

## CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL FUTURO PROFESOR DE MATEMÁTICAS AL INICIO DE SU FORMACIÓN

Formación del profesorado

Pedro Gómez

Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada

pgomez@valnet.

Campus de Cartuja Granada 18071

(958)24-39-49

### INTRODUCCIÓN

Aunque no es posible hablar del conocimiento didáctico del futuro profesor al inicio de su formación, sí es posible explorar los significados intuitivos que él asigna a algunas de las nociones de la didáctica de la matemática y la manera como él pone en juego esos significados en una situación de diseño curricular. En este artículo exploramos algunos aspectos de la intuición didáctica de un grupo de futuros profesores de matemáticas sobre la noción de función lineal. Para ello, analizamos las respuestas a un cuestionario acerca de algunas nociones de la didáctica de la matemática conocidas como organizadores del currículo que consideramos relevantes para el diseño de actividades de enseñanza. Adicionalmente, entrevistamos a algunos de estos futuros profesores. Encontramos que una proporción importante de estos alumnos han tenido experiencia docente y que esta experiencia determina parcialmente los significados que ellos dan a los organizadores del currículo. Los futuros profesores dan mucha importancia a la representación gráfica dentro de un conocimiento parcial del contenido matemático y hacen propuestas de actividades de carácter general y tradicional en las que se aprecia poca coherencia entre los componentes del diseño curricular.

El artículo presenta una breve revisión sobre la investigación acerca del conocimiento del profesor de matemáticas, para después describir las principales características del análisis didáctico, su papel en un esquema de enseñanza basado en los principios constructivistas sobre el aprendizaje y su relación con los organizadores del currículo. En seguida se presenta el esquema metodológico del estudio, el análisis de las respuestas al cuestionario y los principales resultados del mismo.

### INVESTIGACIÓN SOBRE CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

La investigación sobre el conocimiento del profesor y su relación con la enseñanza de las matemáticas ha pasado por tres fases (Ball, 1991; Cooney, 1994). En la primera fase, de la enseñanza eficiente, se buscó identificar, con base en las opiniones de los alumnos, las características de los buenos profesores. Se identificaron principalmente características relacionadas con su personalidad. Al tratar de validar estos resultados con el rendimiento de los estudiantes, se entró en una segunda fase en la que se buscó relacionar las características del profesor con el aprendizaje de sus alumnos. Aquí se encontró, entre otras cosas, que el conocimiento matemático del profesor (medido, por ejemplo, con el número de cursos que ha tomado o títulos que ha obtenido) no es un buen indicador del rendimiento de los alumnos. En este momento, se entró en la tercera fase, llamada del pensamiento del profesor. En esta fase, se parte del supuesto de que lo que el profesor hace en el salón de clase depende de lo que el profesor sabe y piensa. En esta fase, la reflexión sobre el conocimiento del profesor se liberó de las ideas iniciales que enfatizaban el conocimiento puramente matemático conjuntamente con el conocimiento de algunos aspectos generales de pedagogía.

En 1987, Shulman introduce las nociones de conocimiento de contenido pedagógico y base de conocimiento para la enseñanza, enfatizando la importancia de la especificidad del conocimiento del profesor al tema de enseñanza. Éste fue un aporte innovador para la época. El significado de estos términos es bastante general y las investigaciones que los utilizan no hacen esfuerzos relevantes para concretizar esos significados. Estas nociones se mencionan en buena parte de la literatura (e.g., Geddis, 1993; Brown y Borko, 1992; Geddis y Wood, 1997; Graeber, 1999). No obstante, no existen muchos trabajos que utilicen estas nociones de manera sistemática y metodológicamente rigurosa. La mayoría de los trabajos tienen una característica

común: están centrados en el profesor y asumen implícitamente una posición sobre la enseñanza y el aprendizaje. Esta posición implícita supone un esquema de transmisión por parte del profesor y de recepción por parte del alumno de ese contenido “transformado” gracias al conocimiento del contenido pedagógico. Supone también, por consiguiente, una posición sobre el aprendizaje como proceso de retención de información.

Cooney (1994) reconoce esta situación y resalta la importancia del paradigma constructivista en las reflexiones sobre el conocimiento del profesor, la necesidad de ver al profesor como un agente cognitivo y de conceptualizar los procesos mediante los cuales el profesor construye su conocimiento. Simon (1995) recoge estas ideas y se pregunta cómo sería la enseñanza de las matemáticas si se parte de unos supuestos constructivistas acerca del desarrollo del conocimiento (de los alumnos y del profesor). Propone entonces, en términos de Steffe y d’Ambrosio (1995) un modelo de “enseñanza constructivista” de las matemáticas centrado en la idea de la trayectoria hipotética de aprendizaje.

