
RESUMEN EJECUTIVO

A continuación presento un resumen de este documento.

1. UNA APROXIMACIÓN A CUATRO CUESTIONES GENERALES SOBRE EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

La formación de profesores se ha convertido en uno de los principales focos de investigación de la educación matemática en los últimos quince años. El interés se focaliza en cuatro cuestiones centrales:

1. ¿Qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?
2. ¿Cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúa eficaz y eficientemente?
3. ¿Cómo se deben diseñar e implantar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?
4. ¿Qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial?

Este trabajo se enmarca dentro de la esfera de acción de estas cuatro preguntas. Para cada una de ellas, determino un contexto concreto de trabajo. Con respecto a la primera pregunta, propongo, desde una perspectiva conceptual, una descripción del procedimiento ideal que el profesor de matemáticas debería realizar a la hora de diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas (el análisis didáctico). En segundo lugar, establezco los conocimientos y habilidades que el profesor de-

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Granada, Granada.

bería tener y desarrollar para realizar el análisis didáctico (el conocimiento didáctico). En lo que respecta a los planes de formación, centro la atención en el proceso de diseño curricular (planificación de unidades didácticas). Adicionalmente, circunscribo el trabajo al entorno de la asignatura *Didáctica de la Matemática en el Bachillerato* de la Universidad de Granada. Esto implica poner el foco de atención en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en el contexto español. Finalmente, estudio y caracterizo el aprendizaje (desde una perspectiva evolutiva y sociocultural) de los futuros profesores que cursaron esta asignatura durante el curso 2000-2001.

El problema que abordo en este proyecto surge del encuentro de dos vertientes en la formación de profesores de matemáticas de secundaria que se venían realizando durante el final de la década de los ochenta y la década de los noventa. La primera vertiente tenía lugar en Granada, España, en el contexto de la formación inicial de los futuros profesores de matemáticas en la Universidad de Granada. La segunda vertiente tenía lugar en Bogotá, Colombia, en el contexto de los proyectos de formación permanente de profesores de secundaria que desarrolló "una empresa docente", centro de investigación en educación matemática de la Universidad de los Andes.

Al final de la década de los noventa, Luis Rico había iniciado una línea de investigación en formación de profesores cuyo foco principal era la "evaluación del modelo de los organizadores del currículo". Este modelo era la base conceptual del diseño de la segunda parte de la asignatura. Dado que la idea de "evaluar el modelo" era bastante compleja y general, se diseñaron y desarrollaron estrategias de concreción que se utilizaron en las tesis doctorales de Evelio Bedoya (2002) y José Ortiz (2002). La delimitación del problema se ejecutó en varias dimensiones: se seleccionó una parte del modelo, la experiencia de investigación se realizó fuera del contexto de la asignatura y se propusieron objetivos y diseños específicos.

Por mi parte, yo decidí abordar el problema desde otra perspectiva que se caracterizó por: (a) concretar un significado para la noción de "modelo de los organizadores del currículo"; (b) centrar la investigación en el aprendizaje de los grupos de futuros profesores; (c) focalizar el trabajo en uno de los análisis del análisis didáctico; (d) estudiar los procesos de aprendizaje, más que los resultados; (e) explorar el aprendizaje de los grupos de profesores; (f) asumir una posición con respecto al aprendizaje de los futuros profesores; y (g) realizar la investigación dentro del contexto de la asignatura. Yo asumí tres roles a lo largo del proyecto: como diseñador de currículo, formador e investigador.

Desarrollé el proyecto en tres períodos, que corresponden a estos tres roles. En el contexto que he delimitado, establecí dos objetivos generales para este proyecto:

1. avanzar en la conceptualización de las actividades del profesor de matemáticas de secundaria, de su conocimiento didáctico y del diseño de planes de formación inicial, y
2. describir y caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura *Didáctica de la Matemática en el Bachillerato* del curso 2000-2001 con respecto a los organizadores del currículo correspondientes al análisis de contenido.

Partí de la conjetura de que es posible lograr el primer objetivo a partir de una visión funcional de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria y de su conocimiento didáctico. Establecí los siguientes objetivos específicos que desarrollaré con más detalle a lo largo de este documento:

- ◆ introducir y caracterizar un significado de la expresión *análisis didáctico*, como conceptualización de la actuación del profesor en sus actividades de diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas;
- ◆ incorporar un significado del término *conocimiento didáctico*, como una herramienta conceptual para abordar la problemática del conocimiento del profesor de matemáticas; y
- ◆ avanzar en la conceptualización y la fundamentación del diseño curricular de la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato de la Universidad de Granada.

Para el planteamiento empírico que establecí en el segundo objetivo general, partí de dos conjeturas. La primera, que es posible organizar y caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura. La segunda, que es posible abordar el aprendizaje de un grupo de futuros profesores desde la perspectiva sociocultural. Establecí entonces dos objetivos específicos:

- ◆ describir, caracterizar y explicar el *desarrollo del conocimiento didáctico* de los grupos de futuros profesores que participaron en una versión de la asignatura y
- ◆ describir y caracterizar las actividades por fuera del aula de un grupo de futuros profesores cuando preparan su trabajo para la asignatura.

Este documento se organiza alrededor de esas dimensiones y tiene tres partes. En la primera parte describo y fundamento el diseño y el desarrollo de la asignatura *Didáctica de la Matemática en el Bachillerato*. En la segunda parte, abordo la problemática de investigación que surge con respecto al aprendizaje de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura. Esta aproximación empírica está compuesta de cuatro estudios en los que identifiqué unos estados de desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, caracterizo la evolución de los significados parciales que ellos desarrollaron a lo largo del curso, exploro y caracterizo la puesta en práctica del conocimiento didáctico en sus trabajos finales y caracterizo los procesos de negociación de significado de un grupo de futuros profesores. En la tercera parte recojo los resultados de las dos primeras partes con el propósito de exponer y justificar mis contribuciones a las cuatro preguntas generales con las que se inicia este capítulo.

2. ANÁLISIS DIDÁCTICO

Doy respuesta a la primera de las preguntas que formulé en el apartado anterior, al proponer el análisis didáctico como procedimiento ideal que el profesor puede utilizar a la hora de diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas. Centro la atención en la planificación, como actividad diaria del profesor. Abordo dos problemas que el profesor enfrenta en su labor de planificación. Por un lado, la brecha entre la planificación a nivel global y a nivel local (Rico, 1997a), en virtud

de la cual se postula que muchos profesores tienden a ver la planificación como la secuenciación de contenidos matemáticos y a considerar la enseñanza como el cubrimiento de esos contenidos. Por el otro, la paradoja de la planificación, en virtud de la cual, si un profesor asume una posición constructivista con respecto al aprendizaje de los escolares, entonces él debe conjugar su intención de lograr unos objetivos a través de tareas concretas y estructuradas con su deseo de diseñar tareas que induzcan a los escolares a crear sus propias construcciones y que fomenten un ambiente de negociación en el aula (Simon y Tzur, 2004).

2.1. Procedimiento de Análisis Didáctico

El análisis didáctico, como procedimiento de planificación local, es un nivel del currículo. Con él, el profesor puede concretar (y diferenciar) los objetivos, el contenido, la metodología y la evaluación de cada tema en su planificación. Asumo una visión funcional del currículo de matemáticas, en virtud de la cual el escolar pone en juego su conocimiento al utilizar herramientas conceptuales para resolver problemas. Cuando la planificación es local, el foco de atención del profesor es un tema matemático específico. En este nivel, la planificación del profesor debe tener en cuenta la complejidad del contenido matemático desde diversos puntos de vista. De hecho, la negociación y construcción de la multiplicidad de significados de los conceptos matemáticos debe ser uno de los propósitos centrales de la interacción en el aula. La planificación de una unidad didáctica o de una hora de clase se debe fundamentar en la exploración y estructuración de los diversos significados de la estructura matemática objeto de esa planificación.

Mi propuesta aborda el significado de un concepto matemático atendiendo a tres dimensiones que denomino sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología:

- ◆ En los *sistemas de representación* incluyo las diferentes maneras en las que se puede representar el concepto y sus relaciones con otros conceptos.
- ◆ En la *estructura conceptual* incluyo las relaciones del concepto con otros conceptos, atendiendo tanto a la estructura matemática de la que el concepto forma parte, como a la estructura matemática que dicho concepto configura.
- ◆ En la *fenomenología* incluyo aquellos fenómenos (contextos, situaciones o problemas) que pueden dar sentido al concepto.

Estas tres dimensiones del significado de un concepto en la matemática escolar ponen en evidencia y organizan una de las cuestiones centrales de la problemática de la planificación de clase: la multiplicidad de significados de un concepto en las matemáticas escolares¹⁵².

Esta multiplicidad de significados implica que, para efectos de planificar una hora de clase o una unidad didáctica, sería deseable que el profesor:

¹⁵² En este trabajo me centro en el análisis de un concepto y de las estructuras matemáticas relacionadas con él. Los temas de la educación secundaria no son solamente conceptos. Incluyen, por ejemplo, operaciones entre conceptos, propiedades de conceptos, resultados, procedimientos o sistemas de representación. Todos estos temas se enmarcan dentro de una estructura matemática y, por lo tanto, pueden ser abordados con las herramientas del análisis didáctico.

1. conociera las tres dimensiones que caracterizan el significado de un concepto en la matemática escolar
y fuera capaz de:
2. recabar la información necesaria que le permita identificar dichos significados y organizar esta información de tal forma que sea útil para la planificación;
3. seleccionar, a partir de esta información, aquellos significados que él considere relevantes para la instrucción; y
4. utilizar la información que surge de los diversos significados del concepto para el diseño de unidades didácticas.

En el contexto concreto de la planificación de una hora de clase o una unidad didáctica, el profesor puede organizar la enseñanza basándose en cuatro análisis (Gómez, 2002b):

1. el *análisis de contenido*, como procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto;
2. el *análisis cognitivo*, en el que el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los escolares pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje;
3. el *análisis de instrucción*, en el que el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción; y
4. el *análisis de actuación*, en el que el profesor determina las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que pueden haber manifestado hasta ese momento.

Denomino *análisis didáctico* a un procedimiento cíclico que incluye estos cuatro análisis, atiende a los condicionantes del contexto e identifica las actividades que idealmente un profesor debería realizar para organizar la enseñanza de un contenido matemático concreto. La descripción de un ciclo del análisis didáctico sigue la secuencia propuesta en la Figura 78.

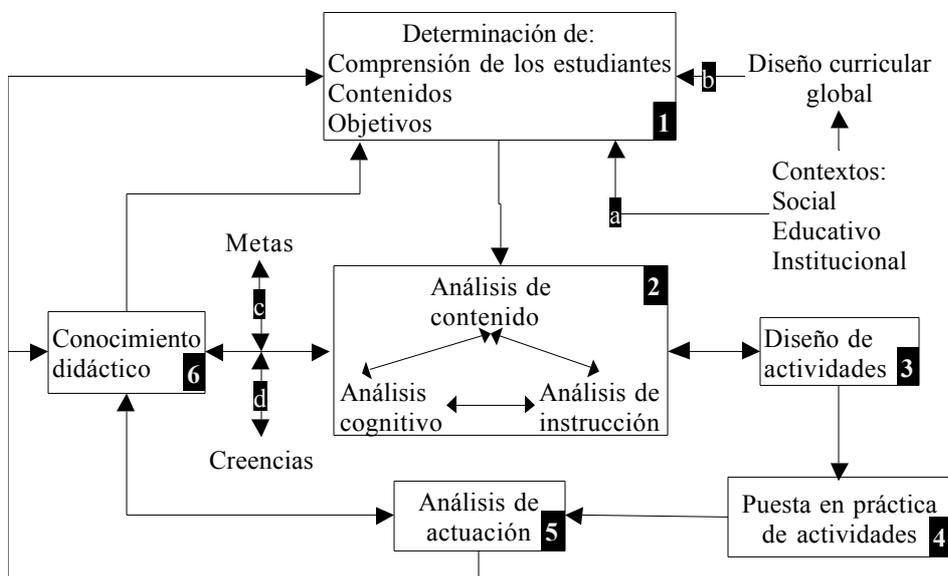


Figura 78. Ciclo de análisis didáctico y sus condicionantes

El ciclo del análisis didáctico se inicia con la determinación del contenido que se va a tratar y de los objetivos de aprendizaje que se quieren lograr, a partir de la percepción que el profesor tiene de la comprensión de los escolares con motivo de los resultados del análisis de actuación del ciclo anterior y teniendo en cuenta los contextos social, educativo e institucional en los que se enmarca la instrucción (cuadro 1 de la Figura 78). A partir de esta información, el profesor inicia la planificación con el análisis de contenido. La información que surge del análisis de contenido sustenta el análisis cognitivo, al identificar y organizar los múltiples significados del concepto objeto de la instrucción. A su vez, la realización del análisis cognitivo puede dar lugar a la revisión del análisis de contenido. Esta relación entre los análisis también se establece con el análisis de instrucción. Su formulación depende y debe ser compatible con los resultados de los análisis de contenido y cognitivo, pero, a su vez, su realización puede generar la necesidad de corregir las versiones previas de estos análisis (cuadro 2). En el análisis cognitivo, el profesor selecciona unos significados de referencia y, con base en ellos y en los objetivos de aprendizaje que se ha impuesto, identifica las capacidades que pretende desarrollar en los escolares. También formula conjeturas sobre los posibles caminos por los que se puede desarrollar su aprendizaje cuando ellos aborden las tareas que conforman la instrucción. El profesor utiliza esta información para diseñar, evaluar y seleccionar estas tareas. Por consiguiente, la selección de tareas que componen las actividades debe ser coherente con los resultados de los tres análisis y la evaluación de esas tareas a la luz de los análisis puede llevar al profesor a realizar un nuevo ciclo de análisis, antes de seleccionar definitivamente las tareas que componen las actividades de enseñanza y aprendizaje (relación entre cuadros 2 y 3). El profesor pone en práctica estas actividades (cuadro 4) y, al hacerlo, analiza las actuaciones de los escolares para obtener información que sirve como punto de

inicio de un nuevo ciclo (cuadro 5). El conocimiento didáctico (cuadro 6) es el conocimiento que el profesor pone en juego durante este proceso.

Cada uno de los análisis se articula alrededor de unas nociones, los *organizadores del currículo*. Por ejemplo, el análisis de contenido incluye las nociones de sistema de representación, estructura conceptual y fenomenología, que corresponden a las tres dimensiones del significado de un concepto en el contexto de las matemáticas escolares. Para cada noción, adopto un significado teórico, un significado técnico y un significado práctico que especificaré en el siguiente apartado. El carácter local del análisis didáctico implica que éste se realiza en una asignatura que se encuentra en marcha y que tiene definidos, en su diseño curricular global, unos objetivos y unos contenidos. Debemos entonces imaginar que, como profesores, acabamos de terminar el tratamiento de un tema (e.g., la función lineal) y vamos a comenzar un nuevo tema (e.g., la función cuadrática), tal y como se indica en el diseño curricular global de la asignatura. El ciclo se inicia con la determinación, por parte del profesor, de la comprensión que los estudiantes tienen en ese momento sobre las bases o nociones necesarias para abordar el nuevo tema, de los contenidos que se pretenden tratar y de los objetivos de aprendizaje que se quieren lograr. Es decir, el profesor debe determinar, desde la perspectiva del aprendizaje de los escolares, el punto inicial (lo que los escolares ya saben antes de comenzar el ciclo) y el punto final (lo que el profesor espera que los escolares sepan después de la instrucción).

2.2. Análisis de Contenido

El análisis de contenido es el procedimiento en virtud del cual el profesor puede identificar, organizar y seleccionar los significados de un concepto o estructura matemática dentro del contenido de las matemáticas escolares. El procedimiento se realiza atendiendo a tres dimensiones: sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología.

Sistemas de Representación

Siguiendo una de las tradiciones de la literatura en didáctica de la matemática utilizaré de aquí en adelante la expresión “sistemas de representación” para referirme a los sistemas de signos por medio de los cuales se designa un concepto. La importancia de los sistemas de representación en el análisis de contenido radica en que: (a) los sistemas de representación organizan los símbolos mediante los que se hacen presentes los conceptos matemáticos; (b) los distintos sistemas de representación aportan distintos significados para cada concepto; y, por lo tanto, (c) un mismo concepto admite y necesita de varios sistemas de representación complementarios. Utilizo la definición de Kaput (1992), en virtud de la cual, un sistema de representación es “un sistema de reglas para (i) identificar o crear signos, (ii) operar sobre y con ellos y (iii) determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia)” (p. 523).

Dado que un mismo concepto o estructura matemática se puede representar en diferentes sistemas de representación, es posible agrupar y caracterizar las operaciones que se pueden realizar en cuatro categorías:

1. *Creación y presentación de signos o expresiones*. Esta operación permite determinar expresiones válidas e inválidas ($(x)f = 3x^2 + 2$ es un ejemplo de una

expresión inválida en el sistema de representación simbólico para las funciones).

2. *Transformaciones sintácticas invariantes.* Son las transformaciones de un signo en otro, dentro de un mismo sistema de representación, sin que el objeto matemático designado por esos signos cambie. Es el caso, por ejemplo, de los procedimientos de completación de cuadrados, expansión y factorización que se muestran en la Figura 79.
3. *Transformaciones sintácticas variantes.* Son las transformaciones de un signo en otro, dentro de un mismo sistema de representación, en la que el objeto matemático designado cambia. Es el caso, por ejemplo, de las traslaciones horizontal y vertical que se muestran en la Figura 79.

