

Graduación de la dificultad en juegos secuenciales de saltar y comer: Un ejemplo con *El Solitario inglés*

J.A. Rupérez Padrón y M.García Déniz
-Club Matemático-

En la revista NÚMEROS, nº 31 (septiembre de 1997, págs. 3-14), publicamos un artículo con el título "[El solitario: un juego con mucho juego](#)", donde abordábamos este juego con una cierta generalidad. Hacíamos una descripción del juego e informábamos de su historia, las variantes posibles y una pequeña investigación en el aula sobre sus posibilidades didácticas, así como una mínima, pero suficiente, bibliografía sobre el mismo. Está disponible en el hipervínculo anterior y una reedición de dicho artículo es posible que figure en un futuro próximo en la sección "Almacén de recursos" de esta revista digital.

Más tarde, dentro de nuestra serie de artículos "Problemas comentados", decidimos dedicar uno a problemas sobre juegos y se incluyeron dos sobre el solitario. Fue en el Vol. 58, de mayo de 2004 (PC XII), y fueron resueltos en el siguiente artículo correspondiente al Vol. 60, de febrero de 2005 (PC XIII).

Ahora quisiéramos desarrollar alguna serie de actividades con el solitario, de manera secuenciada, para poder orientar el trabajo de los alumnos sobre este juego tan sencillo y atrayente.

Empecemos por recordar su estructura y reglas:

El tablero del Solitario Inglés consta de una cruz griega -de brazos iguales- formada por casillas, depresiones o agujeros alineados de tres en tres, tanto vertical como horizontalmente. Esto hace un total de 33 posiciones. Sobre cada posición del tablero se coloca una ficha del juego.



Reglas:

INICIO: Las fichas están colocadas en todas las casillas excepto una, que suele ser la central. En algunos planteamientos especiales puede haber menos fichas.

OBJETIVO: Mediante una serie de "saltos" se eliminarán todas las fichas excepto una, que casi siempre debe terminar en la casilla que estaba vacía al comienzo, o en una posición determinada de antemano.

MOVIMIENTOS: Un "salto" consiste en mover una ficha en línea recta sobre cualquier ficha adyacente para aterrizar sobre la siguiente casilla vacía, en sentido izquierda-derecha o arriba-abajo, nunca en diagonal. La ficha sobre la que se ha saltado se retira del tablero.

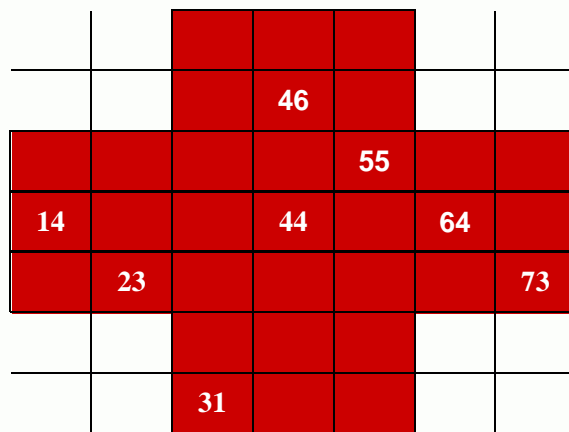
Una sola ficha puede continuar en una cadena de saltos conectados tanto como sea posible.

Se considera "movimiento" cada vez que se toma una ficha para realizar un salto. Una cadena de saltos se cuenta como un solo movimiento.

Conseguir el objetivo de todo el tablero supone eliminar 31 fichas del mismo. Cada ficha se elimina con un salto, por tanto, se necesita ese número de saltos para resolver el solitario. Pero eso no quiere decir que sean necesarios 31 movimientos. Al poder encadenar varios saltos en un mismo movimiento, es posible completar el juego en un número menor de jugadas. Hay muchas soluciones que sólo necesitan 18 movimientos. Pero es posible encontrar alguna que necesite aún menos.