### ENSEÑANZA CONSTRUCTIVISTA Y ANÁLISIS DIDÁCTICO

Siguiendo la propuesta de Simon, suponemos entonces que los alumnos deben construir su conocimiento matemático en un ambiente de interacción social en el que ellos trabajan en unas tareas o actividades propuestas por el profesor. Por consiguiente, el diseño, puesta en práctica y evaluación de estas actividades es un aspecto central de la enseñanza de las matemáticas. Pensaremos aquí en el proceso ideal de diseño, puesta en práctica y evaluación de una hora de clase o de una actividad que tendrá lugar dentro de una sesión de clase. Por lo tanto, esa actividad hace parte de una estructura curricular más amplia que tiene ya determinados unos propósitos que se desea lograr. A partir de esos propósitos y teniendo en cuenta el estado cognitivo de los alumnos, el profesor debe determinar uno o más objetivos para la actividad. El estado cognitivo de los alumnos es la percepción que el profesor tiene y la descripción que él hace del conocimiento, las dificultades y los errores de los alumnos con respecto a los propósitos que se están buscando dentro de la estructura curricular de la cual hace parte la actividad. Simultáneamente con la definición de los objetivos, el profesor identifica un contenido matemático que también estará determinado, al menos parcialmente, por esta estructura curricular. El contenido, los objetivos y el estado cognitivo de los alumnos componen la información de partida para el diseño de la actividad. El diseño, puesta en práctica y evaluación de la actividad requiere de una serie de análisis que agrupamos en cuatro categorías y que, en conjunto, denominamos análisis didáctico, adaptando el término utilizado por González (1995).

*Análisis cognitivo.* Este es el análisis que permite identificar las dificultades y los errores que los alumnos pueden tener y cometer una vez se realicen actividades relacionadas con el contenido matemático.

*Análisis de contenido.* En este análisis el profesor busca producir una descripción estructurada y sistemática del contenido matemático desde la perspectiva didáctica. Para ello, él debe construir la estructura conceptual de este contenido, en la que sea posible identificar los conceptos y procedimientos involucrados, junto con los sistemas de representación que permiten referirse a esos conceptos y procedimientos. Adicionalmente, el profesor debe realizar un análisis fenomenológico que le permita identificar los fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser modelizados por sub estructuras matemáticas contenidas en la estructura anterior.

*Análisis de instrucción.* En este análisis el profesor debe tener en cuenta los materiales y recursos disponibles para la actividad y debe hacer una caracterización de los diversos tipos de actividades que es posible diseñar para el contenido matemático.

*Análisis de actuación.* Este es el análisis que el profesor hace de las actuaciones recientes de los alumnos y que le permite determinar su estado cognitivo.

La realización de estos análisis es un proceso dinámico, cíclico y sistémico. La información que se produce en uno de los análisis permite reformular otros análisis y los resultados de esta reformulación pueden afectar el análisis original. No obstante, todos los análisis deben tener en

cuenta la especificidad del contenido matemático. Por lo tanto, el profesor debe tener como guía la estructura conceptual de este contenido y el papel de los sistemas de representación dentro de esa estructura. Esta estructura conceptual se irá reformulando en la medida que se avance en los demás análisis.

Vemos entonces que el diseño y puesta en práctica de actividades de enseñanza dentro de la perspectiva constructivista del aprendizaje es un proceso complejo, dinámico y cíclico. La figura 1 muestra sus principales componentes. Decimos que el *conocimiento didáctico* es el