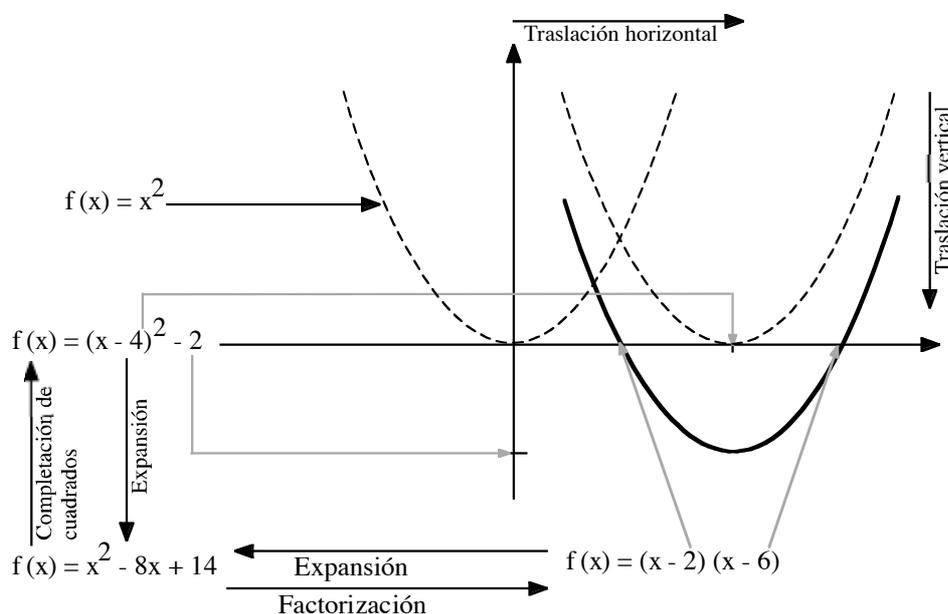


Figura 79. Operaciones en los sistemas de representación

4. *Traducción entre sistemas de representación.* Esta operación se refiere al procedimiento en virtud del cual se establece la relación entre dos signos que designan un mismo objeto pero que pertenecen a diferentes sistemas de representación. Por ejemplo, las relaciones entre los parámetros de las formas simbólicas de la función cuadrática y sus representaciones gráficas en la parábola de la Figura 79.

Estructura Conceptual

Los sistemas de representación permiten apreciar la complejidad del sistema de significados de un concepto matemático. Esta complejidad tiene su origen en el carácter estructural de los conceptos matemáticos: cada concepto configura una estructura matemática y forma parte de otras estructuras matemáticas.

Utilizaré la expresión “estructura conceptual” para referirme a tres aspectos de todo concepto matemático del contenido matemático escolar:

1. *Estructuras matemáticas involucradas.* Supondré que todo concepto matemático está relacionado con al menos dos estructuras matemáticas:
 - ◆ la estructura matemática que el concepto configura y
 - ◆ las estructuras matemáticas de las que él forma parte.
2. *Relaciones conceptuales.* Resaltaré las relaciones que se establecen entre el concepto y
 - ◆ los conceptos de la estructura matemática que dicho concepto configura (e.g., la relación entre la función cuadrática y la ecuación cuadrática),
 - ◆ los objetos que son casos particulares de dicho concepto (los objetos que saturan el predicado; e.g., $f(x) = 3x^2 - 4$ como caso particular de las funciones cuadráticas de la forma $f(x) = ax^2 + c$), y
 - ◆ los conceptos que pertenecen a la estructura matemática de la que el concepto forma parte (e.g., la relación entre la función cuadrática y las funciones continuas).
3. *Relaciones de representaciones.* La exploración de los significados de un concepto requiere de los sistemas de representación, puesto que con ellos es posible identificar los modos en que el concepto se presenta. Al tener en cuenta los sistemas de representación, se pueden destacar las relaciones que surgen de las operaciones en los sistemas de representación: transformaciones sintácticas invariantes, traducción entre sistemas de representación y transformaciones sintácticas variantes.

Por lo tanto, cuando el profesor explora la estructura conceptual de un concepto en las matemáticas escolares, debe tener en cuenta tres tipos de “elementos” y dos grupos de relaciones entre esos elementos. Los elementos son:

- ◆ los *objetos*, como casos particulares de un concepto y que conforman la extensión del concepto,
- ◆ los *conceptos*, como predicados que son saturados por los objetos y, a su vez, conforman estructuras matemáticas, y
- ◆ las *estructuras matemáticas*, que están conformadas por conceptos.

Por otro lado, las relaciones descritas en los puntos 2 y 3 anteriores se pueden agrupar en dos categorías que denomino *relaciones verticales* y *relaciones horizontales*. Las relaciones verticales se refieren a las relaciones entre los tres tipos de elementos: objeto \rightarrow concepto \rightarrow estructura matemática. Por otra parte, las relaciones horizontales se refieren a las relaciones entre los signos en sus diferentes sistemas de representación (relaciones entre representaciones).

Propongo que el profesor utilice mapas conceptuales como herramienta para recoger, organizar, representar y compartir la información correspondiente a los significados de un concepto matemático. Desde la perspectiva del contenido matemático, en un mapa conceptual se pueden identificar diferentes tipos de conexiones que se corresponden parcialmente con las relaciones verticales y horizontales que describí arriba:

- ◆ conexiones que establecen relaciones entre diferentes elementos de la estructura matemática (por ejemplo, entre las diferentes formas simbólicas y sus parámetros),

- ◆ conexiones que asocian las diferentes representaciones de un mismo elemento (por ejemplo, los parámetros de la forma multiplicativa y las raíces de la parábola),
- ◆ conexiones que muestran transformaciones de un elemento en otro dentro de un sistema de representación (por ejemplo, el procedimiento de factorización para pasar de la forma simbólica estándar a la forma simbólica multiplicativa), y
- ◆ conexiones que muestran la relación entre categorías de fenómenos y las subestructuras con las que es posible organizarlos (por ejemplo, la relación entre las propiedades del foco de la parábola y los fenómenos de óptica que utilizan estas propiedades —que no se muestra en la figura).

Fenomenología

Utilizaré el término *fenomenología*, como dimensión del significado de un concepto, para referirme a los fenómenos que dan sentido a dicho concepto. El concepto adquiere sentido con respecto a los fenómenos correspondientes, cuando los fenómenos están vinculados con situaciones que el concepto permite describir o con cuestiones que el concepto permite plantear. Una misma subestructura se puede relacionar con diversos fenómenos. Podemos, por lo tanto, establecer una relación entre subestructuras y fenómenos en la que a cada fenómeno le asignamos la subestructura que le sirve de modelo. Se pueden establecer parejas (Subestructura_i, Fenómeno_j), en las que la Subestructura_i es un modelo del Fenómeno_j. La Figura 80 muestra un esquema de estas relaciones.

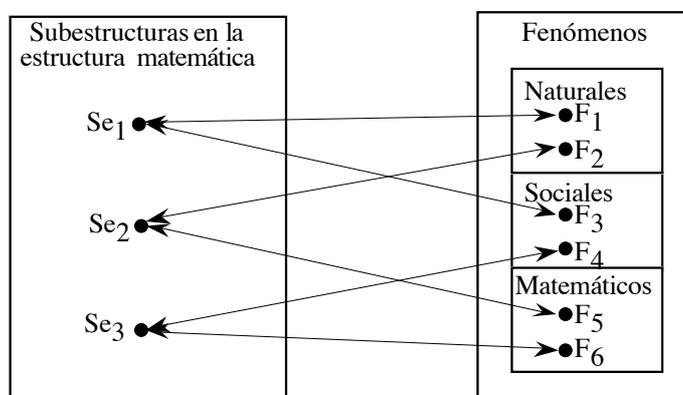


Figura 80. Análisis fenomenológico y modelos

Entonces, el análisis fenomenológico de una estructura matemática implica la identificación de:

1. las subestructuras correspondientes a esa estructura,
2. los fenómenos organizados por cada una de ellas y
3. la relación entre subestructuras y fenómenos.

De esta manera se puede establecer una relación de equivalencia en la que cada clase de equivalencia, representada por una subestructura dada, organiza todos aquellos fenómenos de los cuales es un modelo. Denomino *modelo matemático* a

la tripla (subestructura, fenómeno, relación) en la que la subestructura es un modelo del fenómeno de acuerdo con una relación. Esta relación identifica aquellas características estructurales del fenómeno que se pueden representar con elementos y propiedades de la subestructura en cuestión. En el análisis fenomenológico se identifican, por un lado, aquellas características del fenómeno (o de una situación o cuestión relacionada con el fenómeno) que son relevantes desde el punto de vista matemático y, por el otro lado, se relacionan con elementos y propiedades de la estructura matemática en uno o más sistemas de representación (ver Figura 81).

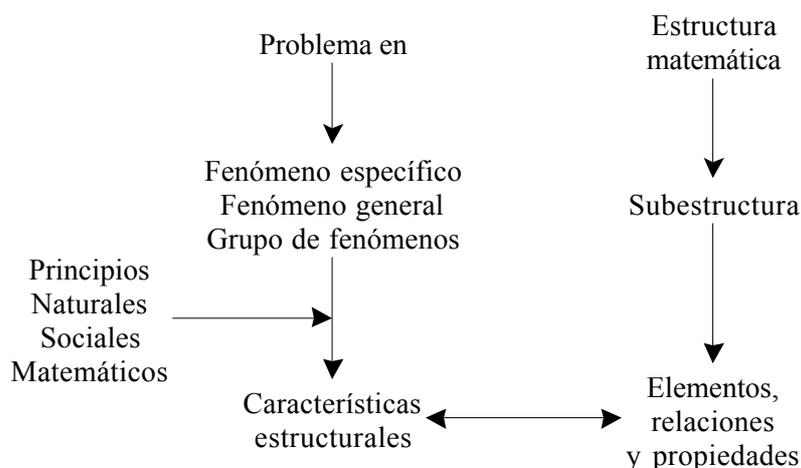


Figura 81. Análisis fenomenológico

2.3. Análisis Cognitivo

En el análisis cognitivo, “el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje” (Gómez, 2002b, p. 271). Para ello, él tiene que tener en cuenta su percepción de la comprensión de los estudiantes al final del ciclo anterior del análisis didáctico, los objetivos que se ha propuesto para el siguiente ciclo, el contenido que pretende tratar, y el contexto, entre otros. El análisis cognitivo es un análisis *a priori*. Con él, el profesor pretende prever las actuaciones de los escolares en la fase posterior del ciclo en la que se ponen en juego las actividades de enseñanza y aprendizaje que él ha diseñado. Estas hipótesis deben estar sustentadas por una descripción de aquellos aspectos cognitivos que se relacionan directamente con la estructura matemática sobre la cual se trabaja en dichas actividades.

Adapto la noción de *trayectoria hipotética de aprendizaje* (Simon, 1995a) a la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, al proponer dos procedimientos con los que el futuro profesor puede realizar el análisis cognitivo. El primero, que denominé *Tabla de Capacidades–Competencias*, con el que se organizan las capacidades en términos de competencias, permite describir y caracterizar el conocimiento y pensamiento matemático de los escolares antes y después de la instrucción. El segundo, basado en la noción de *camino de aprendizaje*,

es un procedimiento, que utilizando los resultados del primero, permite al profesor describir sus hipótesis acerca de los caminos por los que el aprendizaje se puede desarrollar entre esos dos puntos. Estos significados cognitivos de las matemáticas escolares se basan en tres nociones: capacidades, competencias y dificultades.

Siguiendo las ideas que fundamentan la noción de trayectoria hipotética de aprendizaje y que no desarrollo en este resumen¹⁵³, y teniendo en cuenta las condiciones en las que se realiza la formación inicial, el procedimiento que propongo para describir el progreso de los escolares se fundamenta en la identificación, descripción y relación de cinco elementos:

1. las capacidades que los escolares tienen antes de la instrucción;
2. las capacidades que se espera que los escolares desarrollen con motivo de la instrucción y que configuran los objetivos de aprendizaje;
3. las tareas que conforman la instrucción;
4. las dificultades que los escolares pueden encontrar al abordar estas tareas; y
5. las hipótesis sobre los caminos por los que se puede desarrollar el aprendizaje.

Parto, por tanto, de la noción de *capacidad*. En el contexto de las matemáticas escolares, utilizo este término para referirme a la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo tarea (por ejemplo, los problemas de transformar una forma simbólica de la función cuadrática —la estándar— en otra —la canónica). Afirmaré que un individuo ha desarrollado una cierta capacidad cuando él pueda resolver tareas que la requieren.

Los primeros dos puntos del procedimiento que sugiero requieren que el futuro profesor organice información sobre: (a) lo que los escolares son capaces de hacer antes de la instrucción y (b) lo que se espera que ellos sean capaces de hacer después de la instrucción. Lupiáñez, Rico, Gómez y Marín (2005) han desarrollado un procedimiento para organizar esta información, basado en la noción de competencia. Esta noción permite establecer un vínculo entre la planificación a nivel local (de unas actividades específicas en un tema concreto) y el diseño curricular global (de una asignatura). Por ejemplo, se puede hacer el análisis con base en las siete competencias propuestas por el estudio PISA (OCDE, 2004).

La información que surge del análisis de contenido debe permitirle al profesor identificar aquellos *focos* sobre los que va a centrar su trabajo. Las capacidades se identifican y organizan dentro de esos focos específicos. El procedimiento se realiza con la ayuda de una tabla en la que se ubican las competencias en las columnas y las capacidades en las filas. Esta tabla le permite al profesor determinar (decidir) a qué competencias puede contribuir cada una de las capacidades. Para cada uno de los focos puede calcular la medida en la que las capacidades que se incluyen en él contribuyen a cada una de las competencias.

La tabla de Capacidades–Competencias es una herramienta apropiada para describir y caracterizar los puntos inicial y final que determinan los extremos de los caminos por los que el aprendizaje se puede desarrollar cuando los escolares enfrenten las actividades que les proponga el profesor. La información para pro-

¹⁵³ Ver el número de *Mathematics Thinking and Learning* dedicado a este tema (Clements y Sarma, 2004).

ducirla debe provenir del análisis de contenido (punto final) y del análisis de actuación (punto inicial). El núcleo de la información en esta tabla es la lista de las capacidades que se incluyen en cada uno de los focos escogidos.

A continuación, presento un ejemplo de los procedimientos involucrados en el análisis cognitivo. Supongamos que el profesor ha decidido que desea trabajar en una cuestión que, por su experiencia o como consecuencia de la información que surge del análisis de contenido, es importante dentro del tema de la función cuadrática. Se trata de desarrollar las capacidades necesarias para que los escolares puedan resolver problemas que involucran el significado gráfico de los parámetros de las formas simbólicas de la función cuadrática (ver Figura 79).

El análisis de contenido proporciona la mayor parte de la información necesaria para identificar las capacidades que se pretenden desarrollar. En la Figura 79, he incluido algunos de los procedimientos simbólicos y gráficos que pueden estar involucrados en el análisis. Este análisis detallado muestra que el manejo del significado gráfico de los parámetros de la función cuadrática debe involucrar el manejo de los procedimientos para transformar una forma simbólica en otra, los procedimientos simbólicos y gráficos que establecen la relación entre los parámetros de la forma canónica, y las transformaciones gráficas a partir de la forma simbólica estándar.

En la Tabla 41 he identificado algunas de las capacidades que están implicadas en este problema.

<i>Ejecutar, comunicar y justificar los procedimientos de transformaciones simbólicas</i>	
C1	Completación de cuadrados
C2	Expansión
C3	Factorización
<i>Identificar, mostrar y justificar los parámetros</i>	
C4	Forma canónica (a, h, k)
C5	Forma foco (p, h, k)
C6	Forma estándar (a, b, c)
C7	Forma multiplicativa (a, r1, r2)
<i>Identificar, mostrar y justificar los siguientes elementos gráficos</i>	
C8	Coordenadas del vértice
C9	Puntos de corte con el eje Y
C10	Puntos de corte con el eje X
C11	Coordenadas del foco
C12	Ubicación de la directriz
C13	Ubicación del eje de simetría
<i>Ejecutar, comunicar y justificar los procedimientos de transformaciones gráficas</i>	
C14	Traslación horizontal
C15	Traslación vertical
C16	Dilatación

Tabla 41. Capacidades para el manejo del significado gráfico de los parámetros de las formas simbólicas

Un *camino de aprendizaje de una tarea* es una secuencia de capacidades que los escolares pueden poner en juego para resolverla. Los caminos de aprendizaje de una tarea se pueden representar en un grafo en el que se agrupan las capacidades correspondientes al objetivo de aprendizaje y se establece la secuencia de capacidades mediante vínculos entre ellas. La Figura 82 muestra un camino de aprendizaje para la tarea T_1 , “dado que 2 y 6 son los cortes con el eje X de una parábola con dilatación 1, encontrar las coordenadas del vértice”: reconocer los cortes en el eje X como elemento gráfico (C10), reconocer que esos cortes corresponden a los valores de r_1 y r_2 en la forma multiplicativa de la función cuadrática (C7), utilizar el procedimiento de expansión (C2) para obtener la forma estándar y reconocerla (C6), utilizar el procedimiento de completación de cuadrados (C1) para obtener la forma canónica e identificar y reconocer sus parámetros h y k (C4) y reconocer los valores de esos parámetros como las coordenadas del vértice en la representación gráfica (C8).

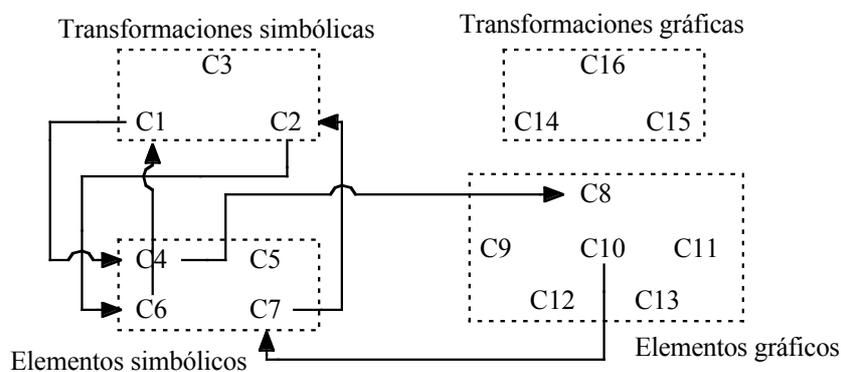


Figura 82. Camino de aprendizaje para la tarea T_1

El camino de aprendizaje para la tarea T_1 que represento en la Figura 82 informa al profesor sobre una secuencia *ideal* de capacidades que los escolares podrían poner en juego al abordar la tarea. La denomino *ideal* porque es la secuencia que surge de las condiciones que imponen la tarea y el núcleo de contenido que corresponde al objetivo de aprendizaje. Desde esta perspectiva ideal, es posible hablar de los caminos de aprendizaje que corresponden a un objetivo de aprendizaje. Para ello, el profesor puede definir el conjunto de tareas (o tipos de tareas) que caracterizan el objetivo, en el sentido de que el profesor considera que un individuo ha logrado el objetivo cuando es capaz de resolver dichas tareas¹⁵⁴. Los caminos de aprendizaje de un objetivo son entonces aquellos que corresponden a esas tareas. Un camino de aprendizaje es más que las capacidades que lo componen: es la secuencia de capacidades que permiten resolver un cierto tipo de tareas.

