Problemas comentados

J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz
Club Matemático

Ya comentamos en el artículo anterior, que en el año 2001 se nos encargó por la Sociedad Canaria «Isaac Newton» de Profesores de Matemáticas (SCPM) la «conferencia» de clausura de las Jornadas que anualmente celebra nuestra sociedad. Ya usamos en ese artículo algunos de los temas que utilizamos en dicha disertación. Ahora vamos a usar alguna otra cosa de ella: los NÚMEROS MÁGICOS. Es decir, números que ante determinadas operaciones (la multiplicación, normalmente) presentan un comportamiento sorprendente.

Hay muchos tipos de números mágicos. Aquí presentamos dos de esos tipos: los originados a partir de cantidades formadas siempre por una misma cifra o los originados a partir de fracciones periódicas.

Uno muy conocido del primer tipo es el número **12 345 679**, que al ser multiplicado por 9 origina el número 111 111 111.

Al ser multiplicado por los distintos múltiplos de 9 (18, 27,..., 81) origina números formados por una sola cifra.

El más sencillo es el **37**, que es el número mágico de este tipo más pequeño posible. Si multiplicamos 37 por los múltiplos de 3, obtendremos: 37x3 = 111, 37x6 = 222,...

El siguiente es el **1583**. Cuando se multiplica por los distintos múltiplos de 7 obtendremos 111 111, 222 222, etc.

El más famoso de los números mágicos del segundo tipo es el **142 857**.

Cuando multiplicamos este número por los seis primeros números obtenemos resultados que son, en cada caso una permutación circular de dicho número.

Una multiplicación curiosa es la siguiente:

```
        142857
      x 326451
        142857
       714285
      571428
     857142
    285714
   428571........
```

Lo de menos es el resultado de la misma. Lo curioso es la disposición de los resultados parciales.

También es extraña la multiplicación del número mágico por 7. La extrañeza sólo dura hasta que comprendemos lo sucedido. El número mágico no es más que el período de la fracción 1/7.

Se puede seguir investigando lo que sucede cuando multiplicamos por 8, 9, etc. Las sorpresas pueden seguir apareciendo.

Y ahora vamos con las propuestas hechas en el número anterior. Las soluciones a los aritmogramas propuestos en los ejemplos del artículo anterior

SEIS	SEND	SEIS	DIEZ	CINE	BLANCO
+ SEIS	+MORE	DE	+TRES	CENA	+ ROJO
DOCE	**MONEY**	ENERO	**TRECE**	BAILE	**ROSADO**
		REYES		**PASEAR**	

son, en el mismo orden en el que aparecen:

SEIS = 4 814; SEND = 9 567 MORE = 1 085;

SEIS = 4 104 DE = 81 ENERO = 17 129;

DIEZ = 9 672 TRES = 1 075; CINE = 7 486

CENA = 7 680 BAILE = 90 436;

BLANCO = 794 350 ROJO = 8 060

Para alguno hay más de una solución.

PROBLEMA Nº 27:

En un mercado, un ganadero anunciaba que su piara constaba de una cantidad par de cerdos, que no es el menor de los pares. ¿Cuánto cuesta cada cerdo?

Ofrecemos la solución para cuatro cerdos:

Podemos razonarlo así:

Si 4·O = A, A debe ser un número par. Probaremos con A = 2, 4, 6 y 8.

Al probar con 2, O valdría 3, con lo que el problema estaría a medio resolver así:

CERD 3
CERD 3
CERD 3
CERD 3
PI 2 R 2

Dado que el número de letras de PIARA es el mismo que el de CERDO, 4 veces C debe ser menor que 10; y por tanto C puede valer 1 ó 2. Pero como hemos asignado 2 a O, nos queda que C = 1.

El problema está ahora como se muestra a la izquierda:

```
1 ERD 3
1 ERD 3
1 ERD 3
1 ERD 3
-------
P I 2 R 2
```

Y P debe ser 4 o una cifra mayor que 4. Tengamos en cuenta que el 1, el 2 y el 3 ya están asignados, por lo que las otras letras son cifras superiores a 3.

