos ou sequências numéricas e (iii)

> expressões de regras que governam relações numéricas (KIERAN, 2004, p. 22-23, tradução nossa).

As atividades transformacionais, segundo Kieran (2004), incluem reduzir termos semelhantes, fatoração, expansão, substituição, adição e multiplicação de expressões polinomiais, a exponenciação de polinômios, resolução de equações, simplificação de expressões, trabalhar com expressões e equações equivalentes, etc.

O terceiro tipo de atividade caracteriza-se quando a Álgebra é utilizada como ferramenta, mas não estritamente ao domínio da própria Álgebra. Nesse tipo de atividade, são incluídos: a resolução de problemas, modelagem, observação de estruturas, generalização, análise de relações, provas e previsões e justificação.

2.2. A importância do erro no processo de ensino e aprendizagem

O erro em atividades escolares é um fenômeno recorrente e inerente ao processo de ensino e aprendizagem. Ter um olhar diferenciado sobre os erros que os alunos cometem, significa ter um olhar sobre o modo como eles aprendem. Nesse sentido ao planejar as suas aulas é importante que o professor pense na possibilidade de explorar os possíveis erros dos alunos e durante a aulas e correções buscar interpretá-los tentando compreender a sua origem.

É interessante destacar a importância do papel do erro na própria história do desenvolvimento do conhecimento científico. Rico (1995) aponta tal importância ao comentar que:

> O erro é uma possibilidade permanente na aquisição e consolidação do conhecimento e pode chegar a formar parte do conhecimento científico que as pessoas e os grupos utilizam. Esta possibilidade não é uma mera hipótese. Basta observar o que tem ocorrido ao longo da história de diversas disciplinas em que elas têm aceitado como conhecimento válido múltiplos conceitos que, hoje em dia, sabemos que são errôneos. (p. 70)

Nesse sentido, vemos que a ocorrência de erro pode ser uma etapa anterior ao sucesso e, até mesmo, ao avanço do conhecimento. Assim, não se trata de algo que deva ser ignorado, mas de um fenômeno que naturalmente faz parte de todo processo de construção do conhecimento, seja ele científico ou escolar.

Outros pesquisadores também destacam o importante papel do erro no processo de ensino. Cury e*t al.* (2008, p. 1) destacam a importância do estudo do erro ao comentar que "a análise de erros cometidos por estudantes de Matemática é uma das maneiras de compreender suas dificuldades de aprendizagem e auxiliá-los a superá-las."

Almouloud (2010) salienta que, para Brousseau (1983):

> o erro é a expressão, ou a manifestação explícita, de um conjunto de concepções espontâneas, ou reconstruídas, que integradas em uma rede coerente de representações cognitivas, tornam-se obstáculo à aquisição e ao domínio de novos conceitos. (p. 131)

As ideias apresentadas até aqui têm em comum o fato de considerarem o erro como um elemento inerente ao processo de ensino e aprendizagem. Não é possível desenvolver algum conceito, de modo que todos os alunos aprendam da mesma maneira, sem que em algum momento erros não se manifestem.

2.3. Análise e categorias de erros em Álgebra

Para as análises dos protocolos dos alunos baseamo-nos na classificação dos erros proposta pelos pesquisadores Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987). As categorias estão elencadas a seguir.

2.3.1. Dados mal utilizados

Esta categoria inclui os erros que podem ser identificados, quando ocorre discrepância entre os dados fornecidos na questão e como o aluno os interpreta. Dentro desta categoria encontram-se os casos em que: o aluno acrescenta dados estranhos, despreza dados fornecidos que são necessários à resolução e compensa a falta de informação com dados irrelevantes; admite certas exigências que não são explícitas no problema, atribui a um elemento um significado inconsistente com o texto, utiliza um valor numérico de uma variável para outra variável e faz uma leitura errada do enunciado.

2.3.2. Interpretação incorreta de linguagem

Nesta categoria, enquadram-se os erros caracterizados pela tradução de uma linguagem para outra. Estes erros ocorrem, quando a tradução de uma expressão que está na linguagem natural em uma expressão matemática ou equação não representa a situação quando esta é descrita verbalmente; quando se utilizam símbolos para realizar uma operação, mas opera-se como se a situação fosse outra e a interpretação é incorreta dos símbolos gráficos.