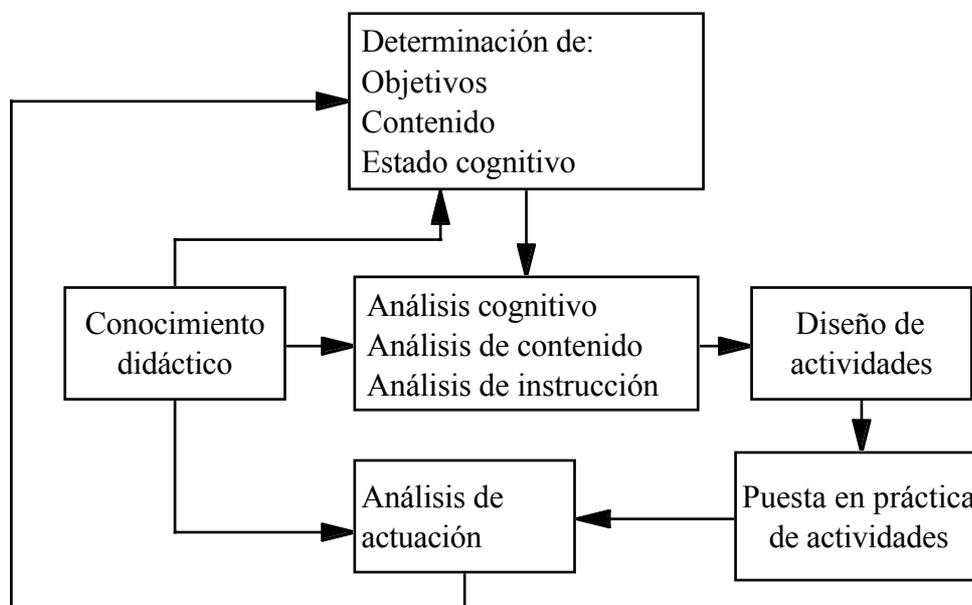


Figura 1. Diseño de actividades, análisis didáctico y conocimiento didáctico

conocimiento de la didáctica de la matemática que el profesor pone en juego cuando diseña, lleva a la práctica y evalúa actividades de enseñanza. Es decir, éste es el conocimiento que el profesor pone en juego cuando realiza el análisis didáctico. Es de *carácter general*, en lo que se refiere a las características de las herramientas conceptuales utilizadas; y de *carácter particular* en lo que se refiere a la utilización de esas herramientas para una estructura matemática específica. La tabla 1 muestra una manera de detallar la actividad de planificación del profesor siguiendo la propuesta Rico (1997) sobre las dimensiones del currículo.

### CONOCIMIENTO DIDÁCTICO Y ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO

Cuando el profesor aborda el problema de diseñar actividades de enseñanza, él pone en juego diversos tipos de conocimientos de la didáctica de la matemática. Al nivel de planificación, él tiene en cuenta los objetivos, los contenidos, la metodología y la evaluación como componentes de la noción de currículo. Al nivel de análisis, él debe realizar los análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación. Para ello, él pone en juego sus conocimientos sobre los organizadores del currículo. Éstos son “aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas” (Rico, L. (Coord.), Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M., Socas, M., 1997, p. 45) y que nosotros hemos re-elaborado en Gómez (2000e). Estos organizadores del currículo se refieren a diversas nociones que permiten analizar el contenido matemático y las actuaciones del profesor y los alumnos. Entre estas nociones se encuentran la estructura conceptual del contenido; los sistemas de representación; el análisis fenomenológico y la modelización; la resolución de problemas y análisis de tareas; y las dificultades y los errores de los alumnos.

Con motivo de su conocimiento matemático, de su experiencia docente (por ejemplo, en clases particulares) y de su experiencia como estudiante, entre otras cosas, los futuros profesos-

		<b>Dimensiones del currículo</b>			
		<b>Conceptual</b>	<b>Cognitiva</b>	<b>Formativa</b>	<b>Social</b>
<b>Niveles</b>	Planificación	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación
	Análisis	De contenido	Cognitivo	De instrucción	De actuación
	Conocimientos generales	Estructura conceptual - procedimental; sistemas de representación; fenomenología y modelización	Aprendizaje y comprensión en matemáticas; errores y dificultades	Materiales y recursos; resolución de problemas	Análisis de tareas; evaluación formativa
	Conocimientos específicos	Aplicación de las herramientas a la estructura matemática particular			

*Tabla 1. Dimensiones del currículo, análisis didáctico y conocimiento del profesor*

res de matemáticas son capaces de comprender y responder preguntas de carácter general acerca de algunas nociones de la didáctica de la matemática. Dado que el significado que ellos asignan a estas nociones no es necesariamente el significado técnico que estas nociones tienen dentro de la disciplina, no podemos hablar de *conocimiento* didáctico. No obstante, estos significados intuitivos conforman parte de la estructura cognitiva que ellos ponen en juego cuando se enfrentan a situaciones docentes, como la de dictar clases particulares. Para diferenciarla del conocimiento didáctico, denominamos a esta estructura cognitiva, la *intuición didáctica* del futuro profesor de matemáticas.

Algunos autores han explorado el papel de la experiencia previa en la intuición didáctica de los futuros profesores. En particular, Ball (1990) al mostrar que “las ideas y supuestos acerca de la enseñanza y el aprendizaje y acerca de los alumnos [del futuro profesor] son consistentes con la manera como las matemáticas se enseñan en el país” (p. 10) resalta el papel de la experiencia del futuro profesor como estudiante de matemáticas. En el mismo sentido, Llinares (1994) encuentra que “las creencias de los futuros profesores, como consecuencia de un proceso de enculturación en la cultura escolar de su escuela, son aspectos claves que determinan la utilización del conocimiento de contenido pedagógico por parte de los futuros profesores” (p. 171).

#### **ESQUEMA METODOLÓGICO**

En este estudio exploramos algunos aspectos de la intuición didáctica de los futuros profesores de matemáticas al inicio de su formación. Para ello, partimos de las nociones de conocimiento didáctico, intuición didáctica y organizadores del currículo presentados en los apartados anteriores. A continuación describimos el esquema metodológico utilizado.