R es 4 veces D + 1, que se lleva de la columna de la derecha, y en la columna central tenemos que 4 veces R es 12, 22 o 32. Caben dos opciones:

a) Al ser R – 1 un múltiplo de 4, R (=4D + 1) debe ser impar y por tanto 5, 7 ó 9.

a_1) Si fuese 5, D sería 6 (y se llevarían 2), con lo que 4R + 2 = 22, que es concordante con el resultado de la columna central.

a_2) Si R fuese 7, D valdría 4 (y se llevarían 2) ó 9 (y se llevarían 3), con lo cual 4R + 2 = 30 ó igual a 31, que no permitiría el resultado de la columna de Rs.

```
1 E 5 6 3
1 E 5 6 3
1 E 5 6 3
1 E 5 6 3
---------
P I 2 5 2
```

a_3) Si R fuese 9, D valdría 7 (y se llevarían 2), y que 4R + 2 = 38.

Concluimos que R vale 5 y D = 6, con lo que nuestro problema marcha como indica la figura de la derecha. Para P e I nos quedan las cifra 4, 7, 8 y 9. Probamos.

Sabiendo que 4E + 2 = I, si E es 4, I valdría 8 y P = 5. No nos sirve.

Si E vale 7, nos daría que 4E + 2 = 30, e I = 0 (llevando 3), pero P tendría que valer 7 también.

Si E vale 9, 4E + 2 sería 38, con lo que I = 8 y P vale 7. ¿Resuelto!

CERDO + CERDO + CERDO + CERDO = PIARA, y entonces resulta cada cerdo por 19 563 pesetas (de las del siglo pasado) y la piara por 78 252.

PROBLEMA Nº 28:

Un agricultor decía que, según sus cuentas, disponía de agua para regar cuando recibía, al menos, un cierto número impar de gotas. ¿Cuánto le costaba esta cantidad mínima de agua para el riego?

Es fácil deducir, con un razonamiento análogo al del ejercicio anterior pero más sencillo, que para cinco GOTAs cada una representa 1 075, y AGUA es el número 5 175. Basta fijarse en que 5A termina en 5, por lo que A = 5;

luego G es 1, y 5O es menor que 10 y por tanto, al sumar G = 1, O es 0.

Como 5T + 2 es U, U representa un 2 o un 7 pues la suma debe ser 12 o 17. 12 no puede ser pues significaría que T también representaría al 2. Concluimos que T = 2 y U = 7.

¿Hay soluciones para 3, 7, 9... gotas? Les toca hablar a ustedes.

GOTA
GOTA
GOTA
GOTA
GOTA
AGUA

PROBLEMA Nº 29:

Una pareja de matemáticos, marido y mujer, están tomando café. A falta de otras cosas más intrascendentes sobre qué tratar, mantienen el siguiente diálogo:

- **¿Te das cuenta de que mi edad sólo fue múltiplo de la tuya una vez?**
- **Es verdad, y es una pena que no nos conociéramos entonces, porque no volverá a suceder.**
- **Pero la edad de nuestro hijo es el máximo común divisor de las nuestras.**
- **Y el mínimo común múltiplo de nuestras edades es el año en el que estamos.**

¿En qué años nacieron él, ella y su hijo?

De entrada, el único dato es que la cantidad que representa el año de la conversación es también el mínimo común múltiplo de sus edades. Aunque el problema fue propuesto para el año 2001, podemos revisarlo en este año y ampliar un poco las posibilidades. Pero tampoco se pueden ampliar mucho; tiene que ser un año que pueda factorizarse en un producto de dos números no demasiado grandes y armónicos: uno con respecto al otro. No olvidemos que esos dos factores serían divisores respectivos de las edades de la pareja.

Buscando de manera adecuada encontramos que eso sólo es posible en los años 2002, 2000, 1998, 1995 y 1980. En los demás casos salen números muy elevados. Y, también hay que decirlo, me paré en 1980 y no seguí buscando en años anteriores. Aquí hay una posibilidad de seguir trabajando el problema. ¿Hay algún año anterior a éste en que se puedan cumplir las condiciones?

Veamos los cinco casos estudiados:

Para $2002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, podemos determinar $2002 = 26 \cdot 77$.