Ahora es conveniente definir alguna manera de anotar las jugadas:

La mejor es una notación cartesiana, dando un par de números a cada casilla, según un eje horizontal y otro vertical, de izquierda derecha y de abajo hacia arriba, como en un diagrama cartesiano. Así cada casilla tiene siempre la misma numeración. Ante un número cualquiera se reconoce inmediatamente su posición: la casilla 31 está en la columna 3 y la fila 1; la casilla 55 está en la columna 5 y la fila 5; la casilla 44 es la casilla central del solitario. Por su facilidad de lectura ésta es la notación más utilizada.



Anotar un movimiento consistirá en anotar el salto, es decir, la casilla de partida y la casilla de llegada separadas por un guión. Si el movimiento es una cadena de saltos, se anotarán todas las casillas por las que se pasa, desde la inicial hasta la final entre guiones.

En este tipo de trabajo se desarrollan una serie de capacidades y de hábitos de trabajo que de otra manera sería muy difícil conseguir y se aprenden también toda una serie de técnicas de pensamiento lógico-matemático, estrategias para la resolución de problemas y tomas de decisión que consiguen en poco tiempo, sin casi ser conscientes de ello y de una manera divertida, poner a los alumnos en condiciones de acometer investigaciones y aprendizajes significativos de una manera sencilla y eficaz.

Vamos a ocuparnos, de momento, de dos tipos de problemas:

Tipo A

Inicio: El tablero ocupado parcialmente, con un número pequeño de agujeros ocupados formando, casi siempre, alguna configuración singular.

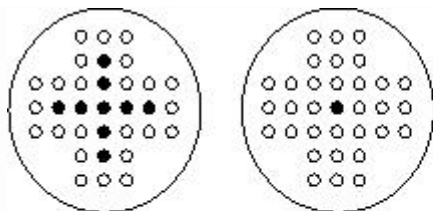
Objetivo: Al final del juego debe quedar una sola pieza en cualquier lugar del tablero o en un sitio determinado, no en el centro.

Cada problema se distingue del anterior en la cantidad de fichas que implica. A mayor cantidad, mayor dificultad. El nivel se va aumentando cada vez que se resuelve una configuración.

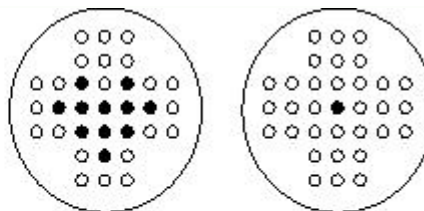
Dentro de este tipo de problema está también la resolución de los distintos paquetes de fichas que se necesitan para resolver el problema de tablero completo. Es muy interesante plantear cada uno por separado con su **catalizador**. Estos paquetes se presentan al final, dentro de los problemas de tipo B

Para cada problema se utilizará como estrategia de resolución el **ensayo y error** dirigido, con estructura de pensamiento matemático (movimientos posibles, valoración, toma de decisiones).

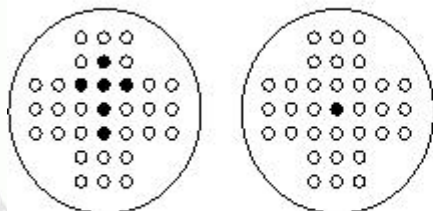
Las configuraciones a resolver se pueden presentar sólo con la posición inicial y la final, como en los siguientes ejemplos:



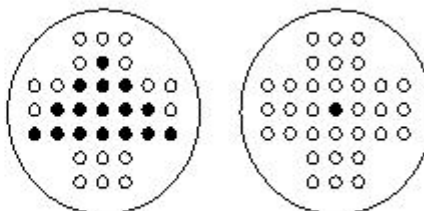
Cruz griega



El cangrejo



Cruz Latina



Triángulo

O mediante la descripción simple del problema, acompañado o no de una imagen.

Veamos como ejemplo la configuración denominada **La cruz latina** y su resolución.

Problema 1

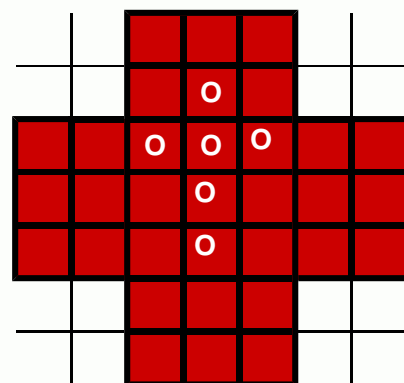
Figura: La cruz latina.