2.3.3. Inferências logicamente inválidas

Nesta categoria de erros, estão aqueles que se relacionam muito mais a um raciocínio falacioso sobre as informações do que necessariamente a conteúdos específicos. Para Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987):

> A: Concluir a partir de uma instrução condicional (se *p*, então *q*) a conservar tanto em sua forma positiva (se *q*, então *p*) ou em sua forma contrapositiva (se não *p*, então não *q*).
>
> B: Considerações a partir de uma instrução condicional (se *p*, então *q*) e da sua consequente *q* que o antecedente *p* é válido, ou concluir a partir de uma instrução condicional e a negação de seu antecedente (não *p*) que a negação de seu consequente (não *q*) é válida.
> C: Concluir que *p* implica *q*, quando *q* não segue necessariamente a partir de *p*.
> D: Utilizar quantificadores lógicos como "todos", "não existe", ou "pelo menos" no lugar errado.
> E: Fazer um salto injustificado em uma inferência lógica, ou seja, afirmando que *q* segue de *p,* sem fornecer a sequência necessária de argumentos

principais de *p* para *q*, ou fornecer argumentos errôneos. (p. 10-11, tradução nossa).

2.3.4. Teoremas ou definições distorcidos

Nesta categoria estão os erros relacionados à distorção de um princípio identificável, uma regra, um teorema ou definição. São elementos dessa categoria:

> A: Aplicar um teorema fora de suas condições (por exemplo, a aplicação da lei dos senos, $\frac{a}{sen\ \alpha}=\frac{b}{sen\ \beta}$, onde *a* e α não pertencem ao mesmo triângulo como *b* e β).
>
> B. Aplicar a propriedade distributiva para uma função ou operação não distributiva (por exemplo, $sen\ (\alpha+\beta)=sen\ \alpha+sen\ \beta$; $log\frac{a}{b}=\frac{log\ a}{log\ b}$, $(a+b)^n=a^n+b^n$)
>
> C: Uma citação imprecisa de uma definição reconhecível, teorema, ou fórmula (em uma parábola, o valor mínimo é de $x_{min}=-\frac{b}{a}$ em vez de $x_{min}=-\frac{b}{2a}$; $(a-b)^2=a^2+2ab-b^2$) (MOVSHOVITZ-HADAR, ZASLAVSKY e INBAR , 1987, p. 11-12, tradução nossa).

2.3.5. Falta de verificação da solução

Nesta categoria estão os erros que se caracterizam quando o aluno segue todos os passos corretamente para resolver o problema, mas o resultado final não está de acordo com a pergunta inicialmente proposta. No entanto, se ele verificasse sua resposta levando em conta o enunciado do problema, o erro poderia ser evitado.

2.3.6. Erros técnicos

Esta categoria incluem os erros de cálculo, erros na extração de dados de tabelas, erros na manipulação de símbolos algébricos e outros erros de algoritmos que são estudados na matemática.

3. O Saresp e os relatórios

O Sistema de Avaliação do Ensino do Estado de São Paulo (Saresp) é realizado desde 1999 pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE-SP). Atualmente, de acordo com a SEE-SP, o Saresp tem como finalidade:

> produzir informações consistentes, periódicas e comparáveis sobre a situação da escolaridade básica na rede pública de ensino paulista, visando orientar os gestores do ensino no monitoramento das políticas voltadas para a melhoria da qualidade educacional. (SÃO PAULO, 2013).

No ano seguinte ao da aplicação da prova, a SEE-SP publica relatórios com os resultados dos alunos que servem de consulta para gestores, coordenadores e professores da rede, a fim de tomarem conhecimento a respeito da aprendizagem dos alunos. Esses relatórios apresentam as questões abordadas na prova e o desempenho dos alunos nestas questões.

4. Procedimentos metodológicos

4.1. Objetivo e problema de pesquisa

Os resultados apresentados pelos relatórios pedagógicos do Saresp têm revelado que, o desempenho dos alunos, em questões que envolvem Álgebra, estão abaixo do que se espera para o ano/série avaliados. Tendo em vista esse fato, propusemos a seguinte questão de pesquisa:

Quais são as estratégias utilizadas, as dificuldades e os erros cometidos pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II ao resolverem questões de Álgebra que estão presentes nos relatórios pedagógicos do Saresp dos anos de 2008, 2009, 2010 e 2011?

Partindo desta questão tínhamos como objetivo principal analisar as estratégias utilizadas com foco nos erros cometidos pelos alunos ao resolverem um instrumento elaborado por nós, contendo 13 questões de Álgebra retiradas dos relatórios pedagógicos do Saresp dos anos de 2008 a 2011. Neste artigo apresentamos a análise e os resultados de três questões relacionadas a polinômios.