Al caracterizar un objetivo de aprendizaje en términos de sus caminos de aprendizaje, el profesor debe tener en cuenta su conocimiento sobre los errores y

¹⁵⁴ Me refiero aquí a tareas *no* rutinarias para las que los escolares, antes de la instrucción, no conocen procedimientos preestablecidos. Por lo tanto, en el contexto de una planificación concreta, las tareas que caracterizan un objetivo son, desde la perspectiva de los escolares, diferentes de las tareas que caracterizan las capacidades. Éstas últimas son tareas rutinarias.

dificultades de los escolares. El profesor puede entonces incluir esta información en su análisis de los caminos de aprendizaje para un objetivo. La enumeración y descripción de dificultades tiene sentido cuando ya se han identificado y caracterizado las capacidades correspondientes al núcleo de contenido al que se refiere el objetivo de aprendizaje para el que el profesor desea producir una planificación. El análisis de las dificultades indica las cuestiones claves que hay que tener en cuenta dentro de ese proceso. Son secuencias de capacidades de la red de caminos de aprendizaje sobre los que el profesor debe insistir.

Qué caminos recorran los escolares dependerá de las tareas que se les proponga. La descripción de las capacidades y de los posibles caminos de aprendizaje le permite al profesor producir conjeturas sobre esos caminos y, al hacerlo, revisar las tareas que puede proponer en su diseño. Dado que, en el caso de la formación inicial, las tareas no se llevarán a la práctica, el proceso es hipotético.

2.4. Análisis de Instrucción

La separación entre el análisis cognitivo y el análisis de instrucción es analítica: estos dos análisis dependen el uno del otro. En lo que sigue, utilizaré el término *tarea* para referirme a las instrucciones que el profesor da a los escolares; y me referiré, por otro lado, a las *actividades* de los escolares y del profesor, con motivo de una tarea. En los dos puntos anteriores se encuentran implícitas varias cuestiones que conviene hacer explícitas:

- ◆ al asignar una tarea, el profesor tiene un propósito con respecto al aprendizaje de los escolares que puede enunciarse en términos de competencias;
- ◆ al abordar una tarea, los escolares tienen un propósito (resolverla);
- ◆ las actividades de los escolares y del profesor se componen de acciones que pretenden lograr los propósitos correspondientes;
- ◆ al ejecutar dichas acciones, tanto escolares, como profesor, ponen en juego una colección de capacidades (que contribuyen al desarrollo de las competencias);
- ◆ la planificación del profesor, debe incluir, no solamente el análisis y selección de las tareas, sino también la previsión de las posibles acciones de los escolares al abordar una tarea y de las capacidades que ellos pueden poner en juego al realizarlas.

Ilustro gráficamente estas relaciones en la Figura 83, en la que se observa la estrecha relación entre la noción de tarea y las nociones de capacidad y competencia en las que basé el análisis cognitivo.

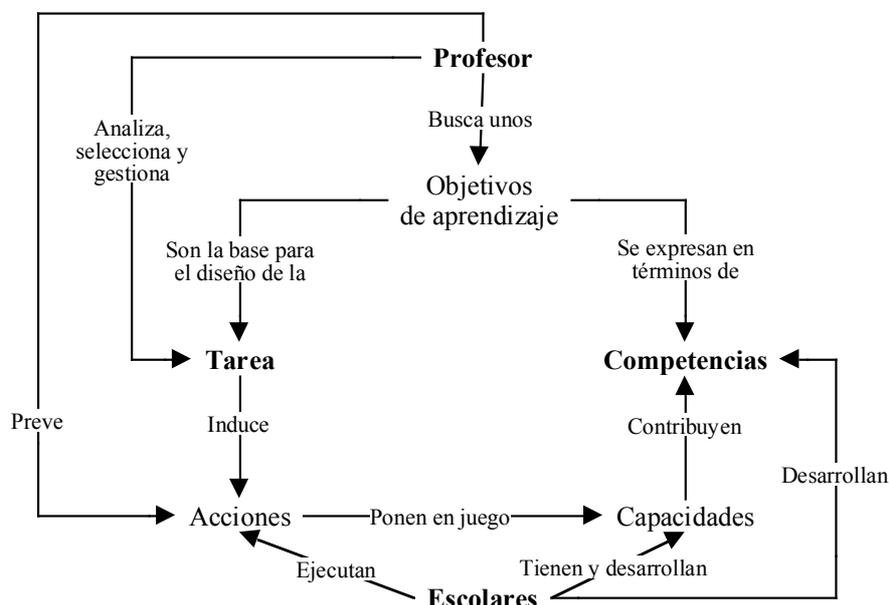


Figura 83. Tarea y competencias

El foco de mi interés se centra en el análisis de tareas como recurso para el logro de los objetivos de aprendizaje. En este sentido, el criterio central para clasificar una tarea es su relación con las competencias en virtud de las cuales el profesor establece los objetivos de aprendizaje y con las capacidades que contribuyen a esas competencias. Entonces, en cambio de hablar de clasificación de tareas, hablaré de análisis y evaluación de tareas.

El modelo de la Figura 83 sienta las bases para este propósito. El análisis de una tarea parte de la caracterización del objetivo de aprendizaje en términos de su contribución a las competencias y sus caminos de aprendizaje y debe ser un procedimiento que permita:

1. identificar las capacidades (y los posibles vínculos entre ellas) que se pueden poner en juego cuando los escolares la aborden;
2. construir el grafo de los caminos de aprendizaje que los escolares pueden recorrer cuando aborden la tarea;
3. identificar las competencias a las que esas capacidades, con la tarea en cuestión, pueden contribuir y en qué medida; y
4. evaluar la pertinencia de la tarea a partir de esta información.

Hasta ahora, en este apartado, he sugerido un procedimiento que, para una tarea ya diseñada, permite analizarla y evaluarla. Pero, ¿cómo seleccionar, diseñar o adaptar tareas? Las tareas a las que me refiero son tareas no rutinarias. Me refiero, por lo tanto, a lo que en la literatura se conoce como “problemas” y al correspondiente proceso de resolución de problemas.

Esto me lleva a resaltar la modelización de fenómenos en la selección de las tareas. En el marco del análisis de contenido, describí la idea de modelo como una

relación biunívoca entre elementos y propiedades de una subestructura de la estructura matemática y características estructurales de fenómenos sociales, naturales y matemáticos y establecí su relación con el análisis fenomenológico. Estas relaciones entre estructura matemática y fenómenos se expresan, por parte de los escolares a la hora de abordar una tarea, en el proceso de modelización y en las destrezas, los razonamientos y las estrategias que ellos deben desarrollar para identificar el modelo matemático que corresponde a un fenómeno (o a un problema que se refiere a un fenómeno), para expresar ese fenómeno o problema en términos de uno o más sistemas de representación, para resolver el problema o interpretar el fenómeno dentro de esos sistemas de representación, para traducir la solución o la interpretación en términos del fenómeno, y para verificar esa solución o interpretación. En consecuencia, el profesor debe realizar dos procedimientos a la hora de analizar o diseñar una tarea: el análisis fenomenológico, como el procedimiento que le permite establecer la relación entre fenómenos (y los problemas que se refieren a ellos) y la estructura matemática; y la simplificación del fenómeno o problema, es decir, la transformación que el profesor debe hacer del problema del mundo real a un texto del tipo que comúnmente se conoce como problema de palabras (Ortíz, 2000, p. 15).

El universo de tareas disponibles puede ampliarse si el profesor tiene en cuenta los materiales y recursos disponibles y la manera como estos materiales y recursos permiten diseñar experiencias matemáticas complementarias a aquellas que es posible proponer con papel y lápiz. Los materiales y recursos pueden transformar las estrategias que profesor y escolares utilizan para representar los conceptos y estructuras conceptuales que forman parte de la estructura matemática (Gómez, 1997). Al introducir un recurso y utilizarlo en el diseño de las tareas, el profesor puede inducir a los escolares a poner en juego capacidades que no aparecerían si el recurso no estuviese disponible. Es en este sentido que los recursos (y, en particular, la tecnología) permite a los escolares vivir nuevas “experiencias matemáticas”. No obstante, esta situación no afecta el procedimiento de análisis de tareas que he propuesto en esta sección. El profesor tendrán que formular conjeturas sobre las acciones que realizarán los escolares, sobre las capacidades que ellos pondrán en juego para ejecutarlas y sobre las competencias a las que estas capacidades contribuyen (ver Figura 83). Tanto la tabla de Capacidades–Competencias, como el grafo de caminos de aprendizaje cambiarán. Por lo tanto, la pertinencia del uso de un recurso en una tarea será una función de su contribución a los objetivos de aprendizaje y de comparar esta contribución con el resultado del análisis de tareas alternativas.

2.5. Análisis de Actuación

El propósito del análisis de actuación es producir información que permita determinar la comprensión de los escolares en ese momento, los contenidos a tratar en el aula y los objetivos de aprendizaje que se deben buscar. En una primera fase, el profesor puede comparar sus previsiones sobre lo que iba a suceder en el aula con lo que realmente sucedió. Para ello, él puede:

- ◆ establecer en qué medida se lograron los objetivos de aprendizaje, al identificar qué capacidades se pusieron en juego y en qué medida estas capacidades contribuyeron a las competencias que consideraba pertinentes;

- ◆ revisar si las tareas pusieron en juego aquellas capacidades para las que el profesor preveía que los escolares pudieran manifestar dificultades, si esas dificultades se manifestaron (los escolares incurrieron en errores al poner en juego esas capacidades) y si se logró algún progreso en la superación de dichas dificultades;
- ◆ identificar aquellas capacidades que se pusieron en juego y aquéllas que no; y
- ◆ reconocer aquellas capacidades, dificultades y estrategias no previstas y que se manifestaron en la práctica.

En resumen, el profesor puede producir la tabla de Capacidades–Competencias y los caminos de aprendizaje que se deducen de la actuación de los escolares y compararlos con los que él había previsto. La información que resulta de este análisis es relevante, en una segunda fase del análisis de actuación, para:

- ◆ revisar la pertinencia de las tareas que utilizó en el aula;
- ◆ producir la tabla de Capacidades–Competencias para el nuevo ciclo;
- ◆ expresar, en posibles caminos de aprendizaje, sus conjeturas sobre cómo se puede desarrollar el aprendizaje de los escolares; y
- ◆ diseñar, analizar y seleccionar las tareas que conformarán las actividades de enseñanza y aprendizaje.

3. CONOCIMIENTO DIDÁCTICO

En este apartado, abordo la segunda pregunta:

¿Cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúa eficaz y eficientemente?

La literatura de investigación sobre el conocimiento del profesor en general y del profesor de matemáticas en particular es extensa y variada. Se han formulado diversas respuestas a esta pregunta (o a preguntas relacionadas). En particular, la noción de conocimiento pedagógico de contenido propuesta por Shulman (1986) ha sido una de las contribuciones más importantes a la reflexión sobre el tema. No obstante, el carácter general de la propuesta original de Shulman no permite explorar con detalle la problemática del conocimiento del profesor de matemáticas. La mayor parte de las taxonomías del conocimiento del profesor se basan en o utilizan esta noción y dividen en compartimentos estancos un conocimiento que, en la práctica, se pone en juego de manera integrada. Establezco el significado que le daré en este documento a la expresión “conocimiento didáctico” y concreto algunas de sus características. Sostengo que la reflexión sobre el conocimiento del profesor debe partir de un visión funcional de tal forma que los conocimientos del profesor sean una consecuencia del análisis y descripción de las actividades que él debe realizar para planificar, gestionar y evaluar la instrucción. Por lo tanto, la problemática del conocimiento del profesor se debe considerar, más bien, como la integración de conocimientos, habilidades y actitudes para la acción. Esta aproximación da lugar a la noción de competencias profesionales del profesor, noción que ha adquirido gran importancia recientemente, con motivo de la creación de un área integrada de educación superior en Europa. No obstante, las propuestas sobre competencias del profesor de matemáticas son, por ahora, listados de competen-

cias genéricas y específicas en las que no es posible identificar la relación entre ellas, ni su función en la actuación del profesor de matemáticas. Por esa razón, sugiero que, al utilizar el análisis didáctico como referencia para la actuación del profesor, es posible determinar sistemáticamente y organizar estructuradamente las capacidades que contribuyen a las competencias del profesor de matemáticas. Desarrollo esta idea con respecto a la competencia de planificación del profesor de matemáticas.

3.1. Conocimiento Pedagógico de Contenido: una Noción Potente

Hasta comienzos de la década de los ochenta, se aceptó, de manera más o menos generalizada, que el conocimiento del profesor se podía caracterizar por dos componentes independientes y complementarias: un conocimiento de la disciplina (contenido) y un conocimiento de aspectos pedagógicos generales. Al mismo tiempo que criticó esta visión, Shulman (1987) produjo una clasificación más extendida de los conocimientos del profesor que ha sido mantenida, con algunas modificaciones, por la mayoría de los investigadores. Esta clasificación incluye siete categorías del conocimiento del profesor: temático de contenido, pedagógico de contenido, de otras áreas, del currículo, de los aprendices, de las metas educativas, y pedagógico general (p. 8). Clasificaciones como las de Shulman y Bromme (1994) implican necesariamente una separación (al menos analítica) entre los diferentes conocimientos del profesor.

El significado de la noción de conocimiento pedagógico de contenido no ha evolucionado de manera relevante en la literatura de investigación en educación matemática, en particular, y de la educación, en general, durante la última década y media. Con algunas excepciones (e.g., Ball et al., 2005; Geddis y Wood, 1997; Morine-Dershimer y Kent, 2001), la mayoría de los trabajos que mencionan la noción la siguen utilizando con el significado general propuesto por Shulman, como el conocimiento necesario para transformar un contenido para la enseñanza (Kinach, 2002, p. 53). La preocupación de Shulman se centraba en la brecha entre el conocimiento académico y disciplinar que puede tener el profesor sobre un tema específico y la forma que debe asumir ese conocimiento para ser transmitido en el aula. Se refería, por lo tanto, a la transformación de un contenido prescrito en unos contenidos propuestos. Pero, si asumimos una posición constructivista del aprendizaje, entonces el problema no es producir un *discurso* para transmitir un conocimiento, sino diseñar y gestionar unas *actividades* con las que los escolares puedan construir su conocimiento y el profesor pueda lograr los objetivos de aprendizaje que se ha impuesto. Por lo tanto, es necesario extender la idea de una transformación del contenido prescrito en un contenido propuesto. *El producto de la transformación no es, en sí mismo, un contenido, sino unas actividades.* Pero el diseño y gestión de esas actividades de enseñanza y aprendizaje requieren de la identificación, organización y selección de los significados de referencia del concepto objeto de la instrucción, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar las actividades de enseñanza y aprendizaje correspondientes. Este análisis — el análisis didáctico — está sujeto a unos procedimientos y herramientas, y se encuentra condicionado tanto por las creencias y metas del profesor, como por las características de los contextos sociales, educativos, institucionales y del aula. En otras palabras, cuando queremos hablar de un “profesor eficiente” [como lo hacen

Cooney (1994) y otros] o de “formas pedagógicamente potentes” (como lo hace Shulman), no podemos pensar, como lo sugiere Carlsen (2001), en un conocimiento preestablecido, estático y neutro. Estamos más bien hablando de *una integración de conocimientos, habilidades y actitudes para la acción*. En nuestro caso, estamos hablando de las competencias del profesor para planificar unidades didácticas.

3.2. Conocimiento Didáctico en la Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria

Utilizaré la expresión *conocimiento didáctico* para referirme a los conocimientos y destrezas que son necesarios para realizar el análisis didáctico de un tema matemático. El análisis didáctico está compuesto por un conjunto de procedimientos que permiten analizar una estructura matemática concreta desde varias perspectivas (del contenido, cognitiva, de instrucción y de actuación). Estos procedimientos se fundamentan en unas nociones, los organizadores del currículo, que surgen de la disciplina de la Didáctica de la Matemática. Por ejemplo, el procedimiento para realizar el análisis de contenido de una estructura matemática se basa en los organizadores del currículo que he identificado como sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología. En la literatura en Didáctica de la Matemática se encuentra una variedad de posibles significados para las nociones (los organizadores del currículo) que se ponen en juego en el análisis didáctico. Identifico a este conocimiento como el *conocimiento didáctico disciplinar de referencia*.

Para efectos de diseñar la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato, hemos hecho una interpretación del conocimiento didáctico disciplinar de referencia y hemos seleccionado unos significados singulares para cada uno de los organizadores del currículo. Éste es el *conocimiento didáctico de referencia para la asignatura*. Esto es, el conjunto de conocimientos y destrezas que, como diseñadores de este plan de formación, hemos tomado como opción dentro del conocimiento didáctico disciplinar de referencia y que esperamos que los futuros profesores interpreten y construyan como uno de los resultados de su formación.

Al participar en un plan de formación inicial (en particular, la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato) los futuros profesores (y los grupos de futuros profesores) interpretan el conocimiento didáctico de referencia y construyen un conocimiento (individual o del grupo). Éste es el *conocimiento didáctico del futuro profesor o del grupo de futuros profesores*. Es un conocimiento en permanente evolución y, de hecho, mi interés empírico en este proyecto de investigación se centra en describir, caracterizar y explicar (parcialmente) los procesos en virtud de los cuales los grupos de futuros profesores desarrollaron su conocimiento didáctico. Haré por tanto referencia al *significado que un futuro profesor o un grupo de futuros profesores tiene (o desarrolla) con respecto a un organizador del currículo*. En este proyecto de investigación, centro mi atención en el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores sobre los organizadores del currículo del análisis de contenido.