Descripción: Una cruz de brazos desiguales con 6 bolas situadas en las posiciones 43-44-35-45-55-46.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 5 movimientos.

De entrada, hay dos fichas que, según las reglas del juego, pueden mover: la 44 y la 45. La 44 sólo puede saltar hacia 42. La 45 puede saltar hacia 25, hacia 47 o hacia 65.

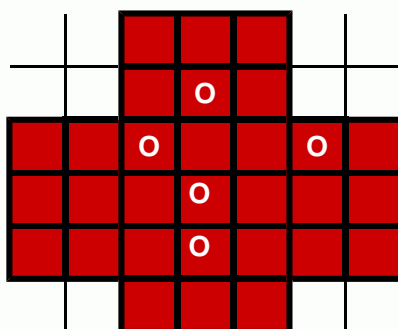


Un criterio válido para ponderar la bondad de los distintos movimientos puede ser: "alejar una ficha, sin posibilidad de acercarla en un movimiento posterior es malo".

Eso ocurre con los movimientos hacia 42 y hacia 47. En ambos casos la bola queda alejada del resto, sin posibilidad de retornar al grupo. Por tanto, ambos movimientos los podemos considerar malos. Los otros dos son totalmente simétricos. Cualquiera de ellos es bueno.

Tomemos una decisión: haremos el movimiento **45 → 65**.

El diagrama queda así:



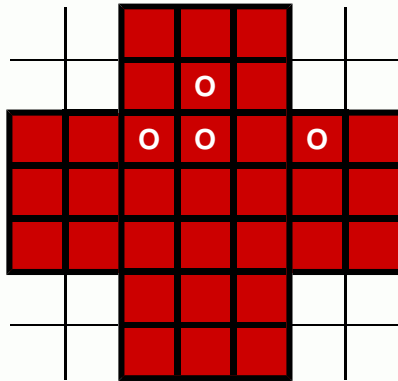


Y volvemos a repetir el mismo esquema de pensamiento.

Solamente hay dos fichas que pueden mover: la 43 hacia 45 y la 44 hacia 42. Este segundo movimiento ya fue analizado antes y era malo por alejar la ficha y dejar el juego acabado con cuatro fichas sobre el tablero.

Por tanto, el movimiento bueno será el mencionado en primer lugar. Tomamos la decisión de realizarlo y hacemos **43 → 45**.

El diagrama queda así:



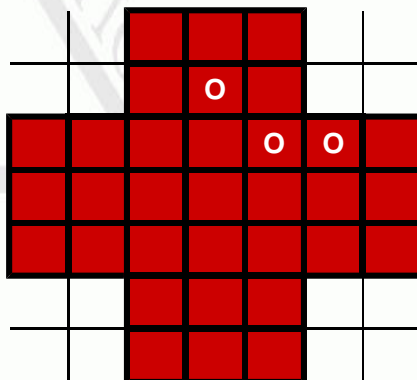
Y seguimos.

La ficha que está en 45 tiene dos movimientos posibles: hacia 47 o hacia 25. En ambos casos, los movimientos son malos: dejan la ficha alejada y el juego acaba con tres fichas sobre el tablero.

La ficha 46 puede mover hacia 44. Malo, el juego acaba con tres fichas sobre el tablero.

La ficha 35 puede mover hacia 55. Es el bueno. Lo hacemos: **35 → 55**.

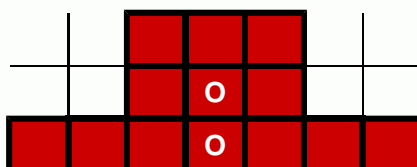
El diagrama queda así:

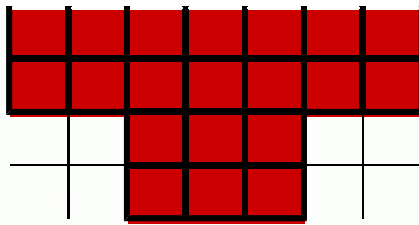


Ahora hay dos movimientos posibles: 55 hacia 75 y 65 hacia 45. El primero aleja y acaba el juego con dos fichas sobre el tablero. Malo.