4.2. Construção do instrumento de coleta

Para a escolha das questões nos relatórios pedagógicos do Saresp baseamo-nos na classificação de atividade algébrica proposta por Kieran (2004). No quadro a seguir, estão as classificações e as questões relacionadas a elas. As questões de número 6, 11 e 12, relativas ao tipo de atividade Transformacional são apresentadas neste artigo.

Quadro 1 - Classificação das questões do instrumento de coleta de dados

Tipo de atividade	Nº da questão
Geracional	Questão 1
	Questão 8
	Questões 7 e 10
	Questão 3
Transformacional	Questão 2
	Questão 5
	Questões 6, 11 e 12
Meta-nível/global	Questão 4
	Questão 9
	Questão 13

Fonte: Gonçalves (2014, p. 63)

4.3. Análise *a priori* das questões

Fizemos uma análise *a priori* de todas as questões do instrumento de coleta de dados a fim de antecipar possíveis estratégias de resolução dos alunos. Desta forma poderíamos verificar possíveis dificuldades e erros. Apresentaremos a seguir as análises referentes às questões 6, 11 e 12.

***Questão 6** - Considerando os polinômios A = x – 2, B = 2x + 1 e C = x, qual é o valor mais simplificado para a expressão A . A – B + C?*

Resolução possível

Para resolver essa questão, o aluno primeiro precisava organizar os cálculos substituindo os valores de A, B e C na expressão A.A – B + C.

Após essa substituição, a expressão ficaria da seguinte forma: (x – 2).(x – 2) – (2x + 1) + x

Resolvendo cada uma das expressões separadamente, temos:

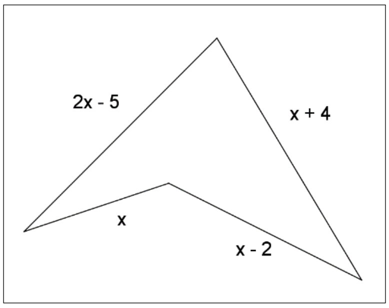
$(x - 2).\ (x - 2) = x^2 - 4x + 4$

$- (2x + 1) = - 2x - 1$

Reorganizando a expressão, teremos: $x^2 - 4x + 4 - 2x - 1 + x = x^2 - 5x + 3.$

Resposta: $x^2 - 5x + 3.$

***Questão 11.** Observe a figura*



Determine a expressão que representa o perímetro da figura.

Resolução possível

Somando todas as medidas dos lados da figura, temos :

$2x - 5 + x + 4 + x - 2 + x = 5x - 3.$

Resposta: $5x - 3.$

***Questão 12.** Ao calcular a multiplicação (x + 2) . (2x + 1), obtém-se:*

Resolução possível

$(x + 2)\ .\ (2x +1) = 2x^2 + x + 4x + 2 = 2x^2 + 5x + 2.$

Resposta: $2x^2 + 5x + 2.$

4.4. Análise dos dados

Questão 6 - Considerando os polinômios A = x – 2, B = 2x + 1 e C = x, qual é o valor mais simplificado para a expressão A . A – B + C?

Resoluções corretas	Resoluções erradas	Em branco
2	12	1

Nas análises referentes a essa questão notamos muita dificuldade e erros dos alunos na multiplicação de binômios, na eliminação dos parênteses, em regras de sinais na multiplicação envolvendo o produto de números inteiros e ao escreverem a expressão final. Classificamos esses erros como técnicos relacionados à manipulação dos símbolos algébricos.

Relacionamos a seguir os protocolos dos sujeitos da nossa investigação bem como as análises realizadas a partir das resoluções desses.

- Erros na multiplicação dos binômios.

O aluno 4, no protocolo a seguir confunde-se ao aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração e também nos sinais.

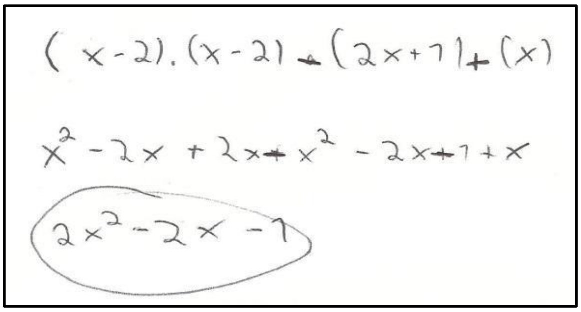


Figura 1
Fonte: dados da pesquisa

- Erros ocorridos na multiplicação dos binômios e na eliminação dos parênteses de *- (2x + 1)*

As resoluções dos alunos 8 e 10, respectivamente, apresentadas abaixo revelam dificuldades em multiplicar os binômios *(x - 2).(x - 2)* e também na eliminação dos parênteses de *- (2x + 1).*

