

## SECUENCIA DIDÁCTICA PARA FACILITAR LA TRANSICIÓN ENTRE LA ARITMÉTICA Y EL ÁLGEBRA

Alma Rosa Pérez Trujillo, Ana Deysi Pérez Hernández, Hipólito Hernández Pérez

Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de Chiapas

México

almarpt@hotmail.com, anayde2002@hotmail.com, politico\_hernandez@hotmail.com

**Resumen.** En esta investigación se realizó una secuencia didáctica para el nivel básico (secundaria), con la finalidad de facilitar el tránsito entre la aritmética y el álgebra. La secuencia didáctica diseñada se ha puesto en escena con estudiantes de entre 11 y 12 años de edad, los cuales están cursando el primer grado de educación secundaria, de manera particular se trabajó con estudiantes de la escuela pública José Emilio Grajales ubicada en Chiapa de Corzo, Chiapas, presentamos aquí la secuencia didáctica y algunos de los resultados obtenidos en las puestas en escena, los cuales permitieron la validación de la misma, ya que los estudiantes pudieron transitar entre la aritmética y el álgebra de una forma sencilla al trabajar con la secuencia.

**Palabras clave:** aritmética, álgebra, secuencia didáctica

**Abstract.** | This research involved a teaching sequence for the education basic level (secondary school), in order to make transition easy between arithmetic to algebra. The teaching sequence was designed with students staged between 11 and 12 years old, who are enrolled in the first grade of secondary education, particularly worked with "Emilio José Grajales" students, located in Chiapa de Corzo, Chiapas and belongs to public sector, we present, the teaching sequence and some results obtained in the staging, which allowed the validation of the same sequence, the students could make transition between arithmetic to algebra in a simple way, working with the sequence.

**Key words:** **words:** arithmetic, algebra, didactical sequence

### Introducción

Esta investigación giró en torno a la problemática que tienen los alumnos al iniciar la secundaria con el uso del álgebra, ya que en la primaria se abordan mayoritariamente conocimientos aritméticos. En la enseñanza escolar de la aritmética los alumnos afrontan con éxito problemas de adición, sustracción y multiplicación, a través de un amplio conjunto de estrategias pero hay dificultad de aprendizaje en las operaciones algebraicas. La transición de la aritmética al álgebra es un paso importante para llegar a ideas más complejas y abstractas dentro de las matemáticas escolares. Sin embargo, en este proceso se presentan diferentes obstáculos, consideramos que a través de la secuencia didáctica que hemos diseñado los alumnos desarrollan una forma de pensamiento que les permite expresar situaciones, así como utilizar las técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas matemáticos, a fin de posibilitar las interrelaciones entre el plano aritmético y el algebraico. Nuestra propuesta didáctica esta fundamentada en el marco teórico de la Teoría de Situaciones Didácticas propuesto por Guy Brousseau (2007) y en la metodología de la Ingeniería Didáctica de Michèle Artigue (1995); en conjunto la teoría y la metodología nos permitieron diseñar y validar una secuencia didáctica que facilita el proceso de transición entre el pensamiento aritmético y el

pensamiento algebraico.

### Marco teórico

La Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) propone el enfoque de una construcción que permite comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden. De acuerdo con Brousseau (2007) una situación es un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado, es decir, un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que lo considera como una herramienta.

En la TSD Brousseau (2007) propone un modelo a partir del cual pensar la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos en el ambiente escolar, el autor retoma la hipótesis central de la epistemología genética de Jean Piaget como un marco para modelizar la producción de conocimientos matemático, se va construyendo esencialmente a partir de reconocer, abordar y resolver problemas que son generados a su vez por otro problema, concibe conocimientos como resultado de la adaptación de un medio. Este modelo representa el proceso de producción de conocimientos matemáticos de los estudiantes a partir de dos tipos de interacciones básicas: la interacción de alumno con una problemática que brinda resistencias y retroacciones que utilizan sobre los conocimientos matemáticos situados con los estudiantes, la interacción del docente con el alumno a propósito de la interacción del alumno con la problemática matemática. A partir de ellos postula la necesidad de un medio pensando y sosteniendo con una intencionalidad didáctica. De acuerdo a lo anterior un medio sin interacciones didácticas es insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos que se desea que el alumno construya, concibiendo no se puede acceder al saber matemático si no se dispone de un medio. Entonces una situación es didáctica cuando un individuo (generalmente el profesor) tiene la intención de enseñar a otro individuo (generalmente el alumno) un saber matemático dado explícitamente y debe darse en un medio. Los dos tipos de interacciones básicas, sujeto/medio y alumno/docente, conforman en la TSD un sistema, es decir, que no pueden concebirse de manera independiente unas de las otras. En nuestro caso estas interacciones se establecen tomando como base la situación didáctica que hemos diseñado. En el siguiente apartado abordaremos la metodología que seguimos en la investigación.