El segundo es el bueno. Lo hacemos: **65 → 45**.

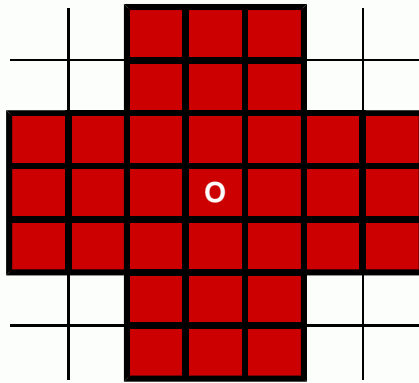
El diagrama queda así:





Para conseguir el objetivo, el único movimiento posible es **64 → 44**.

Y el juego acaba con la última ficha en la posición 44.



Procediendo de esta manera todos los ejercicios propuestos pueden ser resueltos. La dificultad aumenta al aumentar el número de fichas. Hay más posibilidades de movimiento, más dificultades a la hora de valorar cada uno y, por tanto, para tomar una decisión. El ensayo y error sistemático puede ser de una gran ayuda. Pero eso sí, ¡anotar cada jugada hecha! Será la única formas de no repetir una y otra vez una mala jugada.

Veamos un catálogo de problemas de este tipo:

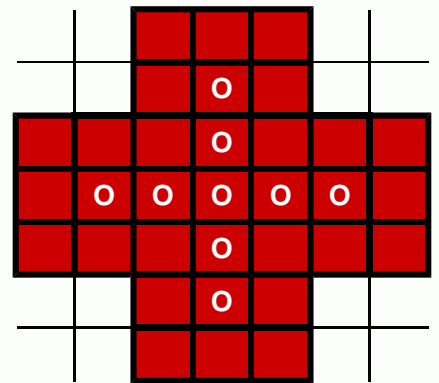
Problema 2

Figura: Cruz griega.

Descripción: 9 bolas situadas en las posiciones 24-34-42-43-44-45-46-54-64.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 6 movimientos.



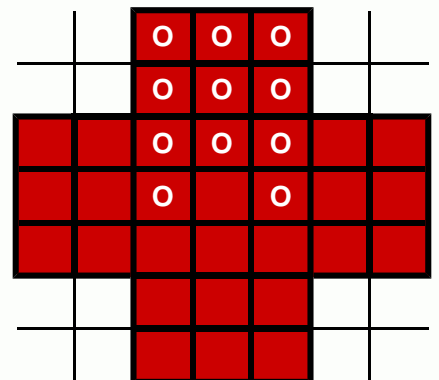
Problema 3

Figura: Hogar de chimenea.

Descripción: 11 bolas situadas en las posiciones 34-35-36-37-45-46-47-54-55-56-57.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 8 movimientos.



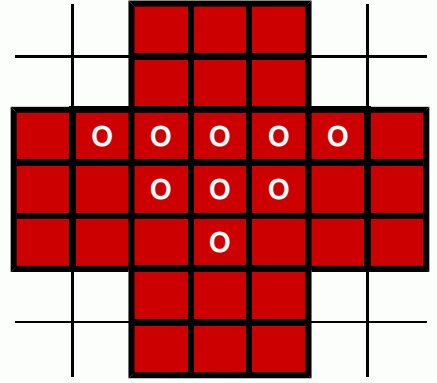
Problema 4

Figura: Triángulo pequeño.

Descripción: Un triángulo de 9 bolas situadas en las posiciones 25-34-35-43-44-45-54-55-65.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 7 movimientos.



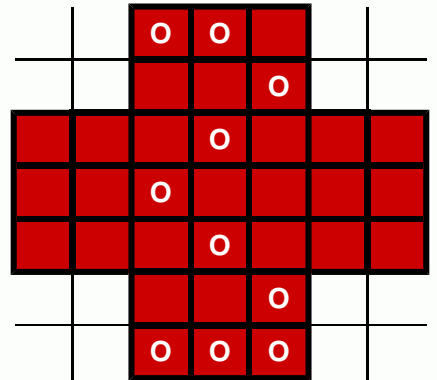
Problema 5

Figura: Serpiente.