El significado de referencia de cada organizador del currículo se puede considerar atendiendo a tres aspectos diferentes, pero relacionados. Estos son los significados teórico, técnico y práctico de cada organizador del currículo. El *significa-*

*do teórico*¹⁵⁵ de un organizador del currículo se refiere a la opción que, como formadores, hemos tomado para el significado del organizador del currículo dentro de la variedad de posibles significados que existen en la literatura en Didáctica de la Matemática. Este significado teórico fundamenta un conjunto de estrategias ideales de análisis de un concepto matemático que configuran el *significado técnico* de cada organizador del currículo. Estos significados técnicos, aunque basados en los significados teóricos, los sobrepasan, al destacar el carácter de herramienta analítica que asume cada una de las nociones.

El análisis de la estructura matemática por medio de cada organizador del currículo tiene un propósito práctico: la información que surge de estos análisis debe sustentar la planificación que esperamos que realicen los grupos de futuros profesores. Llamo *significado práctico* de un organizador del currículo al conjunto de estrategias y técnicas necesarias para utilizar la información que surge del análisis de la estructura matemática con ese organizador del currículo en los demás análisis que conforman el análisis didáctico y en el diseño de la unidad didáctica.

Entiendo el conocimiento didáctico de un grupo de futuros profesores como el conjunto de conocimientos y habilidades que los facultan para abordar el análisis de una estructura matemática con el propósito de producir y justificar una planificación. Desde esta perspectiva, el conocimiento didáctico de un grupo de futuros profesores se configura alrededor de un conjunto estructurado de capacidades que caracterizan su competencia de planificación.

3.3. Análisis Didáctico y Capacidades y Competencias del Profesor de Matemáticas

El significado de la noción de competencia y de sus implicaciones para una educación basada en la competencia han evolucionado en el tiempo. La mayoría de las definiciones recientes de esta noción tienen rasgos comunes:

El ser competente involucra una combinación de atributos (conocimiento, capacidades, habilidades, actitudes) estructurados en competencias que le permiten a un individuo o a un grupo asumir un papel o realizar una colección de tareas a un nivel o grado de calidad adecuado (esto es, un estándar adecuado) en una situación particular y, por lo tanto, hacen que ese individuo o grupo sea competente en ese papel... (Preston y Walker, 1993, p. 118, en bastardilla en el original)

En el contexto europeo de formación superior, la noción de competencia ha adquirido importancia con motivo del proyecto *Tuning*. Este proyecto se centra en la caracterización de competencias genéricas y específicas para los graduandos de primer y segundo ciclos. En este marco y, dentro del contexto de la definición de competencias para la licenciatura de matemáticas en España, la Subcomisión Española del ICMI, durante el Seminario Itermat (Recio, 2004), estableció unas competencias generales y específicas para la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria (Rico, 2004c, pp. 8-9).

Busco explorar la descripción de las competencias del profesor de matemáticas desde una perspectiva analítica. Utilizaré la descripción del análisis didáctico para identificar las *capacidades* que pueden contribuir al desarrollo de algunas de

¹⁵⁵ De nuevo, aquí debería usar la expresión “significado teórico de referencia para la asignatura”.

las competencias del profesor de matemáticas. Enumeraré y organizaré estas capacidades de acuerdo con los cuatro análisis que conforman el análisis didáctico. Éstas son, por lo tanto, las capacidades que considero necesarias para planificar, llevar a la práctica y evaluar una unidad didáctica sobre un tema matemático concreto. En el caso del análisis de contenido, los procedimientos que conforman el análisis didáctico indican que, para las tres dimensiones del significado de un concepto, el profesor debe ser capaz de:

- ◆ recabar la información necesaria que le permita identificar los significados del concepto;
- ◆ organizar esta información de tal forma que sea útil para la planificación;
- ◆ seleccionar, a partir de esta información, aquellos significados que él considera relevantes para la instrucción, al tener en cuenta las condiciones de los contextos sociales, educativos e institucionales; y
- ◆ seleccionar los significados de referencia al tener en cuenta las condiciones del contexto del aula (que surgen de la información que se obtiene del análisis cognitivo).

Si se tienen en cuenta los procedimientos que conforman el análisis didáctico, entonces es posible desarrollar en detalle las capacidades básicas que surgen de cada análisis. Por ejemplo, las dos primeras capacidades del análisis de contenido se refieren a la identificación y organización de los significados de un concepto matemático. Si consideramos las dimensiones de sistemas de representación y estructura conceptual de estos significados, entonces, para realizar estos procedimientos, el profesor debe ser capaz, para el concepto correspondiente, de:

1. identificar sus elementos (objetos, conceptos y estructuras matemáticas),
2. determinar las diferentes representaciones de esos elementos y
3. establecer las relaciones entre los elementos y entre sus representaciones.

Si profundizamos en el detalle de la capacidad 3, observamos que esta capacidad implica que el profesor debe ser capaz de establecer las relaciones:

- ◆ entre el concepto y los conceptos de la estructura matemática que dicho concepto configura,
- ◆ entre el concepto y los objetos que son casos particulares de dicho concepto,
- ◆ entre el concepto y los conceptos que pertenecen a la estructura matemática de la que el concepto forma parte,
- ◆ entre pares de signos que designan el mismo objeto o concepto, dentro de un mismo sistema de representación (transformaciones sintácticas invariantes),
- ◆ entre pares de signos que designan el mismo objeto o concepto pertenecientes a sistemas de representación diferentes (traducción entre sistemas de representación) y
- ◆ entre pares de signos que designan dos objetos o conceptos diferentes dentro de un mismo sistema de representación (transformaciones sintácticas variantes).

En el ejemplo que acabo de presentar se aprecia la estructura de las capacidades que contribuyen a la competencia de planificación del profesor de matemáticas.

Es posible identificar unas capacidades básicas que contribuyen a esta competencia y estructurarlas de acuerdo con los análisis que conforman el análisis didáctico. Sólo he analizado una de las capacidades básicas correspondientes al análisis de contenido, como ejemplo de cómo se podría caracterizar en detalle las competencias del profesor de matemáticas. El conjunto de todas las capacidades y de las relaciones entre ellas conforma lo que denomino *conocimiento didáctico*: los conocimientos y destrezas (tanto teóricos, como técnicos y prácticos) necesarios para realizar el análisis didáctico de un tema matemático. En realidad, “la mezcla de contenido y pedagogía en la comprensión de cómo se organizan, representan y adaptan tópicos, problemas o cuestiones particulares a los diversos intereses y capacidades de los estudiantes y cómo se presentan para la instrucción” (Shulman, 1987, p. 8) que se encuentra en el núcleo de la noción de conocimiento pedagógico de contenido es más que una mezcla: es una estructura compleja de conocimientos y capacidades que surge cuando, al considerar la especificidad de un tema, se explora la problemática de diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas.

4. APRENDIZAJE DE LOS FUTUROS PROFESORES

En este apartado, presento el marco conceptual de los estudios empíricos que conforman el proyecto de investigación objeto de este documento. Para ello, asumo un posición con respecto al aprendizaje de los futuros profesores, en el contexto del desarrollo de la asignatura. Con base en esta posición, preciso el significado con el que utilizaré los términos claves de dichos estudios: significados que construyen los grupos de futuros profesores, desarrollo del conocimiento didáctico, estados de desarrollo y factores de desarrollo, entre otros. Para identificar las nociones centrales y las teorías que les dan significado, tengo en cuenta, tanto los objetivos generales y específicos de los estudios empíricos, como las condiciones en las que se realizaron. Adelanto algunos aspectos del diseño de dichos estudios con el propósito de delimitar el ámbito de la discusión.

El diseño de la asignatura impuso condiciones para la realización de los estudios empíricos. En dicho diseño, se buscó que los profesores desarrollaran competencias para el diseño de unidades didácticas. Estas competencias tenían como marco de referencia el análisis didáctico y las nociones que éste organiza. En particular, con respecto al análisis de contenido, en la asignatura se buscó que los futuros profesores desarrollaran un conocimiento sobre las nociones de sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología y que desarrollaran las capacidades necesarias para poner en juego dicho conocimiento a efectos de recabar y organizar información sobre un concepto concreto y utilizar esa información para producir y justificar el diseño de una unidad didáctica. Los futuros profesores trabajaron en grupo y en la asignatura se promovió la interacción entre ellos. La información disponible para los estudios empíricos fue aquella que surgió naturalmente del desarrollo normal de la asignatura (las producciones y las actuaciones de los futuros profesores cuando abordaron y realizaron las tareas que se les requirió).

4.1. Aprendizaje de los Futuros Profesores

Las diferentes teorías sobre el aprendizaje no son necesariamente contradictorias entre sí. El aprendizaje es un fenómeno multidimensional. Cada teoría tiene sus focos de interés y sus esquemas de investigación con los que ilumina diferentes aspectos de dicho fenómeno (Anderson et al., 2000). Por ejemplo, diferentes visiones acerca de la naturaleza del conocimiento implican posiciones diferentes con respecto al aprendizaje (Putnam y Borko, 2000). No obstante, en el caso de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, debemos constatar que los profesores no trabajan, ni aprenden solos. Enseñar y aprender a enseñar son prácticas sociales que requieren colaboración entre pares (Secada y Adajian, 1997). La formación inicial de profesores de matemáticas es una práctica social compleja. La aproximación sociocultural atiende a esta complejidad (Adler, 1998; Lerman, 2001, p. 45). La investigación en la formación de profesores desde esta perspectiva permite explorar y caracterizar aspectos del proceso de cambio del profesor que las perspectivas tradicionales psicológicas no permiten ver (Stein y Brown, 1997, p. 155), puesto que estas últimas tienden a estudiar el proceso de desarrollo de profesores individuales en contextos altamente estructurados.

Al tener en cuenta los argumentos anteriores y constatar los objetivos de los estudios empíricos y la información recogida para ellos, he seleccionado la teoría social del aprendizaje de Wenger (1998) como fundamento conceptual sobre el aprendizaje de los futuros profesores. En esta teoría, se mira el aprendizaje como un fenómeno social que forma parte de la experiencia de participar socialmente en el mundo. La idea de participación se refiere a un “proceso amplio de ser participante activo en las prácticas de comunidades sociales y de construir identidades en relación con esas comunidades” (p. 4). El aprendizaje como participación social se basa en cuatro nociones:

- ◆ *significado*, como nuestra habilidad cambiante (individual y colectiva) para experimentar de manera significativa nuestra vida y el mundo;
- ◆ *práctica*, como nuestros recursos, esquemas y perspectivas históricas y sociales compartidas que pueden soportar el compromiso mutuo en la acción;
- ◆ *comunidad*, como las configuraciones sociales en las que nuestras empresas se definen como valiosas y nuestra participación se reconoce como competente; e
- ◆ *identidad*, como expresión de cómo el aprendizaje cambia quiénes somos y la creación de historias personales de convertirse en el contexto de nuestras comunidades.

Se ubica la noción de significado en un proceso de negociación de significado que surge de la interacción entre otros dos procesos: la participación y la materialización. A través de la participación establecemos relaciones con otras personas, definimos nuestra manera de formar parte de comunidades en las que nos comprometemos con unas empresas, y desarrollamos nuestra identidad. A través de la materialización proyectamos nuestros significados y los percibimos como existentes en el mundo de tal manera que logramos congelar nuestra experiencia en cosas concretas.

La noción de comunidad se configura basándose en tres nociones:

- ◆ el *compromiso mutuo*, como el compromiso con acciones cuyo significado se negocia y que genera relaciones entre personas;
- ◆ una *empresa conjunta*, que se negocia colectiva y permanentemente, que genera una responsabilidad mutua y que determina lo que se valora, se discute y se muestra; y
- ◆ un *repertorio compartido*, que incluye los recursos para la negociación de significados, el discurso que permite hacer afirmaciones significativas acerca del mundo y los estilos para expresar formas de membresía e identidad como miembros.

La práctica es una estructura emergente inestable y el aprendizaje en la práctica implica un compromiso mutuo en la búsqueda de una empresa con un repertorio compartido. Por lo tanto, el aprendizaje emerge en la medida en que:

- ◆ evolucionan diferentes formas de compromiso mutuo;
- ◆ se comprende y se refina la empresa; y
- ◆ se desarrolla el repertorio compartido.

El compromiso mutuo genera relaciones entre las personas y las conecta de maneras diversas y complejas. El desarrollo de la práctica implica mantener suficiente compromiso mutuo en la búsqueda de la empresa, junto con compartir un aprendizaje significativo. La evolución de diferentes formas de compromiso mutuo se caracteriza por:

- ◆ cómo influye el entorno (qué ayuda y qué molesta),
- ◆ cómo se definen las identidades,
- ◆ cómo se desarrollan las relaciones, y
- ◆ cómo se genera, negocia y materializa el significado.

La empresa conjunta de una práctica se negocia colectiva y permanentemente y crea relaciones de responsabilidad mutua entre los participantes que determinan lo que se valora, lo que se discute, lo que se justifica y lo que se muestra. El régimen de responsabilidad mutua se convierte en una parte integral de la práctica. El proceso de comprender y afinar la empresa se caracteriza por:

- ◆ el papel de las condiciones externas,
- ◆ las características del discurso (qué se discute, se muestra y se valora), y
- ◆ la definición de la empresa y las responsabilidades.

La búsqueda conjunta de la empresa crea recursos para la negociación de significado. Estos recursos, son el repertorio compartido: incluye rutinas, herramientas, símbolos, acciones o conceptos que la comunidad ha creado o adoptado y que se han convertido en parte de su práctica. “El repertorio incluye el discurso en virtud del cual los miembros crean afirmaciones significativas acerca del mundo, como también los estilos mediante los cuales ellos expresan su formas de membresía y su identidad como miembros” (p. 83). El repertorio refleja la historia de la responsabilidad mutua y permanece inherentemente ambiguo. Tanto la historia como la ambigüedad aportan a la creación de significado, pero también pueden generar obstáculos. El desarrollo del repertorio compartido se caracteriza por:

- ◆ los estilos de expresión y las rutinas de trabajo y
- ◆ los recursos de negociación de significado.

4.2. Dos Comunidades de Práctica. Significados Parciales, Teóricos, Técnicos y Prácticos

En el contexto de la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato y teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, conceptualizo dos entornos de trabajo como comunidades de práctica:

- ◆ la *comunidad de práctica del aula*, en la que se comentan y critican las producciones de los grupos de futuros profesores, y se negocia y se decide sobre los significados puestos en juego (en muchas ocasiones sin referencia a un tema específico); y
- ◆ la *comunidad de práctica de cada grupo de futuros profesores*, en la que se negocian y se decide sobre los significados (en la mayoría de las ocasiones específicos al tema del grupo) que se ponen en juego al elaborar las producciones que el grupo presentará a sus compañeros y a los formadores.

Mi interés en este proyecto de investigación se centra en los procesos de aprendizaje que tienen lugar en las comunidades de práctica de cada uno de los grupos. Dada la metodología de trabajo de la asignatura, los resultados de estos procesos de aprendizaje se hacen explícitos en la comunidad de práctica del aula, cuando cada grupo, de manera periódica y sistemática, realiza sus presentaciones ante los demás. Por lo tanto, la comunidad de práctica del aula condiciona las actividades de las comunidades de práctica de los grupos: para cada presentación, cada grupo debe llegar a un consenso acerca de la tarea en cuestión. Este consenso se hace explícito en la información contenida en las transparencias que el grupo utiliza para hacer su presentación y en las actuaciones de los miembros del grupo en el aula.

Considero, por lo tanto, que la información contenida en las transparencias y las actuaciones en el aula de los miembros de un grupo son manifestaciones de los significados que dicho grupo ha construido hasta ese momento. Utilizo el término *significados parciales* para referirme a estos significados. Los denomino “parciales” porque quiero dar a entender que los significados que un grupo ha construido en un momento dado de la asignatura están siempre sujetos a mejora. Son el resultado de lo que el grupo ha aprendido hasta ese momento, como consecuencia de un proceso permanente y dinámico de negociación de significados dentro de la comunidad de práctica del grupo. En otras palabras, para cada presentación, cada grupo ha logrado un cierto desarrollo de su repertorio compartido y sus producciones (transparencias y actuaciones) son expresiones de dicho repertorio compartido.

La exploración y descripción del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores implica, por lo tanto, la caracterización de sus significados parciales, tal y como estos significados se expresan en sus producciones y actuaciones. Recordemos que cada organizador del currículo del análisis de contenido (por ejemplo, la noción de sistemas de representación) tiene diferentes significados. Caracterizo estos significados en términos de las acciones, capacidades y conocimientos que esperamos que el futuro profesor desarrolle al abordar el análisis de un tema matemático concreto. En el contexto de la asignatura, nosotros esperamos que, para cada uno de los organizadores del currículo del análisis didáctico y para un concepto matemático concreto, el futuro profesor:

1. conozca el significado del organizador del currículo;
2. recabe y organice información sobre los significados del concepto en términos del organizador del currículo;
3. use la información obtenida para realizar los otros análisis del análisis didáctico; y
4. use la información de todos los análisis para el diseño de la unidad didáctica.

Estas actividades del profesor corresponden a los significados teórico (1), técnico (2) y práctico (3 y 4) de las nociones que conforman el análisis didáctico y configuran, a su vez, tres tipos de conocimientos del futuro profesor. En este contexto, el *conocimiento teórico* es declarativo e implica la capacidad para describir, en abstracto, la noción. Denomino como *técnico* al conocimiento y a las capacidades para analizar un concepto matemático en términos de un organizador del currículo dado. Por ejemplo, la identificación de las diferentes representaciones de un concepto forma parte del conocimiento técnico. Finalmente, en este contexto, el *conocimiento práctico* involucra las capacidades necesarias para usar, de manera orquestada, una información técnica con un propósito práctico (e.g., la planificación de una unidad didáctica).