##### *Población*

La población objeto del estudio fueron los alumnos de la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato de quinto año de licenciatura de matemáticas del curso 2000-2001 de la Universidad de Granada. La muestra estuvo compuesta por aquellos alumnos que asistieron a la primera sesión de clase de esta asignatura (aproximadamente el 75% de la población).

##### *Diseño del cuestionario y recolección de información*

El marco conceptual sugiere los aspectos de la intuición didáctica del futuro profesor que debemos explorar. Estos aspectos se pueden separar en dos grupos: aquellos relacionados con los organizadores del currículo y aquellos relacionados con la planificación de clase. En el primer grupo tuvimos en cuenta la estructura conceptual y procedimental, los sistemas de representación, la fenomenología y la modelización, y los errores y dificultades de los alumnos. En el segundo grupo se consideraron los conocimientos previos de los alumnos, los contenidos,

los objetivos, la metodología, y la evaluación

Se diseñó una pregunta para cada uno de estos aspectos. El contenido matemático tratado fue la noción de función lineal. Adicionalmente se introdujo una pregunta sobre la experiencia docente (en clase particulares y otros) de los alumnos y otra sobre contacto de los alumnos con eventos o lecturas de educación matemática. Las preguntas fueron de tipo abierto. Únicamente en la pregunta acerca de los objetivos se restringió a dos el número de posibles respuestas de los alumnos. La primera versión del cuestionario fue revisada por los profesores de la asignatura. La versión final se encuentra en Gómez (2000a).

La respuesta al cuestionario fue la última actividad de la primera sesión de clase de la asignatura. Todos los alumnos presentes respondieron el cuestionario. El tiempo asignado (40 minutos) fue suficiente. Durante los dos días siguientes a esta sesión de clase se realizaron seis entrevistas con alumnos que respondieron el cuestionario. Se buscó que estos alumnos representaran la variedad de posiciones encontradas en las respuestas al cuestionario. En las entrevistas se buscó profundizar en las respuestas de los alumnos a cada una de las preguntas del cuestionario. La transcripción de estas entrevistas se encuentra en Gómez (2000d).

### *Codificación de la información*

La codificación de la información contenida en las respuestas al cuestionario se realizó considerando inicialmente cada una de las preguntas por separado. Con base en el marco conceptual, pero teniendo en cuenta las respuestas de los alumnos, se construyó, para cada pregunta, una serie de categorías dicotómicas que caracterizan las respuestas. Estas categorías surgen también del análisis didáctico de la función lineal en el que se identifica la estructura conceptual de este tema matemático desde la perspectiva de las matemáticas escolares.

Por ejemplo, en el caso de la pregunta acerca de los sistemas de representación se construyeron categorías que se refieren al uso de la definición de la noción de función lineal, la descripción gráfica de los parámetros de la expresión simbólica, la identificación de la función lineal como el dibujo de una línea recta, ejemplos de la función lineal, la representación gráfica, la representación numérica, la representación simbólica, la representación en diagramas de Venn, y situaciones de la vida real. Adicionalmente, se introdujo una categoría que indentificaba aquellas respuestas en las que se presentaba algún tipo de conexión entre los sistemas de representación. Las categorías utilizadas para cada una de las preguntas, junto con el significado de cada uno de los códigos utilizados para ellas se encuentra en Gómez (2000b). Teniendo en cuenta las categorías, se codificó la información contenida en las respuestas a cada pregunta. Para cada alumno y cada pregunta, la codificación produjo la identificación de aquellas categorías que se aplican a su respuesta.

### *Análisis de la información*

El primer tipo de análisis consistió en contar, para cada pregunta, el número de respuestas en cada categoría y calcular el porcentaje correspondiente. Con este análisis se produjo una tabla resultados detallada (Gómez, 2000c). En la segunda etapa del análisis se buscó caracterizar, de acuerdo al marco conceptual, las respuestas de los alumnos, tanto desde la perspectiva de cada pregunta por separado, como desde el punto de vista de la relación de las respuestas a varias preguntas simultáneamente. En esta segunda etapa se hizo un análisis más detallado de la información contenida en la tabla de resultados. Este análisis buscó identificar aquellos resultados que consideramos significativos (desde la perspectiva del marco conceptual). Adicionalmente, a lo largo de este segundo análisis, se realizaron varias “re-codificaciones” en las que se agruparon varias categorías en nuevas “meta-categorías” que permitían caracterizar las respuestas. Igualmente, en algunas preguntas se hicieron análisis de cruce de categorías en los que se buscó contar el número de alumnos cuyas respuestas caían, al mismo tiempo, en varias categorías diferentes.

## **ANÁLISIS**

A continuación presentamos un breve análisis de las respuestas dadas por los alumnos a cada una de las preguntas del cuestionario.