### Metodología

En investigación se abordó la transición de la aritmética al álgebra, a través de un desarrollo del sentido numérico y pensamiento algebraico, lo cual implica que los alumnos aprendan utilizar los números y las operaciones en distintos contextos, así como tener la posibilidad de

modelizar situaciones y resolverlas, es decir, de expresarlas en lenguaje matemático y algebraico, desarrollar las deducciones necesarias y obtener un resultado que cumpla con las condiciones formadas, los modos de expresión simbólica y pensamiento abstracto que se desarrollan por medio del estudio del álgebra, como son extraer información, comprender procedimientos y saber utilizarlos.

Pare ello la metodología empleada es la Ingeniería Didáctica; de acuerdo a Artigue (1995) la Ingeniería didáctica es una forma de trabajo didáctico equiparable al trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Según Douady (1995, p. 61) “el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de manera coherente por un *profesor-ingeniero*, con el fin de realizar un proyecto de aprendizaje para una población determinada de alumnos.” A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor.

De acuerdo con lo anterior la ingeniería didáctica es un producto resultante de un análisis *a priori* con el fin de realizar un proceso de aprendizaje en el transcurso de interacción entre el profesor y los alumnos donde se ejecuta el producto final, adecuado a la dinámica de la clase. En la investigación hemos llevado a cabo todas las fases establecidas en la metodología de la ingeniería didáctica propuestas por Artigue (1995): Análisis Preliminar, Diseño de la Secuencia, Análisis *a priori*, Puesta en escena, Análisis *a posteriori* y Validación.

Siguiendo las fases de la metodología de la ingeniería didáctica, el alumno construye conocimientos nuevos que le permiten transitar fácilmente entre el aprendizaje aritmético y algebraico mediante el trabajo con la secuencia didáctica diseñada para tal fin. La secuencia didáctica que se aplicó a los alumnos de primer año de secundaria, está formada con tablas, números y figuras geométricas en donde los alumnos pueden observar como va aumentando la figura geométrica, se pide que completen tablas de sucesiones, además identificaran las sumas, restas y multiplicaciones, se realizan diferentes preguntas sobre las actividades propuestas con la intención que el alumno se vea comprometido a resolver y construir fórmulas a fin de generalizar los procesos construidos. El diseño se divide en tres actividades, con las que se espera que los alumnos superen obstáculos que a los que se enfrentan al trabajar con tópicos algebraicos, esto se logra a través de la utilización de fórmulas sencillas para calcular perímetros y áreas de las figuras con las que están trabajando, ya que estas fórmulas sólo han sido vistas como abreviaturas de los procedimientos.

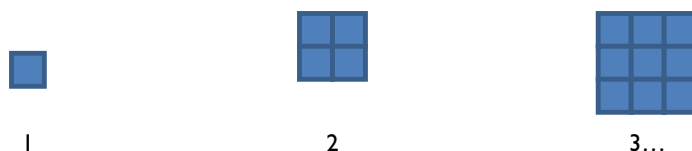
## Resultados

El análisis de la transición del pensamiento aritmético al algebraico tiene el fin de motivar y despertar el interés en los estudiantes de forma atractiva mediante una secuencia didáctica y lograr un aprendizaje significativo y además ayudar a los alumnos a que se involucren en la actividad, pongan en juego su saber matemático anterior (aritmética) y lleguen a desarrollar correctamente ideas matemáticas nuevas (álgebra) a partir de sus propias experiencias.