Descripción: 8 bolas situadas en las posiciones 34-37-41-43-45-47-52-56.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla 31.

Indicaciones: Se puede hacer en 1 movimiento.



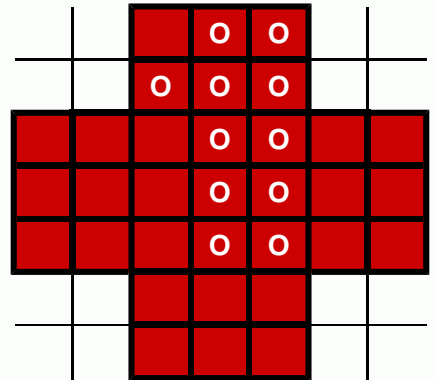
Problema 6

Figura: El uno.

Descripción: 11 bolas situadas en las posiciones 36-43-44-45-46-47-53-54-55-56-57.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla 31.

Indicaciones: Se puede hacer en 5 movimientos.



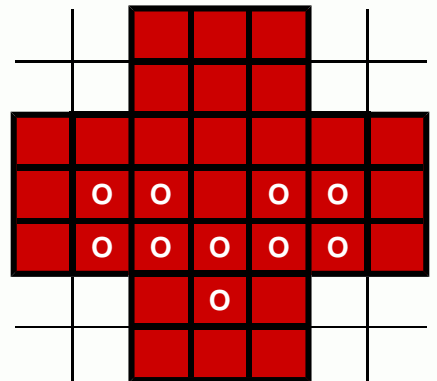
Problema 7

Figura: La ballesta.

Descripción: 10 bolas situadas en las posiciones 23-24-33-34-42-43-53-54-63-64.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 47.

Indicaciones: Se puede hacer en 5 movimientos.



Problema 8

Figura: El ancla.

Descripción: 13 bolas situadas en las posiciones 14-15-23-24-32-41-42-43-44-52-63-64-74-75.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 47.

Indicaciones: Se puede hacer en 8 movimientos.

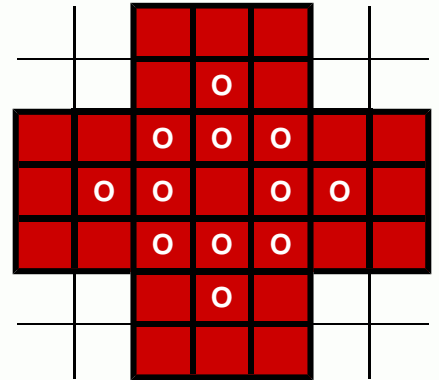
Problema 9

Figura: El diamante (cuadrado).

Descripción: Un cuadrado de 12 bolas situadas en las posiciones 24-33-34-35-42-43-45-46-53-54-55-64, con el agujero central vacío.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 5 movimientos.



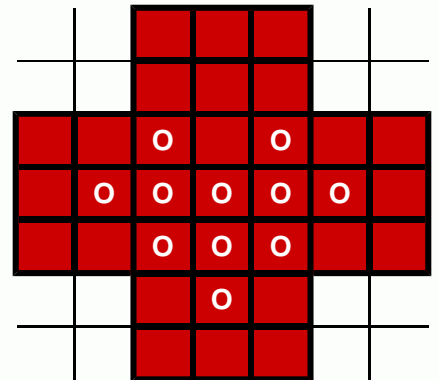
Problema 10

Figura: El cangrejo.

Descripción: 11 bolas situadas en las posiciones 24-33-34-35-42-43-44-53-54-55-64.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 5 movimientos.



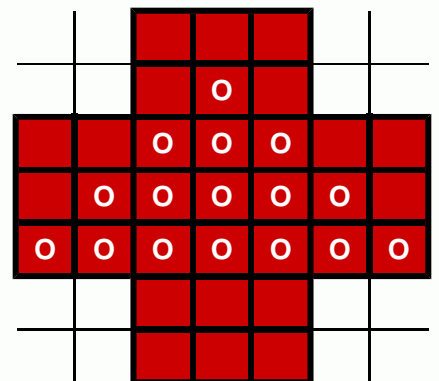
Problema 11

Figura: Pirámide (triángulo grande).