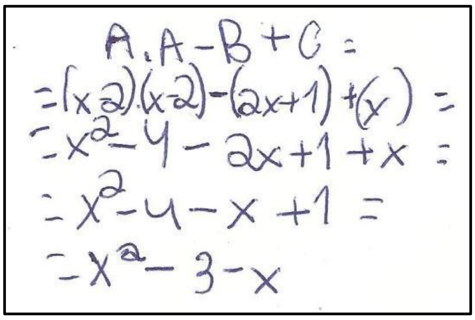


Figura 2
Fonte: dados da pesquisa

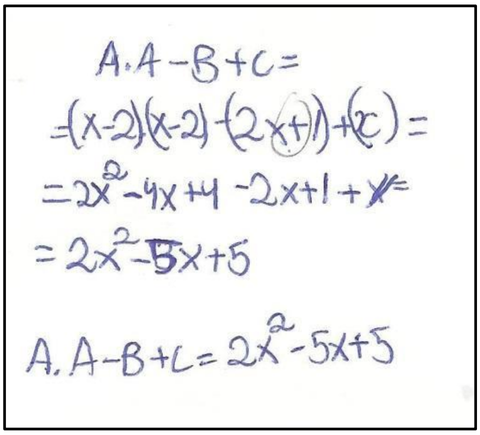


Figura 3
Fonte: dados da pesquisa

Na resolução a seguir, o aluno 9 também se confundiu na expressão *-(2x +1) + x*. Adicionou *2x + x* ao mesmo tempo que multiplicou *2x* por *x,* desconsiderou que primeiro deveria ter feito a eliminação dos parênteses em *-(2x +1)* e somente posteriormente adicionar *x*.

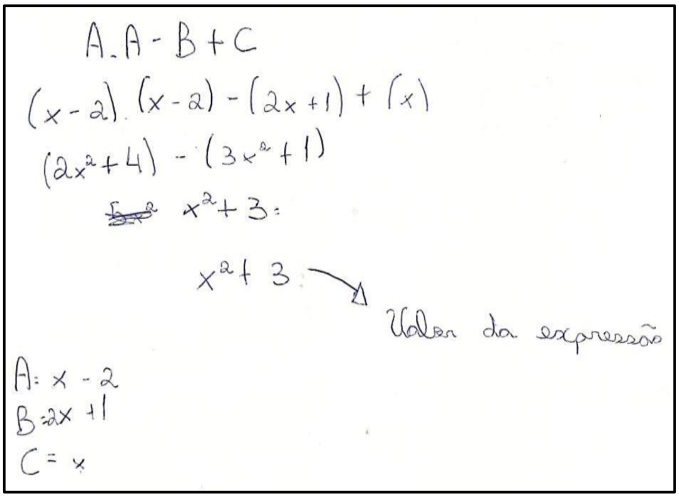


Figura 4
Fonte: dados da pesquisa

- Erros ocorridos com relação à regra de sinal na multiplicação dos binômios e na eliminação dos parênteses de *- (2x + 1)*. As resoluções são dos alunos 1 e 5