### *Experiencia previa*

Tres cuartas partes de los alumnos han tenido experiencia docente. En las entrevistas se constató que quienes han tenido experiencia docente han reflexionado sobre la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Gómez, 2000d; 3B-053, 3B-246, 5A-023). Aunque ésta es naturalmente una reflexión intuitiva, se percibió la preocupación de los entrevistados por lograr que sus estudiantes “entiendan”. Esta situación puede explicar la variedad y cantidad de respuestas a la pregunta sobre los errores que cometen los alumnos. Esta situación se comprueba cuando vemos que los 14 alumnos que no tienen experiencia previa proponen, en promedio, 0.64 respuestas a la pregunta sobre errores, mientras que los 30 alumnos que sí tienen experiencia presentan un promedio de 3.2 respuestas. Por otro lado, una quinta parte de los alumnos ha asistido a conferencias, congresos y cursos o ha hecho algún tipo de lecturas.

### *Estructura conceptual*

Con esta pregunta queríamos explorar el conocimiento de los alumnos sobre la noción de función lineal. El 63% de las respuestas incluyeron la representación gráfica en el plano. Las tres respuestas que siguen en porcentaje no tienen que ver directamente con la noción de función lineal. Se refieren a aspectos generales de la noción de función: los conceptos de función, de variable dependiente y de variable independiente. De hecho, el 61% de todas las respuestas no parecen tener ninguna relación directa con la función lineal, sino que parecen surgir de consideraciones generales sobre la noción de función (incluimos aquí respuestas relacionados con la noción de función, variable dependiente e independiente, dominio y codominio, incógnita, caso particular de la noción de función, propiedades de la función de manera general). Solamente el 10% de todas las respuestas se refieren explícitamente a características propias de la función lineal (pendiente, término independiente, significado gráfico de los parámetros, gráfica por punto pendiente). Al parecer las respuestas de los alumnos surgieron principalmente de su conocimiento de la noción general de función y muy pocos de ellos entraron en el análisis detallado de las características específicas de la función lineal. En las entrevistas se corroboró esta situación cuando se le pidió a los entrevistados que desarrollaran en detalle el análisis conceptual de la noción de función lineal. Ninguno de ellos ofreció respuestas que consideraran aspectos específicos de la noción (Gómez, 2000d; 3A-073, 3A-299, 4A-065, 4A-285).

En este aspecto se observa de nuevo la diferencia entre aquellos que tienen experiencia docente y aquellos que no la tienen. Por un lado, el promedio de número de respuestas entre aquellos que tienen experiencia es de 2.4, mientras que entre aquellos que no la tienen es de 1.86. Por el otro lado, de los 12 alumnos que hicieron referencia a algún aspecto específico de la noción de función lineal (pendiente, término independiente, significado gráfico de los parámetros, gráfica por punto pendiente), diez de ellos tienen experiencia docente.

### *Representaciones*

Mientras que la representación gráfica se menciona explícitamente en 61% de las respuestas, la representación simbólica aparece únicamente en 46% de los casos. Pareciera que el conocimiento que los alumnos tienen de la función lineal está dominado por la idea de una línea recta (en general en el plano cartesiano) sobre todo si se tiene en cuenta que el cuestionario menciona explícitamente la representación simbólica. Menos de una tercera parte de las respuestas sugieren alguna relación entre los sistemas de representación. Estas relaciones se refieren principalmente a la relación entre el valor de la pendiente y la inclinación de la gráfica, en unos pocos casos al corte de la recta con el eje y y el término independiente, y, en la mayoría de los casos en los que interviene el sistema de representación numérico, a la manera como se puede obtener la gráfica, partiendo de la representación simbólica y produciendo una tabla de valores. El 88% de las respuestas en las que se aprecia algún tipo de conexión provienen de alumnos que tenían experiencia docente.

### *Fenomenología*

Se aprecia que la mayoría de las respuestas se refieren a fenómenos de movimiento lineal uniforme o de precios y ventas (33% para ambos valores de la categoría). Las características geométricas de la función lineal (es decir la recta como objeto geométrico, más que como

objeto de la geometría analítica) se hace presente en 19% de los casos con situaciones que se refieren a situaciones u objetos que tienen bordes rectos.