Descripción: Un triángulo de 16 bolas situadas en las posiciones 13-23-24-33-34-35-43-44-45-46-53-54-55-63-64-73.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 8 movimientos.



Problema 12

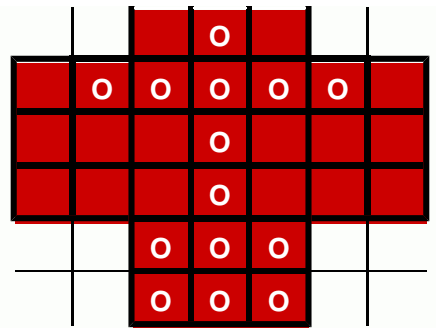


Figura: El calvario.

Descripción: 15 bolas situadas en las posiciones 25-31-32-35-41-42-43-44-45-46-47-51-52-55-65.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 45.

Indicaciones: Se puede hacer en 12 movimientos.



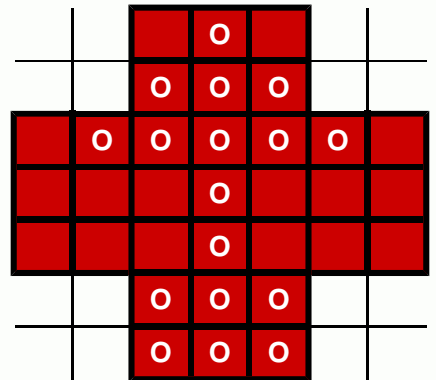
Problema 13

Figura: La lámpara.

Descripción: 17 bolas situadas en las posiciones 25-31-32-35-36-41-42-43-44-45-46-47-51-52-55-56-65.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 10 movimientos.



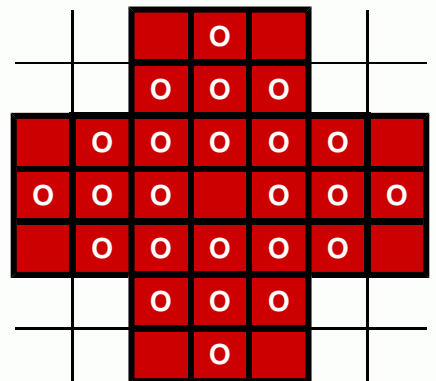
Problema 14

Figura: El cuadrado grande.

Descripción: Un cuadrado de 24 bolas situadas en las posiciones 14-23-24-25-32-33-34-35-36-41-42-43-45-46-47-52-53-54-55-56-63-64-65-74, con el agujero central vacío.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 8 movimientos.



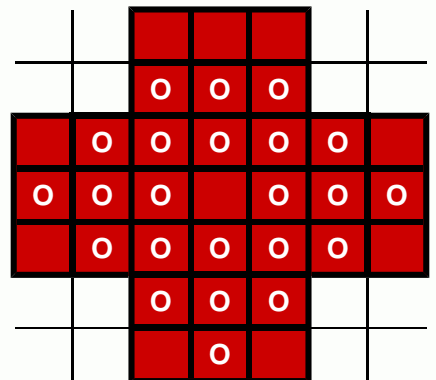
Problema 15

Figura: El pentágono.

Descripción: Un pentágono irregular de 24 bolas situadas en las posiciones 14-23-24-25-32-33-34-35-36-41-42-43-44-45-46-52-53-54-55-56-63-64-65-74.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 15 movimientos.



Problema 16

Figura: La letra B.

Descripción: 14 bolas situadas en las posiciones 31-32-33-34-35-36-37-41-44-47-52-53-55-56.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla 54.

Indicaciones: Se puede hacer en 13 movimientos.

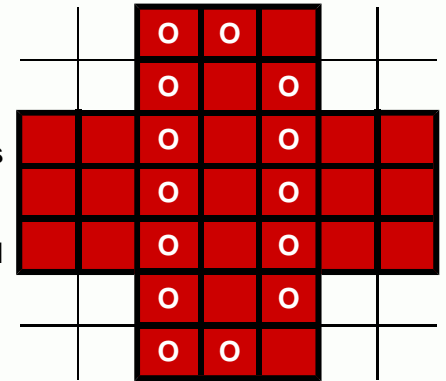
Problema 17

Figura: La letra D.