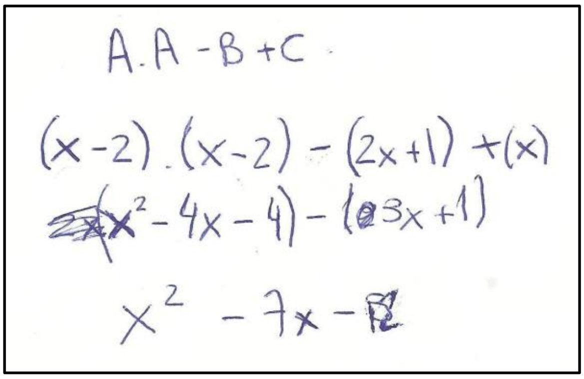


Figura 5
Fonte: dados da pesquisa

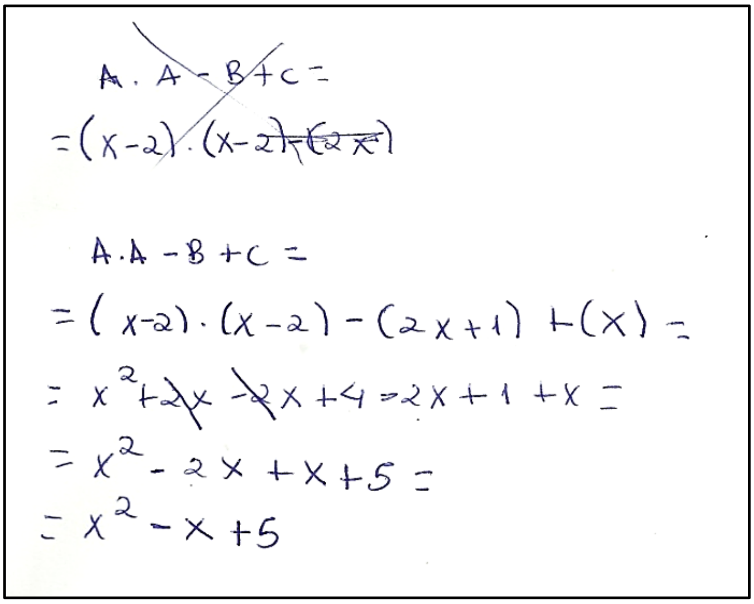


Figura 6
Fonte: dados da pesquisa

- Erros ocorridos na eliminação dos parênteses de *-(2x + 1).* Resolução do aluno 2.

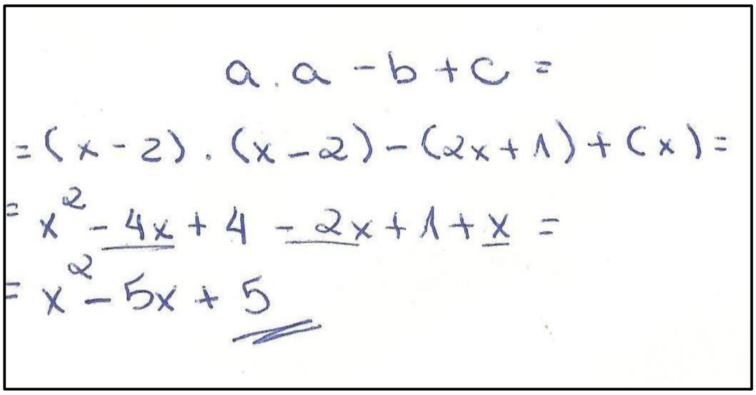


Figura 7
Fonte: dados da pesquisa

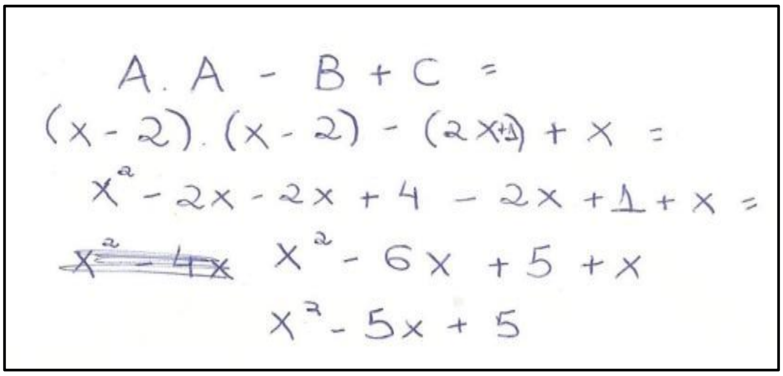


Figura 8
Fonte: dados da pesquisa

- Erros ao escrever a expressão

  Ao escrever a expressão, o aluno 3 considerou que *A.A = 2A*.

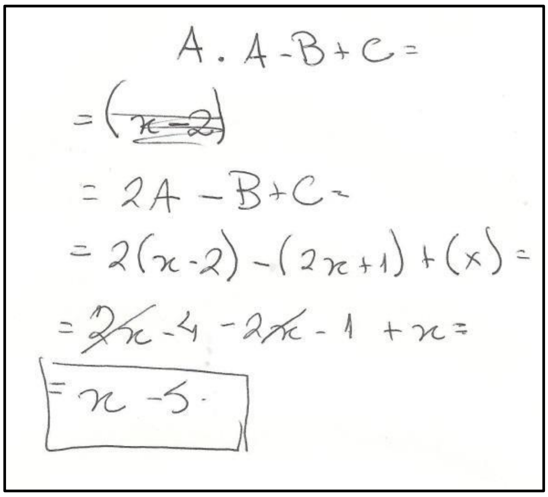


Figura 9
Fonte: dados da pesquisa

O aluno 14 não eliminou os parênteses corretamente, embora tenha escrito corretamente a expressão.