La relación entre las actividades que se espera que realice el futuro profesor, los significados de los organizadores del currículo del análisis didáctico y los tipos de conocimientos que están implicados pone de manifiesto la complejidad del conocimiento didáctico y de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. El conocimiento didáctico, como el conocimiento que se pone en juego y se desarrolla al realizar el análisis didáctico, es un *conocimiento para la acción*, tal y como lo caractericé al describirlo en términos de competencias. El desarrollo de este conocimiento requiere que los futuros profesores puedan transformar las nociones que conforman el análisis didáctico en instrumentos. El desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores se fundamenta en un juego entre teoría y práctica, que se puede caracterizar con una adaptación de la teoría de la génesis instrumental (Rabardel, 2003; Rabardel y Bourmaud, 2003; Vérillon, 2000): es a través del uso del organizador del currículo (el instrumento), como mediador entre los futuros profesores y el concepto sobre el que se trabaja, que ellos construyen y desarrollan significados tanto acerca de la noción, como del concepto. La idea de génesis instrumental surge al constatar que un artefacto se convierte en un instrumento en la medida que tienen lugar tres procesos:

1. La *instrumentalización*, como proceso en el que el sujeto transforma y adapta el artefacto a sus necesidades y circunstancias (Rabardel y Bourmaud, 2003, p. 673).
2. La *instrumentación*, como el proceso en el que se generan esquemas de acción (p. 673). Éstas son habilidades de aplicación de la herramienta para realizar tareas significativas (Kaptelinin, 2003, p. 834) que se transforman en técnicas (Artigue, 2002, p. 250). Una técnica es una amalgama de razonamiento y procedimientos rutinarios que permiten resolver una tarea (p. 248).
3. La *integración orquestada*, en virtud de la cual la herramienta se integra a otros artefactos (Kaptelinin, 2003, p. 834).

Estas ideas me permiten conceptualizar los principales aspectos de la actividad de un grupo de futuros profesores, en una fase del ciclo metodológico de tratamiento del análisis didáctico, cuando aborda la tarea de analizar su concepto con la ayuda de un organizador del currículo, o cuando utiliza la información que surge de ese análisis para realizar otros análisis o diseñar la unidad didáctica.

Al realizar las tareas, el grupo desarrolla los procesos de instrumentalización, instrumentación e integración orquestada. Es decir, ellos transforman y adaptan el significado que le asignan al organizador del currículo (instrumento), desarrollan esquemas de aplicación de la herramienta con el propósito, ya sea de recabar información sobre los significados del concepto (objeto), o para usar esa información en los otros análisis, e integran el uso de un instrumento específico (e.g., los sistemas de representación) con los otros instrumentos, para el diseño de la unidad didáctica. *Es a través del uso del instrumento (el organizador del currículo) como mediador entre el grupo de futuros profesores (sujeto) y el concepto sobre el que trabajan (objeto) que el grupo construye y desarrolla significados tanto acerca del organizador del currículo, como del concepto.* Esta actividad, que implica la generación de esquemas de acción, transforma la práctica del grupo.

La génesis instrumental tiene lugar en este proceso de realizar tareas: el artefacto (el organizador del currículo, en su concepción teórica) se transforma en instrumento, en la medida en que el grupo de futuros profesores desarrolla esquemas para resolver la tarea con la ayuda del instrumento. Y es, en este proceso de génesis instrumental, que el grupo negocia significados (del organizador del currículo, del objeto y de los esquemas) que se ponen en juego en la actividad, se materializan en el repertorio compartido y se manifiestan en sus producciones y actuaciones en el aula. Por consiguiente, la noción de génesis instrumental me permite — para el contexto concreto de este proyecto de investigación— precisar y conceptualizar el proceso general de negociación de significados propuesto por Wenger en un proceso más específico que caracteriza las actividades que los grupos de futuros profesores realizan por fuera del aula.

4.3. Desarrollo del Conocimiento Didáctico y Factores de Desarrollo

En el contexto de la teoría social del aprendizaje de Wenger (1998), la noción de desarrollo asume un significado que yo concretaré en un aspecto específico: el desarrollo del repertorio compartido. Al concretar la idea de desarrollo del conocimiento didáctico en el desarrollo del repertorio compartido de cada grupo de futuros profesores puedo relacionar, dentro de un mismo marco conceptual, las nociones de desarrollo y de significado. Siguiendo a Wenger, utilizo la expresión “repertorio compartido” como la materialización de los procesos de negociación de significados que tiene lugar cuando los grupos de futuros profesores, como comunidades de práctica, abordan las tareas de la asignatura. Es entonces el repertorio compartido el que se *desarrolla*. Dado que, cada vez que los grupos de futuros profesores hacen una presentación en clase, ellos deben llegar a un consenso sobre lo que van a proponer, los procesos de negociación de significados se concretan (materializan) sistemática y periódicamente. Esta materialización se expresa en la información contenida en las transparencias utilizadas por los grupos de futuros profesores para hacer sus presentaciones y en las intervenciones de los miembros del grupo sustentando sus propuestas.

Abordo la exploración del aprendizaje de los grupos de futuros profesores, en la perspectiva del desarrollo de su conocimiento didáctico, desde dos vertientes:

1. la descripción y caracterización de las producciones y las actuaciones de los grupos de futuros profesores en su trabajo dentro de la comunidad de aprendizaje del aula y
2. la descripción y caracterización de los procesos de negociación de significado que tienen lugar dentro de la comunidad de aprendizaje de uno de los grupos de futuros profesores.

En la primera vertiente, centro mi interés en las producciones de los grupos de futuros profesores y en algunos aspectos de los procesos de negociación de significado que surgen con motivo de la presentación en el aula de estas producciones. Mi propósito es describir y caracterizar lo que resulta de los procesos de negociación de significado dentro de cada grupo de futuros profesores. En particular, me interesa estudiar cómo las producciones y las actuaciones de cada grupo cambian (evolucionan) en el tiempo, como reflejo de la evolución en los significados puestos en juego por cada grupo al elaborar cada producción y, por lo tanto, como expresión del desarrollo de su repertorio compartido.

En la segunda vertiente, profundizo, para el caso de un grupo concreto de futuros profesores, en los procesos de negociación de significados que dan lugar a esas producciones. En esta segunda vertiente, analizo la constitución y desarrollo de la comunidad de aprendizaje del grupo, siguiendo las pautas de la teoría social del aprendizaje de Wenger.

Conjeturo que es posible identificar patrones en dos aspectos de las producciones de los grupos de profesores. Por un lado, resulta natural pensar que las diferencias (con respecto a un organizador del currículo) en las producciones de los grupos son consecuencia de un número limitado de significados parciales de los grupos. Por lo tanto, espero identificar patrones (categorías) que organicen los significados parciales de los grupos. Estos patrones en los significados parciales deberían expresarse en un número limitado de *atributos* de las producciones. Estos atributos caracterizarían la puesta en juego de esos significados en el análisis y descripción una estructura matemática.

El segundo tipo de patrón tiene que ver con el proceso de cambio en las producciones de los grupos. Conjeturo que, de la misma forma (pero no por las mismas razones) que, para el desarrollo cognitivo del individuo, es posible, en muchas ocasiones, identificar estados que caracterizan ese desarrollo, también es posible pensar que el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores se puede caracterizar en términos de unos *estados de desarrollo*. Cada estado de desarrollo estaría determinado por unos patrones en la evolución de los significados parciales de los grupos de futuros profesores. Si es posible identificar estos estados de desarrollo, entonces mi interés se centrará en explorar cómo los cambios en las producciones de los grupos de futuros profesores pueden ser representativos de, y ser representados por esos estados. De esta manera, lograría una primera aproximación al estudio del desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores.

La idea de estado de desarrollo, como representación de patrones en los significados parciales que los grupos de futuros profesores ponen en juego al elaborar

sus producciones y al interactuar en el aula, me permite concretar la idea de dificultad y progreso de un grupo de futuros profesores. Diré que las producciones o actuaciones de un grupo evidencian una *dificultad* con respecto a una noción cuando producciones sucesivas del grupo no evolucionan, permaneciendo en un mismo estado. En el mismo sentido, hablaré de *progreso y avance* de las producciones de un grupo cuando éstas pasan de estados iniciales a estados más avanzados. En términos de los significados de los grupos de futuros profesores, las dificultades se manifiestan en significados parciales que permanecen a pesar de los esfuerzos de la instrucción para cambiarlos. Los progresos representan la reorganización de esos significados parciales en otros más cercanos a los significados de referencia promovidos por la instrucción.

Me inspiro en la noción de “calidad de la información” que se ha venido desarrollando en la disciplina de manejo de organizaciones para reformular y organizar los atributos de la calidad de la información contenida en las transparencias de los grupos de futuros profesores y expresada en sus intervenciones en clase en tres dimensiones que denomino *factores de desarrollo*: variedad, organización y papel. El factor *variedad* pretende recoger la idea de que, para cada organizador del currículo del análisis de contenido, la descripción de una estructura matemática se puede hacer con mayor o menor cantidad de información, profundidad o complejidad¹⁵⁶. El factor *organización* se refiere a cómo, dentro de una producción, se organiza la información recogida para uno o más organizadores del currículo del análisis de contenido. Finalmente, el tercer factor organizador de los atributos de una producción se refiere a la puesta en práctica de la información recogida para un organizador del currículo dado. Denomino a este factor *papel*, puesto que pretende reflejar el papel que juega cada organizador del currículo del análisis de contenido en los otros aspectos del análisis didáctico.

En resumen, los atributos que, en una producción y para cada organizador del currículo del análisis de contenido, reflejan los significados que un grupo ha puesto en juego para realizarla, se pueden organizar en tres factores: variedad (o complejidad), organización y papel. Estos factores se encuentran relacionados como se muestra en la Figura 84.

¹⁵⁶ Dado que el número de niveles de un mapa conceptual no solamente representa variedad, sino que también es un indicador de su complejidad estructural, denomino a este factor, para el caso concreto de la estructura conceptual, como *complejidad*. El factor organización de la estructura conceptual explora otro aspecto de esta complejidad estructural.

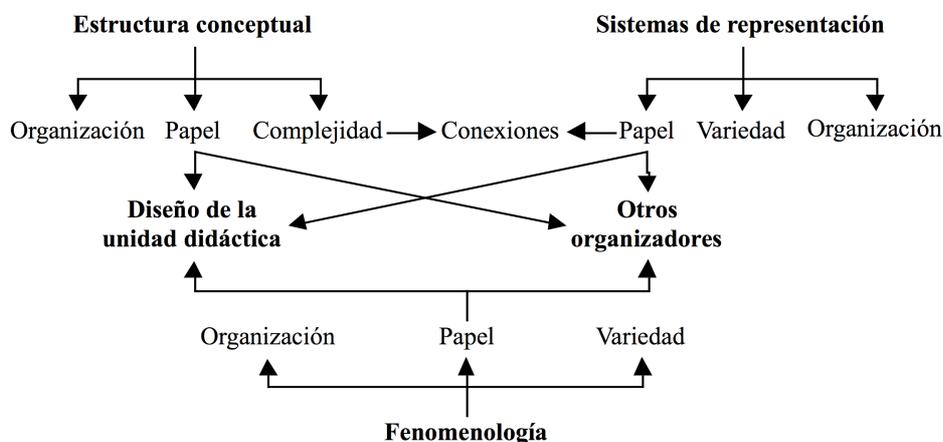


Figura 84. Factores del desarrollo del conocimiento didáctico

Las nociones de significado parcial y conocimiento didáctico se refieren a atributos no observables de los grupos. Para hablar sobre ellos, es necesario referirse a las producciones y actuaciones de los grupos, como expresiones de esos significados y de ese conocimiento. Para precisar la relación entre estos dos aspectos del problema de investigación, establezco los vínculos entre los diferentes elementos que he descrito en este apartado (ver Figura 85).

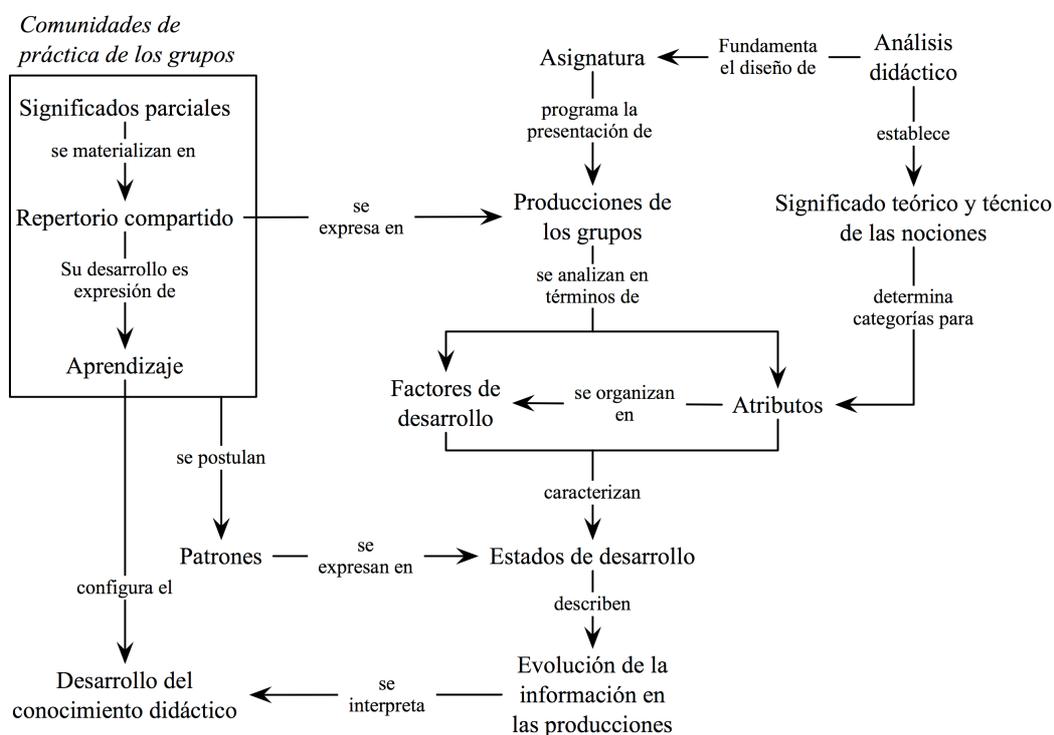


Figura 85. Aprendizaje, producciones y desarrollo del conocimiento didáctico

Comienzo asumiendo una posición con respecto al aprendizaje de los futuros profesores. Ésta es una visión sociocultural del aprendizaje en virtud de la cual cada grupo se conceptualiza como una comunidad de práctica en la que sus miembros negocian significados. Estos significados, que he denominado parciales puesto que están permanentemente sujetos a mejora, se materializan en el repertorio compartido de cada grupo. Las producciones y actuaciones de un grupo al resolver una tarea son la expresión del desarrollo de su repertorio compartido hasta ese momento. El diseño de la asignatura prevé la presentación periódica de estas producciones. El análisis didáctico, como conceptualización de la enseñanza de las matemáticas de secundaria, fundamenta el diseño de la asignatura y establece los significados teóricos, técnicos y prácticos de los organizadores del currículo del análisis de contenido. Estos significados determinan las categorías que se utilizarán para analizar las producciones en términos de unos atributos. Estos atributos se organizan en factores de desarrollo. Se postulan regularidades en el desarrollo del repertorio compartido de los diversos grupos y se supone, por lo tanto, la existencia de patrones que se expresan en unos estados de desarrollo. Se conjetura que los cambios en las producciones de los grupos de futuros profesores pueden ser representativos de, y ser representados por esos estados. En caso de que se puedan caracterizar, estos estados describen un proceso de evolución en la información contenida en las producciones de los grupos. Este proceso puede entonces interpretarse en términos del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, como expresión del desarrollo de su repertorio compartido.

5. DISEÑO DE LA ASIGNATURA

Mis propósitos en este apartado son mostrar el papel de mi propuesta sobre el análisis didáctico y el conocimiento didáctico para fundamentar y conceptualizar la asignatura y describirla como contexto en el que se realizaron los estudios empíricos.

5.1. La Asignatura

Describo la asignatura en el 2000 atendiendo a tres aspectos: el contexto, su fundamentación y su diseño curricular.

Contexto

La política educativa vigente cuando se realizó este proyecto de investigación provenía de la Ley de Reforma Universitaria de 1983 (Boletín Oficial del Estado, 1983), conocida como “la LRU” y la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo de 1990 (Boletín Oficial del Estado, 1990), conocida como “la LOGSE”. En la LOGSE se establecen las condiciones básicas para acceder a la función docente: título de licenciado, ingeniero o arquitecto y el Certificado de Aptitud Pedagógica (CAP). Las universidades ofrecen cursos de post-grado que otorgan este certificado. En el caso de la Universidad de Granada, quienes cursan la Especialidad de Metodología, que describiré en seguida, convalidan el CAP. Habiendo satisfecho estas dos condiciones básicas, quien opta por una plaza de profesor de matemáticas de secundaria debe aprobar las “oposiciones”.

En el 2000, existía un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en la Universidad de Granada. Este plan formaba parte de la licenciatura de matemáticas de esta universidad. La licenciatura ofrecía tres especialidades, denominadas Matemáticas Fundamentales, Estadística y Metodología. Los estudiantes escogían una de ellas al comienzo del cuarto curso. La primera buscaba formar investigadores en matemáticas, la segunda matemáticos con capacidad para desempeñarse en el sector productivo y de servicios y la tercera profesores de matemáticas de secundaria. El plan se configuraba con base en la Especialidad de Metodología.

En la Universidad de Granada, y en la universidad española en general, existe una cultura académica que se puede resumir en un esquema de evaluación sustentado en muy pocos exámenes en los que los estudiantes se “juegan” el éxito en cada asignatura y en un esquema de enseñanza en el que no existen libros de texto y el profesor presenta a manera de cátedra el contenido correspondiente. Como consecuencia, los estudiantes desarrollan un esquema de estudio que se centra en tomar notas durante la clase, organizarlas en casa y estudiarlas, en la mayoría de los casos, con poca anterioridad a los exámenes.

La mayoría de los futuros profesores que participan en la asignatura consideran que tienen una formación matemática sólida. Su principal preocupación cuando comienzan el plan de formación como profesores tiene que ver con la gestión de clase, aspecto de la enseñanza que les genera mayor intranquilidad. Ellos esperan que el plan les proporcione soluciones a lo que ellos perciben como los problemas prácticos que se encontrarán en el aula (Gómez et al., 2002). Por otro lado, dos terceras partes de los futuros profesores tienen alguna experiencia docente anterior al plan de formación, consecuencia de su trabajo en clases particulares o en academias de bachillerato. Esta experiencia docente da lugar a “intuiciones didácticas” que sustentan, con frecuencia, su actuación a la hora de abordar las tareas que realizan en clase (Gómez, 2001a).