Se construyeron sucesiones de números o figuras geométricas a partir de una regla teniendo como objetivo interpretar las literales que aparecen en la formulas aplicándola con números generales, y comprender el cambio que se realiza utilizando variables, simbología y los conceptos matemáticos para interpretar y transmitir información. Presentamos enseguida las actividades que forman parte de la secuencia didáctica diseñada.

### Actividad 1: Jugando con cuadritos

⇒ Alexa y Elisa juegan a formar cuadrados con cuadritos con medida de 1 en cada lado. Alexa construyó los cuadros y los acomoda así:



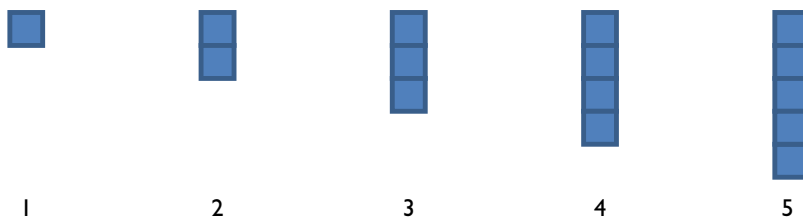
1. Dibuja los 2 cuadros que siguen:
2. ¿Cuántos cuadritos se necesita para hacer el cuarto cuadrado?
3. ¿Y el quinto?
4. ¿Cuántos cuadritos necesitarías para formar un cuadrado número 10?
5. ¿Qué procedimiento utilizaste para encontrar el número de cuadritos del decimo cuadrado?
6. Describe una regla que indique cómo calcular el número de cuadritos para cualquier número de figuras o lado del cuadrado.
7. Compara la regla que obtuviste con las obtenidas por el resto del grupo.
8. Completa la siguiente tabla con el procedimiento que utilizaste:

Número de figuras	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	20	50
Lado del cuadrado	1	2	3										
Número de cuadritos	1	4	9										
Área del cuadrado	1	4	9										

9. Explica que tendrías que hacer para encontrar el número de cuadrados que corresponde a la figura  $n$ -ésima.
10. Escribe una fórmula para el número de cuadrados correspondientes a la  $n$ -ésima figura.
11. ¿Explica qué relación observas entre el lado del cuadrado y su área?

**Actividad 2: Formando columnas**

⇒ Alexa y Elisa ahora juegan a formar columnas con los cuadritos



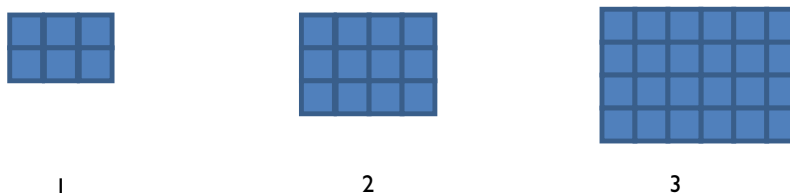
1. Dibuja las 2 columnas que siguen:
2. ¿Cuántos cuadritos se necesita para hacer la cuarta columna?
3. ¿Y para la quinta?
4. ¿Cuántos cuadritos necesitarías para formar la columna número 10?
5. ¿Qué procedimiento utilizaste para encontrar el número de cuadritos de la 10ª columna?
6. Describe una regla que indique cómo calcular el número de cuadritos para cualquier número de columna.
7. Compara la regla que obtuviste con las obtenidas por el resto del grupo.
8. Completa la siguiente tabla con el procedimiento que utilizaste:

Número de figuras	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	20	50
Número de cuadritos	1	2	3										
Perímetro de la columna	4	6	8										

9. Explica que tendrías que hacer para encontrar el perímetro que corresponde a la columna n-ésima.
10. Escribe una fórmula para el número de cuadrados correspondientes a la n-ésima figura.