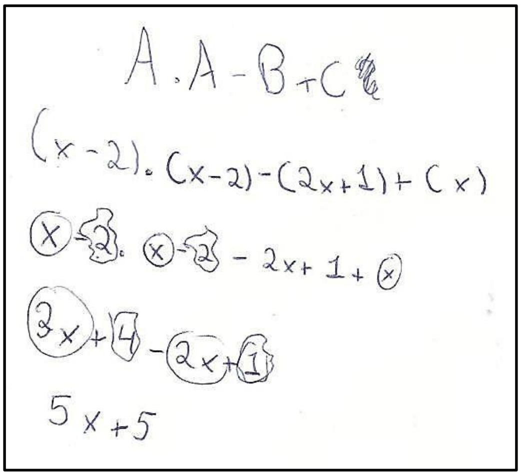


Figura 10
Fonte: dados da pesquisa

Já nas resoluções seguintes, os alunos 11 e 15 não utilizaram os parênteses para organizar a expressão.

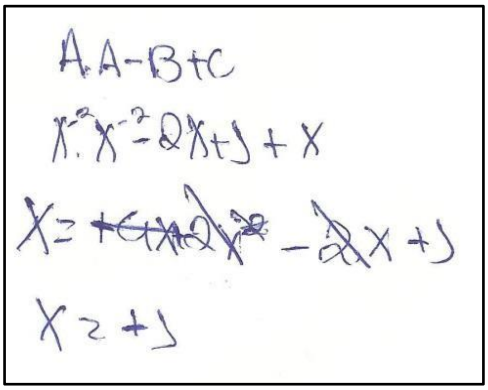


Figura 11
Fonte: dados da pesquisa

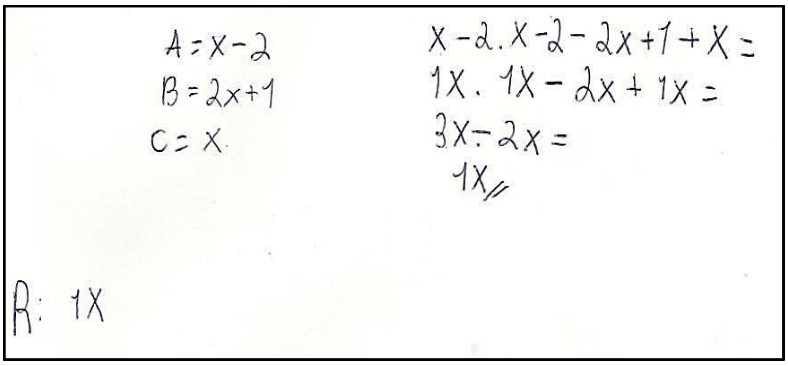
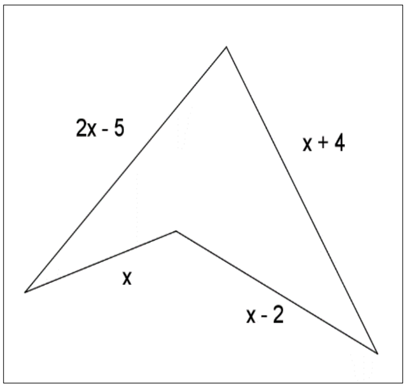


Figura 12
Fonte: dados da pesquisa

<u>Comentários a respeito do dessempenho dos alunos na Questão 6</u>

Os alunos apresentaram muitas dificuldades para resolver esta questão, sobretudo quando, ao multiplicarem os binômios, aplicaram a propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração e erraram tanto na manipulação dos símbolos algébricos como na regra de sinais. Esse resultado aponta para a necessidade de se ensinar os alunos como resolver questões que envolvam multiplicação de binômios e o funcionamento das regras de sinais. Esses tipos de erros podem ser classificados como erros técnicos ligados à manipulação de símbolos algébricos.

Questão 11 - Observe a figura



Determine a expressão que representa o perímetro da figura.

Resoluções corretas	Resoluções erradas	Em branco
11	3	1

Os alunos, em sua maioria, conseguiram resolver essa questão corretamente. Um dos alunos, cujo protocolo apresentamos a seguir, utilizou somente dois polinômios referentes à medida de dois lados da figura. Nesse caso, classificamos esse erro na categoria de dados mal utilizados.

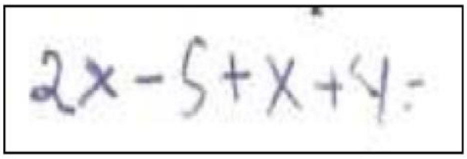


Figura 13
Fonte: dados da pesquisa

Dois alunos escreveram a medida dos lados da figura na expressão corretamente, mas erraram em operações com números inteiros. Estes erros foram classificados como técnicos.