Fundamentación

La noción de análisis didáctico se encuentra en el centro de la fundamentación del segundo bloque de la asignatura. Al destacar el papel del análisis didáctico en las actividades del profesor y en la formación inicial de profesores, tomamos partido: partimos de una posición con respecto a cómo los escolares aprenden matemáticas en el aula y proponemos una visión ideal de cómo se debería desarrollar la enseñanza. Establecemos uno de los pivotes de nuestra concepción de la formación de profesores de matemáticas de secundaria: contribuir al desarrollo de las competencias y capacidades necesarias para realizar el análisis didáctico. Nuestra visión sobre el aprendizaje de los futuros profesores es el segundo pivote de la concepción de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en la que se basa el diseño de la asignatura. Hemos asumido una posición de constructivismo social.

La caracterización de los procedimientos que conforman el análisis didáctico y de los significados de referencia de las nociones implicadas en esos procedimientos me permitió identificar y estructurar las capacidades necesarias para la competencia de planificación del profesor de matemáticas de secundaria y, por consiguiente, concretar el conocimiento didáctico que esperamos que los futuros

profesores desarrollen dentro de la asignatura. De esta manera, al asumir una visión funcional de la formación inicial de profesores, fundamento los objetivos y los contenidos del segundo bloque de la asignatura. Por otro lado, los esquemas metodológicos y de evaluación propuestos en el diseño se fundamentan en nuestra posición con respecto al aprendizaje de los futuros profesores.

5.2. Diseño de la Asignatura

Para describir el diseño de la asignatura sigo un esquema curricular y describo brevemente sus finalidades, objetivos, contenidos, metodología y esquema de evaluación.

Finalidades y Objetivos

La finalidad de la asignatura es la de contribuir a la iniciación de la formación del futuro profesor de matemáticas mediante la didáctica de la matemática. En la asignatura se busca contribuir a la formación del futuro profesor en dos dimensiones: el inicio de su participación en las prácticas de la comunidad de educadores matemáticos y el desarrollo de los conocimientos y capacidades necesarias para la planificación de unidades didácticas. Al considerar que la asignatura, como esquema de formación en los procesos de planificación de unidades didácticas, es también una comunidad de práctica, se busca que los futuros profesores desarrollen su capacidad de participación en ella, a través de la construcción de los conocimientos y capacidades necesarios para realizar el análisis didáctico. Estos conocimientos y capacidades se concretan en la construcción social de significados sobre la noción currículo, sobre los fundamentos de las matemáticas escolares y sobre los organizadores del currículo.

Contenidos

Los contenidos de la asignatura se organizan de acuerdo con el esquema de la Figura 86. La asignatura se inicia con un análisis y reflexión sobre la historia de las matemáticas y de la educación matemática en España, que sirve de contexto para la discusión sobre los antecedentes del currículo de matemáticas en el país. La noción de currículo es la idea de base sobre la que se apoyan la mayor parte de los contenidos. Se discute sobre los fines de la educación matemática y se reflexiona sobre los niveles y dimensiones del currículo. Con esta referencia conceptual, se analizan algunos estudios y proyectos curriculares españoles e internacionales, se reflexiona sobre los antecedentes del currículo de matemáticas en España, y se estudia la organización general, los niveles de concreción y los contenidos del currículo de matemáticas para secundaria que se encuentra en vigor en la actualidad.

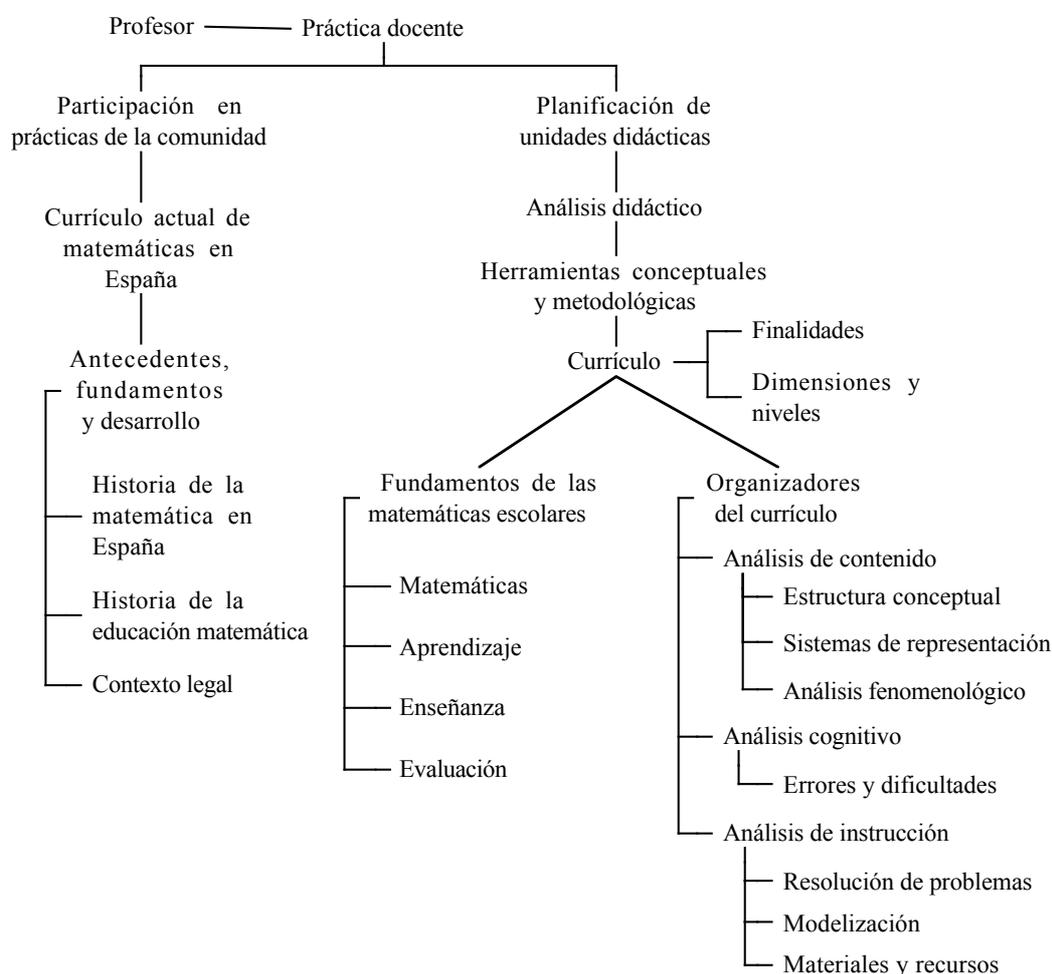


Figura 86. Estructura de contenidos de la asignatura

El análisis didáctico organiza el tratamiento de los organizadores del currículo. Se considera un análisis conceptual general de cada uno de los organizadores del currículo, pero también se estudian las maneras como estas nociones adquieren significados técnicos y prácticos cuando se utilizan para analizar estructuras matemáticas concretas. La asignatura tiene por lo tanto un contenido matemático específico que se manifiesta en las estructuras matemáticas para las que se realiza el análisis didáctico.

Metodología

En la asignatura utilizamos diversos esquemas metodológicos. Describo a continuación aquel que se utiliza de manera sistemática en la simulación del proceso de planificación de una unidad didáctica. Cada grupo de futuros profesores escoge un tema matemático sobre el que realiza el análisis didáctico y diseña una unidad didáctica. El esquema es cíclico. Cada ciclo corresponde a un

organizador del currículo. El orden secuencial en el que se tratan los organizadores del currículo sigue el esquema presentado en la Figura 86.

El ciclo parte de la discusión con la que finaliza el ciclo anterior. En general, esta discusión (por ejemplo, sobre los sistemas de representación) da lugar a la introducción de una nueva noción (por ejemplo, la noción de fenomenología). A partir de esta introducción, proponemos un ejercicio en clase, que consiste en la utilización de dicha noción a una estructura matemática predeterminada o a la estructura matemática en la que cada grupo está trabajando. Los grupos presentan sus propuestas y se discuten posibles significados de la noción en su aplicación práctica. A continuación, los formadores presentamos un ejemplo de la utilización de la noción a una estructura matemática específica (diferente de las que tienen asignadas los grupos) y les pedimos que, para la siguiente sesión de clase, pongan en juego esta noción (y las que se han considerado hasta ese momento) a su estructura matemática. En la siguiente sesión, cada grupo presenta los resultados de su trabajo al resto de la clase. Compañeros y profesores comentan y critican cada presentación. Al final, los formadores promovemos una discusión en la que buscamos formular preguntas y actividades que aborden los errores y dificultades detectados en las presentaciones. En algunas ocasiones, los formadores sugerimos aspectos del significado de referencia del organizador del currículo con el que se está trabajando. El final del ciclo tiene dos partes. Por un lado, los formadores partimos de la discusión anterior para motivar la introducción de una nueva noción. Por el otro, uno de los formadores revisa cada una de las producciones y produce un documento con sus comentarios y sugerencias. Los futuros profesores reciben ese documento durante la siguiente sesión.

Evaluación

Cuando miramos el aula como una comunidad de práctica y consideramos el aprendizaje como el progreso en la participación en esa comunidad, la evaluación se expresa como un componente curricular que está presente permanentemente en todos los aspectos del proceso de formación. Al aceptar que hay un problema común que se busca resolver y que hay herramientas conceptuales y metodológicas que permiten abordarlo, y al compartir sus producciones con el resto de la clase y negociar los significados sociales que rigen el discurso del aula, individuos y grupos pueden reconocer las cualidades y deficiencias de sus contribuciones. El discurso del aula gira alrededor de los significados que individuos y grupos movilizan para resolver los problemas. Por lo tanto, estos significados se encuentran permanentemente evaluados, comentados y criticados. Esta evaluación tiene lugar en las dos comunidades de práctica. Como formadores, guiamos el discurso del aula para resaltar los logros y las deficiencias de las contribuciones propuestas, teniendo en cuenta los conocimientos disciplinares que sirven de referencia al conocimiento didáctico. Por otra parte, para cada producción escrita de los futuros profesores (documento o transparencia de una presentación) producimos un documento en el que formulamos nuestros comentarios, críticas y sugerencias.

La valoración del trabajo de los futuros profesores es el resultado de la valoración de todas sus producciones y de la apreciación de los formadores de la manera como cada futuro profesor progresa en su participación en la comunidad

de práctica del aula. Damos especial atención al trabajo y la presentación final en la que cada grupo presenta y justifica el diseño de la unidad didáctica en su tema.

6. DESARROLLO DE LA ASIGNATURA

El propósito de este apartado es describir el desarrollo de la asignatura durante el curso 2000-2001. Éste fue el periodo en el que se recogió la información para los estudios que conforman la dimensión empírica de este proyecto de investigación. El proceso de aprendizaje de los grupos de futuros profesores dependió, como era de esperarse, de las experiencias que ellos vivieron durante el curso académico, con motivo de haber asistido y realizado las actividades que tuvieron lugar en la asignatura. Por lo tanto, el desarrollo de la asignatura es una información central para el logro de los objetivos de este proyecto de investigación. Pero no es posible (y no tiene sentido) reproducir aquí cada uno de los eventos que, a priori, pudieron tener algún efecto en el aprendizaje de los futuros profesores. Identificaré dichos eventos en los estudios empíricos que presento en apartados posteriores. En este apartado presento una visión general de la secuencia en que se trataron los contenidos y describo las sesiones de clase en las que se trabajó en el análisis didáctico. Y, para este bloque de la asignatura, presento un ejemplo de las producciones de uno de los grupos de futuros profesores y de los comentarios que hice a estas producciones.

6.1. Organización y Desarrollo de la Asignatura

En el curso 2000-2001 se inscribieron 36 futuros profesores en la asignatura, de los cuales 25 eran mujeres y 11 hombres. Todos ellos eran estudiantes de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada y cursaban cuarto o quinto curso de la Especialidad de Metodología. A lo largo de las primeras semanas, los futuros profesores se organizaron en ocho grupos: cinco grupos de cinco, dos grupos de cuatro y un grupo de tres integrantes. Estos grupos permanecieron estables a lo largo del desarrollo de la asignatura. Al inicio del segundo trimestre, cada grupo escogió un tema matemático sobre el que iba a desarrollar el análisis didáctico y producir el diseño de una unidad didáctica. Los temas escogidos fueron los siguientes: gráficas y funciones, progresiones, números decimales, probabilidad, cónicas, esfera, función cuadrática y sistemas de ecuaciones lineales.

El programa de la asignatura se siguió de manera estricta con retrasos que sólo llegaron a ser de una hora de clase. El esquema de módulos que presenté en el apartado anterior y en virtud del cual los organizadores del currículo se trabajan de manera similar, se siguió estrictamente en el desarrollo del análisis de contenido (ver Figura 88 más adelante). En los otros análisis del análisis didáctico el esquema se combinó con presentaciones de los formadores sobre teorías del aprendizaje, dificultades y errores, resolución de problemas y evaluación.

6.2. Sesiones del Análisis de Contenido

A continuación, describo brevemente las sesiones de clase correspondientes al análisis de contenido.

Estructura Conceptual

La sesión comenzó con una revisión sobre los temas vistos en las sesiones anteriores. El formador propuso un ejercicio, con el que buscaba que los futuros profesores expusieran sus ideas sobre el concepto de derivada. El formador observó el trabajo de los grupos, resolvió dudas y propuso organizar las ideas que habían surgido. Los futuros profesores participaron activamente con propuestas diversas. Varios futuros profesores manifestaron su preocupación por la enseñanza, pero el formador concretó el ejercicio en sus aspectos matemáticos. Apareció el interés por explorar las relaciones del concepto de derivada. Un futuro profesor observó que “tiene que estar todo relacionado porque tiene que ver con el concepto de derivada”. Otro futuro profesor estableció la diferencia entre el concepto de derivada y sus aplicaciones. Esta observación generó una discusión entre varios futuros profesores en la que se mencionaron aspectos didácticos e históricos del concepto. El formador insistió en la necesidad de centrarse en los aspectos matemáticos del concepto y en buscar organizar la información que se había obtenido. Se llegó al final de la sesión y el formador formuló el trabajo que había que realizar para la siguiente sesión.

En el comienzo de la siguiente sesión algunos futuros profesores hicieron comentarios y mencionaron dudas sobre la noción de concepto y de estructura conceptual. En particular, varios comentarios se centraron en el papel de la definición como medio para “dar a entender” un concepto. El formador les presentó una propuesta de estructura conceptual para la noción de derivada. El formador sugirió a los grupos de futuros profesores que mejoraran lo que habían hecho como estructuras conceptuales de su tema. Los grupos de futuros profesores trabajaron en clase. En la segunda parte de la sesión, ellos presentaron el resultado de su trabajo. Se identificó la noción de sistemas de representación como otro organizador del currículo. En la siguiente hora de clase, los grupos de futuros profesores presentaron sus propuestas para la estructura conceptual de su tema.

Estructura Conceptual y Sistemas de Representación

La noción de sistema de representación se introdujo en la siguiente sesión a partir del trabajo que los futuros profesores realizaron en la sesión anterior. Las intervenciones de los futuros profesores insinuaron algunas de sus dificultades con esta noción: no veían los sistemas de representación como medio organizador de la estructura conceptual y no lograban centrar su atención en los aspectos matemáticos del concepto: insistían en su preocupación por las cuestiones didácticas. No obstante, surgió una idea central: se estaba representando un mismo objeto (concepto) y, por lo tanto, los elementos de diferentes representaciones debían estar relacionados. Al final de la sesión, el formador formuló la siguiente tarea:

De hoy en ocho días vamos a seguir con el tema de los sistemas de representación. Y la tarea para de hoy en ocho días... es tratar de mejorar, detallar, profundizar, la estructura conceptual de cada tema, tratando de hacer énfasis, tratando de reflexionar, en el papel que pueden jugar los sistemas de representación para describir el esquema... Entonces lo que veremos es ver hasta dónde llegamos en profundidad... tratando de resaltar no solamente que hay una gran cantidad de elementos, sino tratando de resaltar cómo están relacionados esos elementos, como están estruc-

turados. Una de las maneras con la que podemos tener criterios para estructurarlos, es tratando de ver cómo puede aportar a esa estructura, la idea de sistemas de representación... [42-B192]

En las siguientes dos sesiones, los grupos de futuros profesores presentaron su trabajo. En esta ocasión, se dio lugar a que cada grupo recibiera comentarios y críticas inmediatamente después de su presentación. Esto generó discusiones y explicaciones entre los futuros profesores.

En la Figura 87, presento la transparencia utilizada por el grupo función cuadrática para hacer su presentación. Está organizada en tres categorías: simbólico, gráfica y fenomenología. En el sistema de representación simbólico se encuentran las siguientes categorías: formas de expresión, ceros de la función, vértices, concavidad, convexidad, eje de simetría, dominio, recorrido. Aparece por primera vez la forma simbólica multiplicativa. En el sistema de representación gráfico, introducen la idea de cuádricas. En la fenomenología desarrollan con detalle fenómenos matemáticos como áreas y volúmenes. Establecen conexiones puntuales externas muy claras, al identificar las coordenadas de puntos como el vértice y los cortes con el eje x. También establecen conexiones para la dilatación, la concavidad y el eje de simetría.