**Actividad 3: Formando rectángulos**

⇒ Alexa y Elisa ahora juegan a formar rectángulos con los cuadritos. Laura construyó los rectángulos utilizando los cuadritos así:



1. Dibuja el cuarto rectángulo.
2. ¿Cuántos cuadritos tendrá el quinto rectángulo?
3. ¿Cuántos cuadritos tendrán el rectángulo número 10?
4. ¿Qué operación hiciste para encontrar el número de cuadritos del 10 rectángulo?
5. Describe una regla que indique cómo calcular el número de cuadritos para cualquier número de figuras o lados del rectángulo.
6. Compara la regla que obtuviste con las obtenidas por el resto del grupo.
7. Completa la siguiente tabla, llamaremos lado **a** a la altura y lado **b** a la base:

Número de figuras	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	20	50
Lado a	2	3	4										
Lado b	3	4	5										
Número de cuadrillos	6	12	20										

8. Explica que tendrías que hacer para encontrar el número cuadrado que corresponde a la figura  $n$ -ésima.

9. Escribe una fórmula para el número cuadrado correspondiente a la  $n$ -ésima figura.

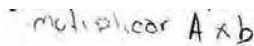
10. Comprueba la fórmula que obtuviste

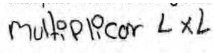
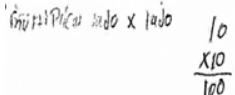
Para observar el proceso de validación de la secuencia didáctica que han llevado a cabo los alumnos, hemos realizado un ejercicio en el cual se confronta el análisis *a priori* con el análisis *a posteriori* (ver la Tabla 1), como resultado de la confrontación el diseño de la secuencia o los supuestos desprendidos del estudio son revisados y en este caso son validados.

Tabla 1. Confrontación del análisis *a priori* y el análisis *a posteriori*

Actividad 1, 2 y 3 (Parte 1)			
Actividades propuestas	A priori	A posteriori	Validación
En esta primera parte compuesta de los ejercicios 1 al 4 de cada una de las actividades mencionadas se le solicita al alumno que complete una serie de figuras, armadas de acuerdo a una secuencia. Se le pide además que indique el número de cuadrillos que forman una figura que ocuparía el decimo lugar en la serie.	Se pretende que el alumno logre con facilidad la transición de lo aritmético a lo algebraico, tomando como base las sucesiones de números y figuras geométricas	El alumno logró ver que los ejercicios presentan algún patrón de comportamiento en las figuras, encontraron algunos de los términos que dan continuidad a la sucesión.	Todos los alumnos respondieron acertadamente a lo que se les solicitaba, ellos encuentran la progresión geométrica de una forma sencilla. La mayoría de los alumnos inicio la actividad contando los cuadrillos ya que las figuras eran pequeñas, después tuvieron que buscar una regla para saber cuantos cuadrillos hay y obtener el resultado fácilmente.
	Deberá construir sucesiones de números o figuras geométricas a partir de una regla y comprender el cambio que se realiza utilizando variables, simbología y los conceptos matemáticos para interpretar y transmitir información.	Todos los alumnos dibujaron los cuadros que se les solicitaba ellos encuentran una progresión geométrica, completaron todos los ejercicios correctamente siguiendo patrones numéricos y geométricos.	

Tabla 1. Confrontación del análisis *a priori* y el análisis *a posteriori* (continuación)

Actividad 1, 2 y 3 (Parte 2)			
Actividades propuestas	A priori	A posteriori	Validación
<p>En los ejercicios (5, 6 y 7) propuestos se le pidió al alumno que describa el procedimiento que utilizó al contestar el ejercicio número 4 y que trate de convertirlo en una regla, como punto final que compare lo que escribió con lo descrito por sus compañeros.</p>	<p>El estudiante deberá establecer relaciones entre las cifras o términos de una operación aritmética para producir o verificar resultados entre los datos que aparecen en las actividades.</p>	<p>Encontraron la regla de la actividad 1 es multiplicar el lado por lado. Desde esta actividad el alumno llamado Rigo alcanza a relacionar letras para encontrar una regla general <math>L \times L</math>. En la actividad 2 la regla que explicaron todos fue sumar cada cuadrado de la figura.  Para la actividad 3 los alumnos en esta parte todos iniciaron con la regla de multiplicar la base por la altura y la alumna Carolina llegó a expresarlo con variables.</p>	<p>La mayoría de estudiantes alcanzan a estructurar una regla sencilla para dar respuesta a los ejercicios propuestos. Uno de los estudiantes incluso presenta una regla a través de una fórmula.</p>
Actividad 1, 2 y 3 (Parte 3)			
Actividades propuestas	A priori	A posteriori	Validación
<p>En estas actividades se le pide al alumno obtener una regla o fórmula para aplicarla a la tabla que han completado. Se establece un consenso a través de la comparación de la regla que obtuvieron con las obtenidas por el resto del grupo. Se quiere llegar a la construcción</p>	<p>El aprendizaje del álgebra para los estudiantes nace de la necesidad de trabajar con números de los cuales desconocen su valor, así que le asignamos variables para poder hacer operaciones como sumas, restas, multiplicaciones, divisiones. El alumno puede desarrollar por medio del estudio del álgebra, cómo poder extraer información de cuadros, tablas y comprender fórmulas y</p>	<p>Construyó y comprendió la sucesiones de números o figuras geométricas a partir de una regla y percibo el cambio que se realiza utilizando variables, simbología y los conceptos matemáticos para interpretar y transmitir información, mucho más útil El alumno logró llegar a generar una regla para llegar a la solución de las actividades, utilizaron letras para generar la</p>	<p>El alumno comprende que operación utilizar pero se le dificulta un poco percibir en que ocasión utilizar las operaciones y en lo general llegó a definir y encontrar como aplicar y utilizar las tablas siguiendo los patrones numéricos. Los alumnos contestaron que contar los cuadrillos pero para encontrarlo con facilidad sería multiplicar lado por lado.</p>