### *Errores*

Al re-codificar la codificación original, podemos clasificar a esta pregunta en errores de reconocimiento gráfico (30%), reconocimiento simbólico (4%), características gráficas (22%), específicos a lineal (7%), procedimientos gráficos (37%), procedimientos simbólicos (7%), procedimientos numéricos (9%) y manejo de plano cartesiano (22%). Estas categorías no son excluyentes entre sí. Es decir, es posible que una misma respuesta esté incluida en más de una categoría. El propósito de esta organización es caracterizar la globalidad de las respuestas. Esta es la única pregunta del cuestionario a la que los alumnos propusieron respuestas con una cierta especificidad, variedad y detalle. Los errores clasificados en las categorías de reconocimiento gráfico (30%), características gráficas (22%), procedimientos gráficos (37%) y manejo de plano cartesiano (22%) aparecen todos en más del 21% de los casos, mientras que el otro tipo de errores aparecen en máximo el 9% de los casos (procedimientos numéricos). Esta preocupación de los alumnos por el aspecto gráfico fue corroborada por los entrevistados quienes insistieron sobre todo en el problema de la identificación de los ejes cartesianos a la hora de producir la gráfica de la función a partir del cálculo del valor de la función en unos valores de  $x$  dados (Gómez, 2000d; 3A-427, 3B-382, 4B-000). De hecho todos los 18 alumnos que mencionaron errores gráficos de este tipo (confundir  $x$  y  $f(x)$ , confundir  $x$  e  $y$  y representar gráficamente) han tenido experiencia docente.

### *Conocimientos previos*

Ya mencionamos la importancia que los alumnos dan a la noción general de función. Esta preocupación se manifiesta en la pregunta sobre conocimientos previos que los alumnos deben suponer que los estudiantes deben tener antes de comenzar la clase. La mitad de los alumnos mencionó esta noción como parte de esos conocimientos previos.

### *Objetivos*

Más de una cuarta parte de los alumnos dieron respuestas generales a esta pregunta, de tal manera que no era posible codificarlas con valores específicos. Casi la mitad de los alumnos (46%) propusieron objetivos de tipo de “reconocimiento” (como reconocer la expresión simbólica de la función). Entre estos, sobresalen los objetivos de reconocimiento gráfico que fueron mencionados por 39% de los alumnos. De nuevo, el sistema de representación gráfico tiene una gran importancia en esta pregunta. El 57% de los alumnos mencionan objetivos que tienen que ver de alguna manera con este sistema de representación, mientras para el sistema de representación simbólico esto sucede en el 31% de los casos y para el sistema de representación numérico en el 13% de los casos. 35% de los alumnos mencionaron objetivos que no tienen que ver específicamente con la noción de función lineal (por ejemplo, al proponer objetivos relacionados con la noción general de función).

Para explorar la coherencia de las respuestas desde el punto de vista de la relación entre los errores mencionados y los objetivos propuestos, identificamos, para algunos aspectos generales y otros específicos, el número de alumnos que mencionan ese aspecto en la pregunta de objetivos, en la pregunta de errores y en las dos a la vez. Estos datos se presentan en la tabla 2. Apreciamos que los porcentajes de estudiantes que mencionan un mismo tema en las respuesta sobre los errores y sobre los objetivos son bajos. Hay que tener en cuenta que aunque el 79% de los estudiantes que mencionaron el sistema de representación simbólico en los errores también lo mencionaron en los objetivos, solamente el 26% de aquellos que lo mencionaron en los objetivos también lo mencionaron en los errores. Estos resultados nos permiten concluir que hay muy poca coherencia entre los errores mencionados y los objetivos propuestos.

### *Metodología*

Las respuestas a la pregunta sobre metodología adolecen de la misma generalidad que se percibió en las respuestas a la pregunta sobre objetivos. Solamente 20% de los alumnos mencionan aspectos específicos de la función lineal en sus propuestas de planificación de clase (menciona los parámetros, el significado gráfico de estos o procesos de traslación en la gráfica). Todos

Tema	Generales				Específicos			
	Gráfico	Simbólico	Númérico	Fenómeno	Función	Pendiente	Sustitución valores	Rep gráfica
Errores	35	14	5	0	2	2	5	12
Objetivos	31	36	7	9	2	2	6	20
Ambos	22	11	2	0	0	0	2	6
Porcentaje	71%	79%	40%	0%	0%	0%	40%	50%

*Tabla 2. Coherencia entre errores y objetivos*

estos alumnos, excepto uno, han tenido experiencia docente previa. Esta generalidad de las respuestas se confirmó en las entrevistas. Cuando se les pidió que detallaran sus respuestas en la pregunta de planificación de clase, todos los entrevistados, excepto uno, tuvieron muchas dificultades para dar más detalles. Arguyeron que ellos preparan sus clases revisando las notas y el libro de texto del estudiante (Gómez, 2000d; 3B-091, 3B-331). De nuevo, esta generalidad en objetivos y metodología contrasta con la especificidad de las respuestas a la pregunta de errores.

La mayoría de las respuestas a esta pregunta se caracteriza por el hecho de que el profesor es quien lleva la carga de las actividades. En solamente el 30% de los casos, se permite cierta autonomía a los estudiantes, cuando los alumnos indican que le pedirían a los estudiantes que propongan ejemplos de funciones lineales. En el 90% de las respuestas se incluyen actividades en las que el profesor explica el concepto o pone ejemplos. El 78% de las respuestas contiene la actividad de “explicación del concepto”. Se percibe que una gran proporción de los alumnos, además de hacer propuestas generales, siguen un esquema generalizado de explicación del concepto, presentación de ejemplos (antes o después de la explicación) y ejercitación de los estudiantes.