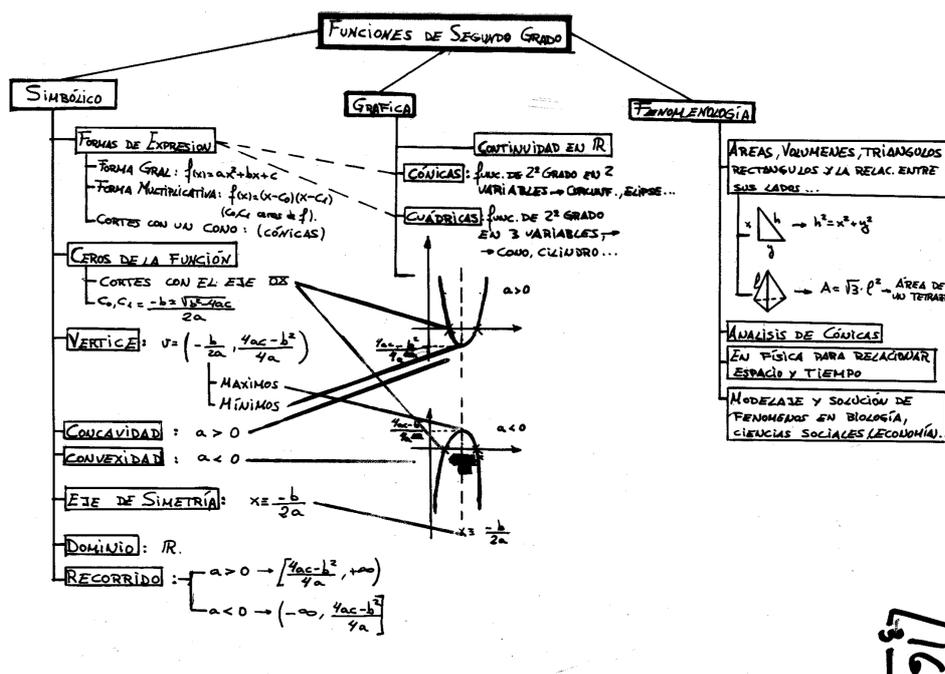


Figura 87. Estructura conceptual y sistemas de representación del grupo función cuadrática

Esta versión no presentó cambios muy radicales con respecto a la versión anterior. El aspecto más interesante fue la aparición de una serie de conexiones puntuales externas muy claras, junto con la aparición de la forma multiplicativa dentro del sistema de representación simbólico. Desapareció la mención a lo numérico (en la

versión anterior estaba la tabla de valores). Las conexiones internas dentro del sistema de representación eran implícitas al expresar algunas propiedades en función de los parámetros de la forma general. No aparecieron aún los procedimientos de tratamiento simbólico, con excepción de la ecuación cuadrática para relacionar las dos formas simbólicas que se presentan. En resumen, el grupo mantuvo la estructura que tenían anteriormente y la detallaron parcialmente.

El siguiente texto corresponde a apartes de los comentarios que, como formador, hice a la presentación y las transparencias del grupo función cuadrática que acabo de presentar.

... ¿Cuáles son los elementos de cada sistema de representación y cuáles son las propiedades? ¿Cómo se relacionan entre sí?

...

En el caso del sistema de representación simbólico, resulta interesante que haya aparecido la forma multiplicativa y que ustedes hayan insinuado una relación entre esa forma y la forma general a través de la ecuación cuadrática. ¿Hay más formas simbólicas? Y si las hay, ¿cómo se relacionan entre sí? ¿Qué elementos tienen y qué propiedades se resaltan en ellas? ¿Cómo se relacionan estos elementos y propiedades con los elementos y propiedades de otros sistemas de representación, como el geométrico del plano cartesiano?

Sistemas de Representación y Análisis Fenomenológico

En las siguientes dos sesiones el formador, basándose en el trabajo previo de los grupos de futuros profesores, concretó el significado de las nociones de estructura conceptual y sistema de representación e introdujo la idea de fenomenología. En seguida, y durante dos sesiones, los grupos de futuros profesores presentaron sus trabajos. Estos incluían una mejora de la estructura conceptual, teniendo en cuenta los sistemas de representación, y una primera aproximación al análisis fenomenológico del tema.

Fenomenología

Con motivo de los comentarios y de la discusión generada por las presentaciones anteriores, el formador indujo a los grupos de futuros profesores a mejorar su trabajo sobre el fenomenología de cada tema. En la siguiente sesión se presentaron estos trabajos.

6.3. Las Demás Sesiones del Análisis Didáctico

En el resto de las sesiones de la asignatura se trabajó en el análisis cognitivo y el análisis de instrucción. Los formadores introdujeron las nociones de modelización, errores y dificultades e hicieron una presentación sobre teorías de aprendizaje. Los futuros profesores analizaron su tema desde esta perspectiva. En el análisis de instrucción se reflexionó sobre la resolución de problemas y se discutió sobre los materiales y recursos. Se pidió a los grupos de futuros profesores que identificaran una dificultad relacionada con su tema y que diseñaran una actividad que pretendiera abordar esa dificultad. Los formadores hicieron una presentación sobre evaluación y los grupos de futuros profesores diseñaron y presentaron una ac-

tividad de evaluación para su tema. Las últimas sesiones de clase correspondieron a la presentación, por parte de uno de los formadores, de un ejemplo de análisis didáctico y del diseño de una unidad didáctica para los números naturales. La última actividad de la asignatura fue la presentación de los trabajos finales de los diferentes grupos de futuros profesores.

7. DISEÑO DE LOS ESTUDIOS EMPÍRICOS

En este apartado, describo el diseño de los estudios empíricos con los que pretendo abordar la cuarta pregunta: ¿qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial?

7.1. De una Pregunta General a unos Objetivos de Investigación

En los apartados anteriores, he concretado esta pregunta general al delimitar el contexto de investigación y precisar los conceptos y teorías que me permitirán dar significado a la expresión “caracterizar los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria”. De esta manera, puedo formular unas preguntas de investigación específicas:

1. ¿Cuáles son los significados parciales, con respecto a las nociones del análisis de contenido, que emergen en el desarrollo del conocimiento didáctico cuando los grupos de futuros profesores participan en la asignatura?
2. ¿Cómo se puede describir la evolución de estos significados parciales en términos de estados y factores de desarrollo?
3. ¿Cómo se pueden caracterizar los estados de desarrollo, en caso de que estos se puedan determinar?
4. ¿Es posible explicar estos estados de desarrollo, y los significados parciales asociados, en términos de lo que sucede en la comunidad de aprendizaje del aula y en la comunidad de aprendizaje de uno de los grupos?

También puedo enunciar el objetivo general de investigación. Se trata de

describir y caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato del curso 2000-2001 con respecto a las nociones que componen el análisis de contenido.

Preciso este objetivo general en los siguientes objetivos específicos.

1. Para cada una de las nociones consideradas y para las relaciones entre ellas, describir y caracterizar
 - ◆ los significados parciales que los grupos de futuros profesores desarrollan a lo largo de la asignatura y
 - ◆ la evolución del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores en términos de estados y factores de desarrollo.
2. Por otro lado, también busco
 - ◆ proponer conjeturas que permitan explicar la evolución del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, y

- ◆ contrastar algunas de estas conjeturas.

7.2. Metodología: Selección de unas Opciones

Este reporte describe el camino que, como diseñador, formador e investigador, recorrí durante varios años en mi relación con la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, en general, y con un programa de formación, en particular. Yo no fui el foco de la investigación, pero su diseño y sus resultados hablan sobre mis creencias, valores y actitudes, por un lado, y sobre mi actuación como formador e investigador, por el otro.

Mis creencias y valores se expresan, en primera instancia, en las opciones conceptuales que he asumido y que he presentado en los apartados anteriores. Estas opciones se refieren a una conceptualización de la enseñanza de las matemáticas, una visión funcional del conocimiento del profesor, una posición acerca de cómo se construye y desarrolla ese conocimiento, una propuesta acerca de cómo se debe realizar la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria y una descripción detallada de cómo se desarrolló la asignatura.

Dentro de los límites que establece el marco conceptual que acabo de describir, es posible pensar en múltiples estrategias metodológicas para abordar el problema de investigación. La selección de métodos estuvo delimitada por dos cuestiones: la intención de que la realización de la investigación afectará en la menor medida posible el desarrollo de la asignatura, y la decisión de centrar la atención en el trabajo y producciones de los grupos de futuros profesores, dejando en un segundo plano el análisis de las actuaciones y producciones de los futuros profesores, como individuos. Estas opciones implicaron mi intención de realizar la investigación utilizando la información que surge naturalmente de la asignatura y mi interés por explorar los procesos de negociación de significado de un grupo de futuros profesores cuando ellos trabajaban por fuera del aula realizando las tareas que se les había asignado en clase.

Esta investigación es un estudio de caso: el caso del desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores en una asignatura concreta en un momento específico. Su propósito es dar una “prueba de existencia”; es decir, presentar evidencias de un caso en el que una estrategia (de formación) produce unos resultados.

7.3. Fuentes de Información

En el bloque temático correspondiente al análisis didáctico, utilizamos un esquema cíclico de trabajo que describo en la Figura 88.

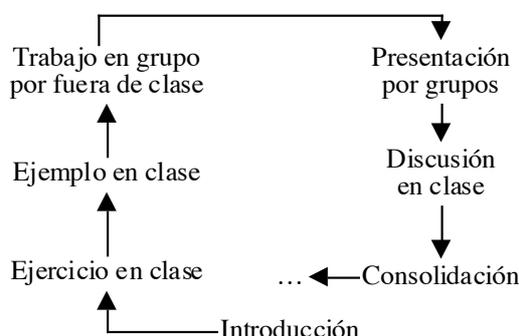


Figura 88. Ciclo metodológico de tratamiento del análisis didáctico

Este esquema de trabajo dio lugar a tres tipos de información que utilicé en los estudios empíricos:

1. la información contenida en las transparencias utilizadas por los grupos de futuros profesores y por los formadores para hacer sus presentaciones en clase,
2. la información contenida en las transcripciones de las grabaciones de audio de las sesiones de clase y
3. la información contenida en los trabajos finales presentados por los grupos de futuros profesores.

Utilicé dos fuentes de información adicionales:

4. las transcripciones de las grabaciones de audio de entrevistas semi-estructuradas a los grupos cónicas y progresiones aritméticas y geométricas al finalizar el análisis didáctico y al final de la asignatura y
5. las transcripciones de las grabaciones de audio de las sesiones de trabajo fuera del aula del grupo función cuadrática en su proceso de elaboración de sus presentaciones y del trabajo final.

7.4. Cuatro Estudios

Con el propósito de abordar el problema de investigación y lograr los objetivos, organicé el proyecto en cuatro estudios. Identifiqué cada estudio con su fuente principal de información:

- ◆ análisis de las presentaciones,
- ◆ análisis de las producciones y actuaciones de los grupos de futuros profesores en el aula y en las entrevistas a dos grupos de futuros profesores,
- ◆ análisis de los trabajos finales y
- ◆ análisis de las actuaciones del grupo función cuadrática en su trabajo por fuera del aula.

En lo que sigue, denominaré estos estudios *presentaciones*, *producciones*, *trabajos finales* y *grupo función cuadrática*, respectivamente. Describo estos estudios en los apartados que siguen.

8. CUATRO ESTADOS DE DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO

En este capítulo, presento la primera aproximación a la caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura. Para ello, utilizo la información contenida en las transparencias que ellos utilizaron para hacer sus presentaciones periódicas en clase¹⁵⁷. Utilicé la noción de factor de desarrollo para interpretar la información contenida en las transparencias en términos de la evolución de los significados parciales de los grupos de futuros profesores con respecto a cada uno de los organizadores del currículo del análisis de contenido. De esta manera, me impuse unas metas concretas: (a) identificar los atributos más representativos de las transparencias de los grupos de futuros profesores; (b) definir unas variables de análisis a partir de estos atributos; (c) verificar que estas variables siguen patrones estables en el tiempo; (d) identificar y caracterizar unos estados de desarrollo a partir de estas variables; y (e) describir y caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico a partir de esos estados de desarrollo.

8.1. De 72 Transparencias a Cuatro Estados de Desarrollo

Aunque cada grupo trabajó, a lo largo de la asignatura, en un tema matemático concreto, yo estaba interesado en producir una caracterización de la evolución de los significados parciales de los diferentes grupos de futuros profesores que fuese independiente de los temas. En otras palabras, me interesaba comparar el progreso de los diferentes grupos. ¿Cómo codificar las 72 transparencias para lograr estos propósitos? Una transparencia de un grupo presenta información esquemática sobre el análisis que ese grupo ha hecho de su tema. Cada análisis utiliza como herramienta uno o más organizadores del currículo. Mi propósito era entonces definir un conjunto de variables de codificación con el que pudiera caracterizar los atributos de las 72 transparencias. Dado que cada transparencia era la expresión de los significados parciales de un grupo en un momento dado, su codificación debía fundamentarse en los significados técnicos y prácticos de los organizadores del currículo.

Por ejemplo, decidí considerar los siguientes sistemas de representación: simbólico, gráfico, numérico, geométrico, figurativo, verbal y otros. Con cada variable se establece si en la transparencia aparece o no el sistema de representación correspondiente. El proceso de identificación y definición de las variables de codificación fue cíclico. Partiendo de los significados técnicos y prácticos de los organizadores del currículo del análisis de contenido, produje una lista de variables con la que hice una primera codificación de las 72 transparencias. En seguida, maticé y extendí el listado inicial teniendo en cuenta los factores de desarrollo: organización, complejidad y papel. Con estos criterios, realicé varios ciclos de codificación, buscando, en cada ciclo, afinar la selección y definición de las variables de codificación. Obtuve una lista final de 120 variables de codificación. Las variables caracterizan las transparencias de acuerdo con diversos criterios. Por ejemplo,

¹⁵⁷ Para efectos de facilitar la lectura, utilizaré frecuentemente el término “transparencia” para referirme a la información contenida en estos documentos.

desde la perspectiva del factor de desarrollo complejidad, se tiene en cuenta, entre otros, el número de niveles de los mapas conceptuales, el número de sistemas de representación que se utilizan, el número de los diversos tipos de conexiones, el número de fenómenos de diferentes tipos y el número de subestructuras.

A partir de las variables de codificación, definí (de nuevo, en un proceso cíclico) 12 variables de análisis teniendo en cuenta lo que nuestra experiencia como formadores nos indicaba sobre cómo los grupos de futuros profesores avanzan en su aprendizaje; la revisión y el análisis sistemático de las transparencias y de su codificación; los significados técnicos y prácticos de los organizadores del currículo del análisis de contenido; y el análisis de los factores de desarrollo y su significado. Los factores de desarrollo fueron el hilo conductor en el proceso de transformar y resumir los datos básicos (que surgen de las variables de codificación) en las variables de análisis. Las variables resultantes fueron las siguientes: (a) número de niveles del mapa conceptual que describe el tema, (b) existencia de las nociones centrales del tema en la estructura conceptual, (c) número de criterios de organización de la estructura conceptual, (d) uso coherente de los criterios de organización, (e) número de conexiones, (f) número de sistemas de representación, (g) papel de los sistemas de representación como organizadores de la estructura conceptual, (h) número de contextos (matemático, natural, social) a los que pertenecen los fenómenos presentados, (i) número de disciplinas a los que pertenecen los fenómenos presentados, (j) número de subestructuras utilizadas para organizar los fenómenos, (k) papel de los tres organizadores del currículo del análisis de contenido en el uso de los otros organizadores del currículo y en el diseño de la unidad didáctica, y (l) coherencia entre lo propuesto en la estructura conceptual y el uso que de ella se hace en las otras fases de la asignatura.

Los valores de estas variables se obtienen a partir de los valores de las variables de codificación. En lo que sigue, utilizaré el término *observación* para referirme a la información contenida en una transparencia y a su interpretación en términos de las variables de análisis que acabo de presentar. Un primer análisis de las observaciones me permitió verificar que ellas seguían un patrón de evolución y establecer que estos patrones se podían caracterizar con cuatro estados de desarrollo. Habiendo caracterizado el conjunto de variables de análisis y decidido el número de estados, el problema consistía entonces en caracterizar esos estados en términos de combinaciones de valores de esas variables de tal forma que la sucesión de estados fuesen representativos de una evolución y las observaciones se ajustaran tanto como fuera posible a los estados a los que eran asignadas. El primer paso en esta búsqueda se centró en la formulación de una definición inicial de los estados que fuese coherente con el marco conceptual (el significado técnico y práctico de los organizadores del currículo del análisis de contenido) y con mi experiencia como formador. Para cada variable identifiqué cuatro rangos de sus valores, correspondiendo cada rango a uno de los cuatro estados, sucesivamente. Impuse dos condiciones a la definición de los rangos: la unión de los cuatro rangos debía ser igual al rango total de los valores que podía asumir la variable; y dos rangos sucesivos de una variable podían compartir máximo un valor —a menos que el rango fuese del tipo $[n, \infty)$ —. La Tabla 42 muestra los rangos que asigné a cada una de las variables en virtud de los cuales definí la primera versión de los estados.

Variables	Estados			
	1	2	3	4
1 Complejidad EC	[0, 0]	[1, 1]	[2, 2]	[3, ∞)
2 Nociones centrales	[0, 0]	[0, 0]	[1, 1]	[1, 1]
3 Criterios de organización	[3, ∞)	[2, 3]	[1, 2]	[0, 1]
4 Uso coherente criterios	[0, 0]	[0, 1]	[1, 1]	[1, 1]
5 Conexiones	[0, 0]	[1, 2]	[2, ∞)	[3, ∞)
6 Variedad SRS	[0, 1]	[1, 2]	[2, ∞)	[3, ∞)
7 SRS como organizador	[0, 1]	[2, 2]	[2, 3]	[3, 3]
8 Variedad fenómenos	[0, 1]	[1, 2]	[2, ∞)	[2, ∞)
9 Variedad disciplinas	[0, 1]	[1, 2]	[2, 3]	[3, ∞)
10 Variedad subestructuras	[0, 0]	[0, 1]	[1, 2]	[2, ∞)
11 Papel	[0, 0]	[0, 0]	[0, 5]	[6, ∞)
12 Coherencia EC	[0, 0]	[0, 0]	[1, 1]	[1, ∞)

Tabla 42. Primera definición de estados

Para establecer los estados de desarrollo, utilicé un procedimiento que denominé *análisis de discrepancias* y que describo a continuación. El propósito es obtener una definición de los estados, en términos de las variables, que se ajuste lo mejor posible a las observaciones. Al asignar observaciones a estados, aparecen discrepancias. Esto sucede cuando, para al menos una variable y un estado, hay una observación asignada a ese estado que asume valores que no pertenecen al rango establecido para esa variable en ese estado. El problema se traduce entonces en obtener una definición de estados que minimice el número de discrepancias, con un grado aceptable de discriminación entre ellos.