de la explicación sobre cómo encontrar el número de cuadritos que está conformado la $n$ -ésima figura y así como encontrar una regla para ellos.	saber utilizarlas. Se pretende que el estudiante llegue a generalizar una regla o fórmula para la solución en una forma sencilla para resolver el problema, lo cual implica el descubrir regularidades utilizando variables.	fórmula general sustituyeron la letra por los valores, y llegaron a descubrir la regularidad de las figuras, por ejemplo el alumno Rigo obtuvo la regla utilizado letras:  Para otro alumno la respuesta lo represento así: 	El estudiante desarrollo los conocimientos que trae de la primaria con el cual puede aplicar lo aprendido con enseñanzas nuevas, como la contar, restar, multiplicar y representar una regla general utilizando variables.
---	---	---	--

Fuente: Adaptada de "Secuencia didáctica para facilitar la transición entre la aritmética y el álgebra", de A. Pérez, 2012, pp. 64-66.

## Conclusiones

Al término de la primaria, el alumno tiene conocimientos aritméticos, y un poco de algebraicos, aunque no están definidos como tal, cuando el alumno ingresa a la escuela secundaria, se inicia formalmente con la enseñanza del álgebra lo que implica el pasar de lo aritmético a lo algebraico; comienza con el manejo de conceptos algebraicos, y posteriormente el alumno conoce cómo debe aplicarse, sin embargo este tránsito no siempre se logra, en esta investigación partimos de ese hecho.

De acuerdo con lo investigado y con la secuencia didáctica propuesta se llegó a la conclusión que a los alumnos se les facilita este tránsito mediante la construcción de figuras geométricas y tablas con patrones numéricos. El grupo de alumnos que participo en el las puestas en escena de la secuencia didáctica, fue capaz de entender el proceso que necesitaba realizar, con lo cual se facilita el tránsito entre lo aritmético a lo algebraico, el trabajo realizado consistió en percibir patrones y así como expresar y escribir la regla de este patrón mediante las actividades propuestas, las cuales involucran los esquemas numéricos y geométricos.

Los alumnos pudieron detectar semejanzas y diferencias entre las figuras geométricas propuestas y los números, así como generalizar operaciones aritméticas partiendo de casos particulares hasta llegar a formular una regla general. La idea que llegan a concebir los alumnos es que es posible operar con la literal que representa una medida cualquiera, de este modo se inicia también el trabajo con expresiones algebraicas equivalentes. Se puede seguir un proceso similar para otras fórmulas, como las del área del cuadrado y del rectángulo. Por lo tanto, a través del trabajo con la secuencia didáctica que diseñamos se pudimos obtener elementos de



análisis que nos permiten mostrar del tránsito de lo aritmético a lo algebraico.

### Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 33-59). México: Una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. En D. Fregona (Trad.), Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 61-97). México: Una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.
- Pérez, A. (2012). *Secuencia didáctica para facilitar la transición entre la aritmética y el álgebra*. Tesina no publicada. Universidad Autónoma de Chiapas. México.