Descripción: 14 bolas situadas en las posiciones 31-32-33-34-35-36-37-41-47-52-53-54-55-56.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 13 movimientos.



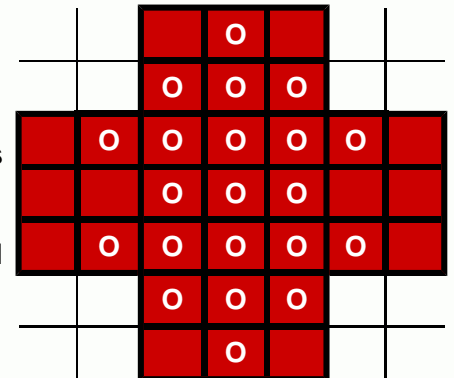
Problema 18

Figura: Doble flecha.

Descripción: 21 bolas situadas en las posiciones 24-33-34-35-42-43-45-46-53-54-55-64, con el agujero central vacío.

Objetivo: Eliminar todas las fichas mediante las reglas de juego del solitario y dejar una sola en la casilla central 44.

Indicaciones: Se puede hacer en 20 movimientos.



Ahora toca al lector intentar resolver todos y cada uno de los problemas. Pero vamos a ser buenos y dar las soluciones de todos. No detalladas, como en el caso del primero, pero sí correctas. Pero antes de verlas, intenten resolver los problemas. Úsenlas sólo en caso extremo.

Soluciones:

1. **La cruz latina:** 45→25, 43→45, 55→35, 25→45, 46→44.
2. **Cruz griega:** 45→47, 43→45, 24→44→46, 64→44, 47→45→43, 42→44.
3. **Hogar de chimenea:** 45→25, 37→35, 34→36, 57→37→35, 25→45, 46→44→64, 56→54, 64→44.
4. **Triángulo pequeño:** 55→53→33, 35→55, 65→45, 44→46, 33→35, 25→45, 46→44.
5. **Serpiente:** 37→57→55→35→33→53→51→31.
6. **El uno:** 57→37→35, 56→36→34, 55→35→33, 54→34→32, 53→33→31.
7. **La ballesta:** 42→44, 23→43→45, 24→44→46, 64→44, 63→43→45→45.

8. El ancla: 15→13→33, 32→34, 75→73→53, 52→54, 43→45, 24→44→46, 64→44, 41→43→45→47.

9. El diamante: 24→44, 54→34, 46→44→24, 43→23→25→45→65→63→43, 42→44.

10. El cangrejo: 43→53→55→45→25→23→43, 44→64, 42→44, 34→54, 64→44.

11. Pirámide: 54→74, 45→65, 44→42, 34→32→52→54, 13→33, 73→75→55→53, 63→43→23→25→45, 46→44.

12. El calvario: 31→33, 51→53, 43→63, 41→43, 33→53, 63→43, 44→42, 46→44, 65→45→43, 25→45, 42→44→46, 47→45.

13. La lámpara: 36→34, 56→54, 51→53→33→35→55, 65→45, 41→43, 31→33→53→55→35, 47→45, 44→46, 25→45, 46→44.

14. El cuadrado grande: 53→73, 33→53, 46→44, 65→45→43→63, 35→33→31→51→53→55→57→37→35→15→13→33, 73→53, 74→54→52→32→34, 24→44.

15. El pentágono: 55→57, 36→56, 57→55, 44→46, 25→45, 46→44, 65→45, 23→25, 43→23, 45→43, 53→33→35→15→13→33→31→51→53→55, 74→54, 55→53, 63→43, 42→44.

16. La letra B: ¿Por qué no lo buscan?

17. La letra D: ¿Por qué no lo buscan?

18. Doble flecha: ¿Por qué no lo buscan?

Y seguimos con la propuesta de problemas.