O aluno efetuou: -5 -2 + 4 = 11.

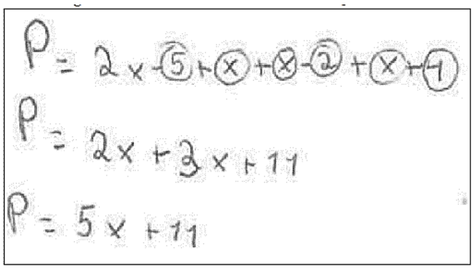


Figura 14
Fonte: dados da pesquisa

Já no protocolo a seguir o aluno calculou: -5 -2 = - 3.

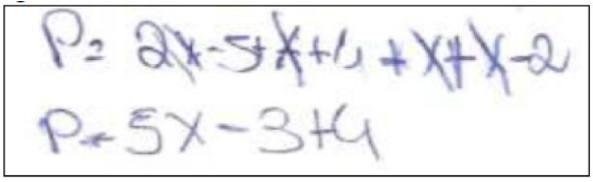


Figura 15
Fonte: dados da pesquisa

<u>Comentários a respeito do desempenho dos alunos na Questão 11</u>

Nesta questão, as dificuldades apresentadas por dois alunos que não acertaram estão relacionadas à operações com números inteiros. Mais uma vez podemos refletir o quanto os conceitos básicos não aprendidos pelos alunos interferem negativamente no seu desempenho.

Questão 12 - Ao calcular a multiplicação (x + 2) . (2x + 1), obtém-se:

Resoluções corretas	Resoluções erradas	Em branco
10	5	0

Os erros revelados nessa questão mostraram dificuldades dos alunos com a aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e podem ser classificados como erros técnicos. As resoluções que apresentamos na sequência ilustram tais erros.

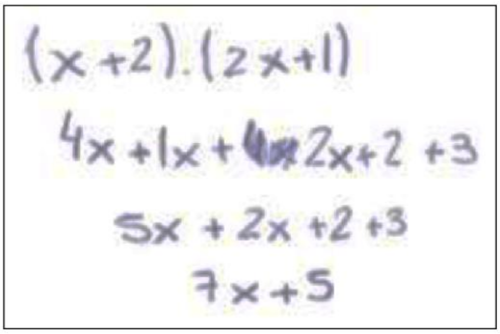


Figura 16
Fonte: dados da pesquisa

Um aluno aplicou corretamente a propriedade, mas equivocou-se ao efetuar o produto: $x.2x = 3x^2$.

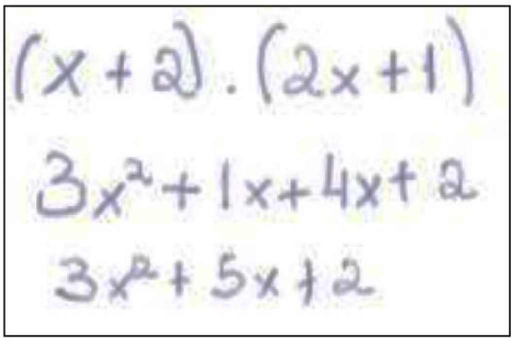


Figura 17
Fonte: dados da pesquisa

Já o protocolo a seguir revela que aluno conhecia os mecanismos da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, mas se equivocou quando multiplicou *x* com *2x* e somou os seus coeficientes.

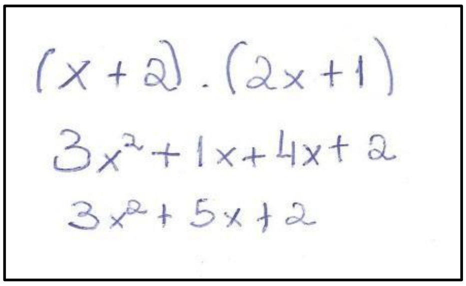


Figura 18
Fonte: dados da pesquisa

Nas resoluções seguintes os alunos revelam, por meio de suas resoluções, o desconhecimento a respeito dos procedimentos que devem ser seguidos para resolução da questão.

Figura 19
Fonte: dados da pesquisa

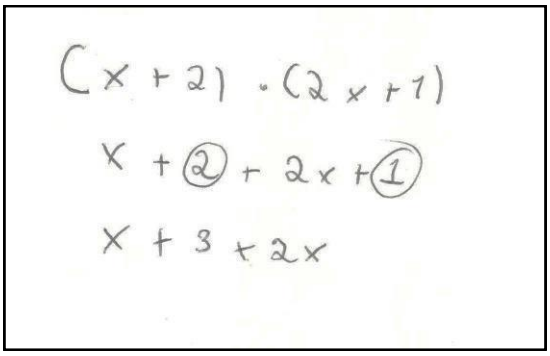


Figura 20
Fonte: dados da pesquisa

Por fim, apresentamos o protocolo em que o aluno efetuou *x + 2 = 2x e 2x + 1 = 3x.* Dessa forma, evidenciou desconhecer as regras para esse tipo de operação.