Encontramos en todo caso una cierta coherencia global con respecto a la preocupación de los alumnos por la relación entre los sistemas de representación simbólico y gráfico que aparece en 52% de las respuestas. Sin embargo, esta coherencia no es tan evidente, dado que solamente 23 de los 30 alumnos que mencionan la relación entre los sistemas de representación simbólico y gráfico, pertenecen al grupo de los 34 que también lo mencionaron en la pregunta de objetivos. Esta desconexión entre los objetivos y la metodología se percibe también con respecto al sistema de representación numérico y al manejo de la fenomenología. En ambos casos, solamente la mitad de aquellos alumnos que lo menciona en los objetivos, lo incluye en su propuesta de planificación de clase.

### *Evaluación*

Aunque el cuestionario pedía específicamente “una pregunta o tarea que consideres significativa para evaluar el aprendizaje de los alumnos” (Gómez, 2000a, p. 2), fueron muy pocas las respuestas de los alumnos (20%) que propusieron preguntas específicas. La mayoría de las respuestas contenían solamente frases del estilo “representar gráficamente” o “poner ejemplos”. Observamos que 57% de los alumnos proponen tareas que involucran la representación gráfica de la función, 51% que involucran la representación simbólica y 22% que involucran la representación numérica. Resaltamos que 20% de los alumnos propusieron tareas que requieren de modelización de fenómenos.

Percibimos, de nuevo, una cierta incoherencia, en este caso, entre la propuesta metodológica y la propuesta de evaluación. Por ejemplo, el 50% de las respuestas mencionan la relación entre los sistemas de representación simbólico y gráfica en las preguntas de metodología y evaluación. Sin embargo, solamente el 64% de ellas (18) son comunes a ambas preguntas. Esto es, solamente el 64% de aquellos que evalúan la relación simbólico - gráfico, la mencionaron en la propuesta metodológica (o viceversa). Algo similar sucede en el tema de la fenomenología: solamente la mitad de aquellos que la evalúan, la mencionan en la propuesta metodológica

y solamente el 38% que lo incluye en la propuesta metodológica, la evalúa. En el aspecto numérico sucede lo mismo: ninguno de los alumnos que lo menciona en la metodología lo evalúa y ninguno de los que lo evalúa, lo menciona en la propuesta metodológica.

## RESULTADOS

A continuación presentamos un breve análisis de los resultados. Identificamos aquellos aspectos de la intuición didáctica de los futuros profesores que consideramos más importantes dentro de sus respuestas al cuestionario.

*Importancia de la experiencia docente.* El 75% de los alumnos ya hayan tenido experiencia docente (clases particulares, academias de bachilleres con familiares o amigos). Esta experiencia previa tiene implicaciones importantes en la caracterización de su intuición didáctica. Esto se aprecia de diversas maneras. En la respuesta a la pregunta de errores, aquellos alumnos que tenían experiencia previa propusieron un promedio de 3.2 respuestas, mientras que aquellos que no, 0.64. En la respuesta a la pregunta sobre contenido, aquellos alumnos que tenían experiencia previa propusieron en promedio 2.4 respuestas, mientras que aquellos que no 1.86. Todos aquellos alumnos que presentaron conexiones entre los sistemas de representación en la pregunta sobre contenidos tenían experiencia docente, lo mismo que el 88% de los alumnos que presentan conexiones entre sistemas de representación en la pregunta sobre este tema, todos los que mencionan errores de tipo gráfico y todos los que hacen propuestas de clase específicas a la función lineal (excepto uno). Estos resultados falsifican algunas conjeturas que habíamos formulado con base en dos entrevistas que hicimos a los profesores de la asignatura. En estas entrevistas los dos profesores consideraban que menos de la mitad de los alumnos tenían experiencia docente y que esta experiencia no afectaba su intuición didáctica.

*Importancia de la representación gráfica.* La importancia que los alumnos le dan a la representación gráfica se aprecia en las respuestas a todas las preguntas y particularmente en las respuestas a las preguntas sobre representaciones (en comparación con la mención a la representación simbólica) y sobre errores (con el énfasis en la identificación de los ejes coordenados).

*Noción general de función.* Una buena parte de los alumnos se aproximan a la noción de la función lineal desde la perspectiva de la noción general de función. Esto se aprecia en la utilización de diagramas de Venn en la pregunta sobre representaciones, en el énfasis que se le da en las respuestas a la pregunta sobre conocimientos previos y a su mención en las respuestas a la pregunta sobre objetivos.