Tipo B

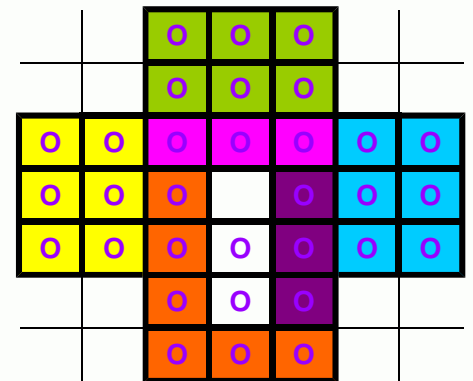
Inicio: Tablero totalmente lleno, excepto un agujero vacío en el centro.

Objetivo: Al final del juego debe quedar una sola pieza en el centro.

Estrategia de resolución: distribuir las piezas en paquetes con configuraciones sencillas que tengan solución independiente y la posibilidad de ligarlos unos a otros en forma sucesiva.

Se resuelve distribuyendo las fichas en paquetes que se resuelven en orden, de acuerdo con el siguiente esquema:

1. Paquete de tres de color morado.
2. Paquete de tres de color rosa.
3. Paquete de seis de color azul.
4. Paquete de seis de color verde.
5. Paquete de seis de color amarillo.
6. Paquete de seis, en L, de color naranja.
7. Paquete de dos final.



Cada paquete necesita un “**catalizador**” para ser resuelto, es decir, una ficha de otro paquete que, después de ser utilizada, vuelve a su sitio dejando limpio (sin fichas) el paquete trabajado.

Para el paquete 1, el catalizador es la ficha 64. Para el 2, la ficha 56. Para el 3, la ficha 56. Para el 4, la ficha 25. Para el 5, la ficha 34. Y, finalmente, para el 6 la ficha 43. Al final queda el paquete de dos que resuelve fácilmente el solitario.

La cadena de movimientos que resulta de todo este esquema lo dejamos para ejercitación del lector, pero prometemos que habrá un próximo artículo sobre el solitario donde aparecerá dicha solución, así como nuevos problemas sobre el solitario y, tal vez, alguna variante curiosa del mismo.

De todas maneras, volveremos a recomendar los mejores libros que tratan este juego:

John D. Beasley – "The Ins and Outs of Peg Solitaire" - Oxford Paperbacks.

Conway, Berlekamp, Guy - "Winning Ways" - Academic Press.

Gratz - "Enigmas, curiosidades y entretenimientos matemáticos" – Lara.

Miguel de Guzmán - "Cuentos con cuentas" – Labor.

Ferrero - "El juego y la matemática" - La Muralla.

Corbalán - "Juegos matemáticos para Secundaria y Bachillerato" – Síntesis.

Todos se pueden encontrar en el mercado.

También queremos recomendar algunos sitios y páginas web para jugar on-line:

1) <http://www.mazeworks.com/peggy/index.htm>



En esta página se puede jugar en un tablero tradicional. Tiene 8 niveles, de los cuales los siete primeros son configuraciones sencillas y el último el solitario completo. Se puede elegir de entrada cualquiera de los 8 niveles.

2) <http://www.zoopz.com/frogjumpin/>

Esta otra es muy atractiva. Las fichas son ranas y las posiciones del tablero hojas de nenúfar sobre un estanque: verdes todas menos una, que es roja, y es el objetivo; la última rana debe quedar sobre ella. Cuando se ha alcanzado el éxito, la última rana da un salto mortal hacia atrás para expresar su alegría. Tiene 20 niveles, que constituyen una graduación de dificultad, y exige el éxito en cada uno para poder pasar de nivel. No representa el tablero completo sino las posiciones necesarias para la configuración, salvo en los últimos donde se juega con tablero completo. Puede dar problemas con Mozilla Firefox, y deben estar habilitadas las ventanas emergentes.

No está mal, ¿verdad? Feliz verano.

Club Matemático.

El **Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón**, del **IES Canarias Cabrera Pinto** (La Laguna), y **Manuel García Déniz**, del **IES Tomás de Iriarte** (Santa Cruz de Tenerife).
mgarciadeniz@sineyton.org / jaruperezpadron@sineyton.org