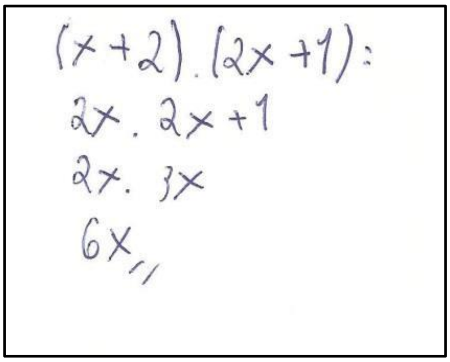


Figura 21
Fonte: dados da pesquisa

<u>Comentários a respeito do desempenho dos alunos na Questão 12</u>

Nessa questão, o número de resoluções corretas foi expressivo o que mostra que os alunos em sua maioria dominam o algoritmo necessário para resolver esse tipo de questão. Os erros se enquadram na categoria de erros técnicos por se estarem relacionados à manipulação da simbologia, como por exemplo, o uso dos parênteses e às operações com monômios ao somar os coeficientes dos termos.

Nas questões acima, o nosso objetivo foi apresentar a análise das estratégias dos alunos com foco nos erros cometidos em questões de Álgebra presentes na avaliação do Saresp, que pode se constituir em uma fonte importante de questões a serem trabalhadas em sala de aula. Analisar as estratégias utilizadas, buscando identificar erros e dificuldades pode ajudar o professor a compreender melhor como os alunos têm aprendido matemática.

5. Considerações finais

Os erros cometidos pelos alunos ao resolverem situações-problema de matemática revelam tanto a falta de conhecimento, como concepções equivocadas sobre determinados conteúdos matemáticos. Corrigir as produções dos alunos classificando-as como erradas, sem buscar uma causa dos erros é uma atitude que não contribui com a aprendizagem dos estudantes. Mas, se em vez disso, o professor realizar a análise das estratégias buscando compreender como pensam ao resolverem as tarefas propostas, poderá identificar dificuldades que, ao serem exploradas ajudará os alunos a aprenderem os conteúdos de matemática.

A visão do erro como um elemento inerente ao processo de ensino e aprendizagem supera uma concepção de erro como um fenômeno indesejável e pode ajudar o professor na construção de propostas de ensino que auxilie o aluno na superação das suas dificuldades.

Uma proposta de ensino que contemple a análise de erros com uma de suas etapas pode ser a diferença entre o sucesso do aprendizado do aluno ou o seu fracasso. Nesse sentido a prova do Saresp, por ser planejada de acordo com os conteúdos que os alunos já deveriam dominar, tendo em vista o ano escolar que se encontram, é uma fonte interessante que pode ser utilizada pelo professor para a seleção de questões para esse tipo de trabalho.

6. Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2010.

KIERAN, C. **The core of algebra: reflections on its main activities**. In: STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (Eds.). The future of the teaching and learning of algebra: the 12th ICMI study. Dordrecht: Kluwer, pp. 21-33, 2004.

CURY, H. N.; FERREIRA, VIOLANTE MARCIO; BISOGNIN, ELENI, BISOGNIN, VANILDE. **Análise de erros: um recurso para a aprendizagem de futuros Professores de matemática.** (2008). Disponível em http://www.unifra.br/professores/13935/Cury-Badajoz.pdf. Acesso em 01 de março de 2016.

MOVSHOVITZ-HADAR, N.; ZASLAVSKY, O.; INBAR, S. **An empirical classification model for errors in high school mathematics**. Journal for Research in Mathematics Education, v.18, n.1, pp. 3-14, 1987.

RICO, L. **Errores y dificuldades em el aprendizaje de las matemáticas.** In: KILPATRICK, J., GOMES, P. e RICO, L. Educación Matemática. Colômbia: Grupo Editorial Iberoamérica, pp.69-108, 1995.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Saresp 2013**. Disponível em http://saresp.fde.sp.gov.br/2013/. Acesso em 20 de outubro de 2013.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 2001.

GONÇALVES, ALESSANDRO. **Análise das estratégias e erros dos alunos do 9º ano em questões de álgebra baseadas no Saresp de 2008 a 2011. 2014**. 178 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.