*Conocimiento matemático.* El análisis que hemos hecho de las respuestas a las preguntas sobre contenido y representaciones muestra un conocimiento matemático general por parte de los alumnos. Las entrevistas confirman la dificultad de los alumnos para entrar en detalles acerca de la noción de función lineal y, por lo tanto, su aproximación general a partir de la noción de función.

*Coherencia externa.* En este aspecto estudiamos la coherencia en el diseño propuesto. Apreciamos que hay muy poca coherencia entre los errores señalados y los objetivos propuestos, entre los objetivos propuestos y la metodología sugerida, y entre la metodología sugerida y la evaluación propuesta.

*Esquema de enseñanza.* Las propuestas metodológicas siguen un esquema tradicional de explicación de concepto, presentación de ejemplos y ejercitación de los estudiantes.

## CONCLUSIONES

Si la formación inicial de profesores de matemáticas sigue un modelo de enseñanza constructivista como el que hemos propuesto en este artículo, entonces el diseño, puesta en práctica y evaluación de las actividades de enseñanza debe tener en cuenta el estado cognitivo de los alumnos. Hemos encontrado que las intuiciones didácticas de los futuros profesores de matemáticas son, en algunos aspectos, más complejas de lo que se podía esperar. En particular, consideramos que es importante que los programas de formación inicial verifiquen si los futuros

profesores han tenido alguna experiencia docente y busquen construir el conocimiento didáctico de estos alumnos partiendo de las ideas y supuestos que conforman su intuición didáctica.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ball, D. (1991). Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. En Brophy, J. (Ed.). *Advances in research on teaching. Vol. 2. Teacher's knowledge of subject matter as it relates to their teaching practice. A research annual*. Greenwich, CT: Jai Press, pp. 1-48.
- Ball, D. L. (1990). Breaking with experience in learning to teach mathematics: The role of a preservice methods course. *For the Learning of Mathematics*. 10 (2), pp. 10-16.
- Brown, C., Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. En Grouws, D.A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Cooney, T.J. (1994). Research and teacher education: In search of common ground. *Journal for Research in Mathematics Education*. 25(6), pp. 608-636.
- Geddis, A. N. (1993). Transforming subject matter knowledge: The role of pedagogical content knowledge in learning to reflect on teaching. *International Journal of Science Education*. 15 (6), pp. 673-683.
- Geddis, A., Wood, E. (1997). Transforming Subject Matter and Managing Dilemmas: A Case Study in Teacher Education. *Teaching and Teacher Education*. 13 (6), pp. 611-626.
- Gómez, P. (2000a). *Conocimiento didáctico del futuro profesor de matemáticas. Cuestionario* [On line]. <http://cumbia.ath.cx/ugr/literaturagris/pdf/CDFPC1Cuestionario.pdf>.
- Gómez, P. (2000b). *Conocimiento didáctico del futuro profesor de matemáticas. Esquema de codificación* [On line]. <http://cumbia.ath.cx/ugr/literaturagris/pdf/CDFPC1Codificacion.pdf>.
- Gómez, P. (2000c). *Conocimiento didáctico del futuro profesor de matemáticas. Respuestas codificadas* [On line]. <http://cumbia.ath.cx/ugr/literaturagris/pdf/CDFPC1RespuestasCodificadas.pdf>.
- Gómez, P. (2000d). *Conocimiento didáctico del futuro profesor de matemáticas. Transcripción de entrevistas* [On line]. <http://cumbia.ath.cx/ugr/literaturagris/html/CdFPC1TransEntrevistas.htm>.
- Gómez, P. (2000e). *Conocimiento didáctico del profesor y organizadores del currículo en matemáticas* [On line]. <http://cumbia.ath.cx/ugr/literaturagris/pdf/ConDidyOrgCurr.pdf>.
- González, J.L. (1998). *Números naturales relativos*. Granada: Comares.
- Graeber, A. O. (1999). Forms of Knowing Mathematics: What Preservice Teachers Should Learn. *Educational Studies in Mathematics*. 38 (1-3), pp. 189-208.
- Llinares, S. (1994). The development of prospective elementary teachers' pedagogical knowledge and reasoning. The school mathematical culture as reference. En Malara, N., Rico, L. (Eds.). *Proceedings of the first Italian-Spanish research symposium in mathematics education*. Modena: Università di Modena, pp. 165-172.
- Rico, L. (1997). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En Rico, L. (Ed.). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis, pp. 377-414.
- Rico, L. (Coord.), Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M., Socas, M. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ice - Horsori.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*. 57 (1), pp. 1-22.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*. 26 (2), pp. 114-145.
- Steffe, L. P., D'Ambrosio, B.S. (1995). Toward a working model of constructivist teaching: A reaction to Simon. *Journal for Research in Mathematics Education*. 26 (2), pp. 146-159.