El proceso para obtener la definición de esos estados es cíclico. Cada ciclo está compuesto por dos pasos: asignación de observaciones a estados y cambio en la definición de rangos de algunas de las variables para algunos de los estados. En el primer paso, la asignación se hace de tal forma que el estado escogido para una observación sea aquel que genera el mínimo número de discrepancias. En el segundo paso, se identifican las variables que generan mayor número de discrepancias y los estados en los que se generan. A continuación, se analizan las consecuencias de cambiar la definición de esos estados (y posiblemente de los estados contiguos) en términos de esas variables. El cambio en los rangos se rige por un criterio doble: reducir el número de discrepancias, manteniendo un nivel aceptable de discriminación entre estados. Una vez que se han cambiado los rangos de las variables que generan mayor número de discrepancias (en aquellos estados en que se generan), es necesario revisar la asignación de observaciones a estados. Se inicia un nuevo ciclo. En el caso de los datos de este estudio, fueron necesarios tres ciclos. Cuando revisé por cuarta vez la definición de los estados en términos de las variables, observé que los cambios que permitían reducir discrepancias implicaban una pérdida demasiado importante en el grado de discriminación. Por lo tanto, detuve el proceso allí.

8.2. Cuatro Estados de Desarrollo del Conocimiento Didáctico

Utilicé el procedimiento que acabo de describir para analizar las observaciones. La Tabla 43 presenta la definición de los estados que obtuve al final de tres ciclos del procedimiento.

Variables	Estados			
	1	2	3	4
1 Complejidad EC	[0,0]	[1,2]	[2,∞)	[2,∞)
2 Nociones centrales	[0,0]	[0,1]	[1,1]	[1,1]
3 Criterios de organización	[3,∞)	[2,3]	[1,2]	[0,1]
4 Uso coherente criterios	[0,0]	[0,1]	[1,1]	[1,1]
5 Conexiones	[0,0]	[1,3]	[3,∞)	[3,∞)
6 Variedad SRS	[0,1]	[1,∞)	[2,∞)	[3,∞)
7 SRS como organizador	[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,3]
8 Variedad fenómenos	[0,1]	[1,2]	[2,∞)	[2,∞)
9 Variedad disciplinas	[0,1]	[1,∞)	[2,∞)	[3,∞)
10 Variedad subestructuras	[0,0]	[0,1]	[1,∞)	[2,∞)
11 Papel	[0,0]	[0,5]	[0,5]	[6,∞)
12 Coherencia EC	[0,0]	[0,0]	[0,0]	[1, ∞)

Tabla 43. Definición final de estados

En la Tabla 44, presento la asignación final de observaciones a estados. Cada fila representa un grupo de futuros profesores y sus correspondientes observaciones, organizadas cronológicamente. Entonces, por ejemplo, las observaciones correspondientes al grupo 7 quedaron asignadas sucesivamente a los siguientes estados: 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 3 y 4.

Grupo	Observación								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	2	2	3	3	4	3	4	4
2	1	2	3	3	3	3	3	3	4
3	1	2	2	3	3	3	3	3	3
4	2	2	2	2	2	3	3	3	3
5	2	2	3	3	3	3	3	4	4
6	2	2	2	3	3	3	2	3	4
7	2	2	3	3	3	3	4	4	4
8	1	2	2	2	3	3	3	2	2

Tabla 44. Asignación final de observaciones a estados

Finalmente, la Tabla 45 presenta el número de discrepancias por grupo y observación.

Grupo	Observación									Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1 Funciones y gráficas	1	1	2	0	0	0	1	1	0	6
2 Progresiones	3	3	0	0	1	1	1	2	2	13
3 Números decimales	1	2	2	2	1	1	1	0	1	11
4 Probabilidad	3	0	2	1	2	1	1	1	5	16
5 Cónicas	3	1	2	0	1	1	3	2	3	16
6 Esfera	2	1	1	1	1	2	2	4	3	17
7 Función de segundo grado	2	1	0	0	0	2	2	3	0	10
8 Sistemas de ecuaciones lineales	2	1	1	0	3	1	5	3	4	20
Total	17	10	10	4	9	9	16	16	18	109

Tabla 45. Discrepancias por grupo y observación

La definición de las variables y las observaciones correspondientes no satisfacen las condiciones de métodos estándar de agrupamiento, como el análisis clúster. Por esta razón, desarrollé el análisis de discrepancias. No obstante, la definición de estados que surgen de dicho análisis agrupa los valores de cada variable en máximo cuatro rangos. Utilicé estos rangos para definir unas nuevas variables, de tal manera que, para una variable dada, asigné el valor 1 para el primer rango, el valor 2 para el segundo, y así sucesivamente. Con estas nuevas variables, realicé un análisis clúster de las observaciones y confirmé que sus resultados son coherentes con los resultados del análisis de discrepancias.

8.3. Estados de Desarrollo, Evolución y Progreso de los Grupos

El esquema de codificación y análisis de la información con el que obtuve los resultados se basa en un proceso cíclico que busca minimizar discrepancias. Por consiguiente, los estados de desarrollo que surgen de ese proceso identifican las combinaciones de valores (o rangos de valores) de las variables a las que, en conjunto, mejor se adaptan las observaciones para una tarea dada. Entonces, estas combinaciones de valores de variables se pueden considerar como representativas de los estados más significativos del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores. A partir de la información de la Tabla 43, puedo caracterizar estos cuatro estados en términos de los organizadores del currículo del análisis de contenido y de los factores de desarrollo de la siguiente manera:

El *estado 1* es un estado básico en el que la estructura conceptual no tiene complejidad, se utilizan varios criterios de organización sin coherencia, se utiliza máximo un sistema de representación, sin conexiones, y no hay variedad en el análisis fenomenológico. En la Tabla 44, se aprecia que sólo tres grupos tienen observaciones clasificadas en este estado. Esto sugiere que es un estado que se puede superar con el conocimiento previo y las intuiciones didácticas con las que los futuros profesores afrontan inicialmente la tarea.

El *estado 2* es un estado de transición. Hay algo de complejidad en la estructura conceptual y comienza a aparecer variedad en los sistemas de representación, aunque aún no hay variedad en el análisis fenomenológico.

En el *estado 3* hay un avance en todas las variables, excepto las variables papel y coherencia. La estructura conceptual es compleja, con un nivel intermedio de organización. Hay variedad en los sistemas de representación y en el número de conexiones. Aparece algo de variedad en el análisis fenomenológico.

En el *estado 4* se logra plena complejidad en el análisis fenomenológico y se aprecia la utilización coherente de la información para la realización de las tareas.

8.4. Una Primera Aproximación al Desarrollo del Conocimiento Didáctico

La caracterización de los estados y la asignación de las observaciones a ellos es el principal resultado de este estudio. Este resultado corrobora mi conjetura de partida: el conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores evoluciona de acuerdo con patrones estables. Ésta es una evolución paulatina que parte de un estado básico fundamentado posiblemente en los conocimientos previos y las intuiciones didácticas de los grupos de futuros profesores. El desarrollo es coherente con el orden en el que se presentan las diferentes nociones en la instrucción. No obstante, hay un desfase entre el momento en el que se presentan los temas y el momento en el que los significados parciales de los grupos de futuros profesores se materializan en el repertorio compartido y se expresan en sus producciones. En este sentido, la noción de sistemas de representación, por ejemplo, no se consolida en el momento en el que este organizador del currículo se presenta en clase y se pide a los grupos de futuros profesores que analicen su tema desde esta perspectiva. Éste es solamente el primer paso.

Los significados parciales de los grupos de futuros profesores con respecto a este organizador del currículo sufren diversas transformaciones y se consolidan en la medida en que tareas posteriores inducen a los grupos de futuros profesores a poner en juego su conocimiento de esta noción para efectos de resolver otros problemas (por ejemplo, realizar el análisis fenomenológico, o diseñar una actividad de evaluación). En términos de la teoría de la génesis instrumental, el artefacto (el organizador del currículo) se transforma en instrumento, en la medida en que los grupos de futuros profesores desarrollan esquemas para resolver las tareas con la ayuda del instrumento. El proceso de génesis instrumental toma tiempo: requiere que los grupos de futuros profesores negocien significados (del organizador del currículo, de su tema matemático y de sus esquemas de acción) y que estos significados parciales se materialicen (en diferentes formas) en las sucesivas ocasiones en las que los grupos presentan sus producciones en clase. Este proceso explica algunas de las diferencias entre las observaciones y el patrón esperado de clasificación a los cuatro estados.

Los grupos progresan en el desarrollo de su conocimiento didáctico con diferentes ritmos. El paso del estado 2 al estado 3 sucede en diferentes momentos (desde la tercera observación para tres grupos, hasta la sexta para el grupo 4). Dos grupos estabilizan sus producciones en el estado 3 y, de los cinco grupos que presentan producciones clasificadas en el estado 4, dos lo logran solamente en la última observación (el trabajo final). Hay un grupo que presenta un retroceso al estado 2 en las últimas dos producciones.

Estos ritmos de progreso y niveles de avance variados pueden tener diferentes causas. La variedad de los momentos en los que se da el paso del estado 2 al estado 3 puede ser indicativo de una cierta dificultad para poner en juego y desarrollar

las nociones de sistemas de representación y fenomenología. No obstante, la totalidad de los grupos logra superar esta dificultad. El paso del estado 3 al estado 4 es más complejo. Por un lado, hay grupos que no lo logran y otros que sólo lo alcanzan en el trabajo final.

Hay una coherencia parcial entre el ritmo de progreso y el nivel de avance de los diferentes grupos, por un lado, y el número total de discrepancias que presentan, por el otro. Los grupos con mayor ritmo de progreso y nivel de avance (1 y 7) son también los grupos con menor número de discrepancias. Dos de los tres grupos con mayor número de discrepancias son los grupos con menor ritmo de progreso y nivel de avance. Esta situación puede corroborar la idea de que las discrepancias son una medida de la coherencia con la que cada grupo avanza en cada una de las dimensiones de su conocimiento didáctico (las variables).

El análisis de las discrepancias en cada variable dio luces sobre aquellas nociones que presentaron más dificultades a los grupos de futuros profesores. En este sentido, la noción de conexión presenta un número alto de discrepancias con diferencia positiva. A pesar de reiterados esfuerzos de la instrucción, las producciones de los grupos de futuros profesores tienen un nivel de conexiones inferior al que debería esperarse. Algo similar, pero en menor medida, sucede con las nociones de variedad de fenómenos, variedad en sistemas de representación, complejidad y sistemas de representación como organizador de la estructura conceptual. Éstas son las nociones que presentan mayores dificultades para los grupos de futuros profesores.

8.5. Cuestiones Abiertas

El análisis de los resultados obtenidos da parcialmente respuesta a una de las preguntas que formulé anteriormente. Me refiero a la pregunta “¿Cómo se pueden caracterizar los estados de desarrollo, en caso de que estos se puedan determinar?”. Al mismo tiempo, estos resultados generan nuevas cuestiones que deben ser exploradas. La información contenida en las transparencias es la expresión de los significados parciales que los grupos de futuros profesores han desarrollado hasta ese momento. Estos significados parciales son la materialización de los procesos de negociación de significado que tienen lugar en las dos comunidades de práctica que he identificado: la comunidad de práctica del aula y la comunidad de práctica de cada grupo. ¿Cómo se caracterizan estos significados parciales y en qué grado dependen de los temas específicos que trabajan los diferentes grupos de futuros profesores? Ésta es otra de las preguntas que he formulado. Para responderla es necesario: (a) profundizar en el significado de los atributos y las variables que caracterizan las transparencias y que establecen los patrones en los significados parciales de los grupos de futuros profesores, y (b) a partir de lo anterior, profundizar en el significado de los estados de desarrollo que caracterizan la evolución del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores. Por otro lado, se deben formular y contrastar conjeturas que expliquen: (a) el carácter paulatino y desfase de la evolución del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores; (b) las diferencias entre los grupos; y (c) las dificultades que los grupos de futuros profesores tienen que enfrentar con respecto a algunas de las nociones.

La búsqueda de respuestas a estas cuestiones me induce a la exploración en la complejidad del conocimiento didáctico, objeto de los dos apartados siguientes.

9. COMPLEJIDAD DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO

En este apartado, presento el estudio en el que analizo las transparencias y las intervenciones en clase de los futuros profesores y tengo en cuenta la especificidad de la información con respecto al tema de cada grupo. Mi propósito es identificar y caracterizar los significados parciales que, con respecto a las nociones del análisis de contenido, manifestaron los grupos de futuros profesores, y describir la evolución de esos significados a lo largo de la asignatura. En otras palabras, en este apartado, me propongo abordar la pregunta:

¿Cómo se caracterizan los significados parciales que los grupos de futuros profesores manifestaron en sus transparencias y en sus intervenciones en el aula y cómo evolucionan en el tiempo?

A continuación, describo el esquema metodológico que utilicé para realizar este estudio. Después, presento los resultados del mismo para cada una de los tres organizadores del currículo que conforman el análisis de contenido. En las últimas secciones interpreto estos resultados en términos de la complejidad del conocimiento didáctico.

9.1. Identificación y Caracterización de los Significados Parciales

Para realizar este estudio, utilicé tres fuentes de información: (a) la información propuesta por los grupos de futuros profesores en sus transparencias; (b) las transcripciones de la grabación en audio de la interacción que tuvo lugar durante las sesiones de clase; y (c) las transcripciones de la grabación en audio de las entrevistas con dos grupos de futuros profesores (cónicas y progresiones aritméticas y geométricas) al final de las sesiones correspondientes al análisis de contenido y al final de la asignatura.

La identificación y caracterización de los significados parciales de los grupos de futuros profesores fue el resultado de un proceso exploratorio y cíclico en el que codifiqué y analicé la información que tenía disponible de las tres fuentes anteriores. El proceso se basó en el análisis simultáneo de las transparencias de los grupos de futuros profesores y de las transcripciones de las grabaciones de la interacción en clase y de las entrevistas con los dos grupos. Fue exploratorio dado que, teniendo en cuenta los significados de referencia de los organizadores del currículo del análisis de contenido y tomando como guía los factores de desarrollo, identifiqué aquella información contenida en las transparencias y en las transcripciones que consideré significativa desde el punto de vista del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores. Codifiqué esta información y organicé y revisé esta codificación varias veces a medida que el esquema de codificación y análisis fue evolucionando. Para ello, desarrollé un sistema interconectado de bases de datos.

Mi interés se centró en identificar aspectos de la información contenida en las transparencias y en las transcripciones que permitiera caracterizar manifestaciones de los significados parciales de los grupos de futuros profesores. En su momento, denominé a esos registros como “caracterizaciones”. Cada caracterización podía estar vinculada a varias transparencias y episodios, siendo todos ellos manifestaciones de un mismo significado parcial. El procedimiento de análisis consistió en

identificar aquellos episodios y documentos más representativos del desarrollo del conocimiento didáctico de los organizadores del currículo del análisis de contenido, y establecer caracterizaciones para cada una de ellas. El esquema interactivo y coordinado de las bases de datos me permitió identificar, para cada caracterización, la evidencia (episodios y documentos) que la sustentaba más adecuadamente.

A continuación presento los resultados de este análisis. La extensión de este resumen no me permite presentar ni la evidencia (transparencias de los grupos de futuros profesores o transcripciones de intervenciones en el aula o en las entrevistas), ni los detalles metodológicos del análisis.

9.2. Complejidad de la Noción de Estructura Conceptual como Instrumento

El análisis me permitió caracterizar los significados parciales con respecto a la noción de estructura conceptual que los grupos de futuros profesores pusieron de manifiesto en sus transparencias y en sus intervenciones en clase.

Génesis Instrumental para la Estructura Conceptual

El manejo que los grupos de futuros profesores hicieron de la noción de estructura conceptual y de los mapas conceptuales como instrumentos para describir el tema evolucionó en el tiempo. Algunos grupos comenzaron la descripción de su tema con un listado desordenado; después, este listado tomó forma de mapa conceptual organizado con base en una variedad de criterios. La mayoría de estos criterios de organización surgieron de los organizadores del currículo. A medida que se avanzó en las presentaciones y en la discusión sobre ellas, el número de criterios de organización se redujo y la organización de los mapas conceptuales se centró en los sistemas de representación. El papel organizador de los sistemas de representación también pasó por varias etapas. En un comienzo, compartió ese rol de organización con otras nociones, asumiendo, en muchos casos, un papel complementario. El paso a un mapa conceptual completamente organizado por los sistemas de representación se dio en diferentes momentos de la asignatura, dependiendo del tema. Solamente cuando los sistemas de representación asumieron un papel protagonista en la organización del mapa conceptual, los futuros profesores tomaron conciencia de la posibilidad de establecer relaciones entre sus elementos. El hecho de que esta toma de conciencia no fuese simultánea en los diferentes grupos, generó situaciones de interacción en clase que promovieron la negociación de significados. Al final, la mayoría de los grupos estableció un cierto número de conexiones en su estructura conceptual, reconoció que “todo está relacionado” y resaltó la importancia de estas conexiones.

Aproximaciones Conceptuales, Históricas y Fenomenológicas a la Organización de la Estructura Conceptual

Además de los sistemas de representación, los organizadores historia y fenomenología jugaron papeles importantes en el proceso en virtud del cual los grupos progresaron en su descripción de la estructura matemática con base en la noción de estructura conceptual. El análisis histórico aportó información que, en muchos casos, resultó relevante para la construcción del mapa conceptual.

La noción de fenomenología puede utilizarse como organizador del mapa conceptual. En el curso en el que realizamos el estudio ningún grupo profundizó

en esta posibilidad. Esto es seguramente consecuencia, entre otras razones, del énfasis dado por la instrucción a los sistemas de representación como principal criterio organizador. En esta aproximación alternativa, el propósito es identificar y relacionar los elementos de la estructura conceptual a partir de sus significados fenomenológicos. Los conceptos y las relaciones entre ellos se organizan de acuerdo con los usos (naturales, sociales y matemáticos) de los mismos. Por ejemplo, en el caso del tema fracciones, es posible organizar la estructura conceptual con base en cuatro categorías: como parte-todo, medida, cociente, operador y razón.

Varios grupos de futuros profesores tendieron a organizar los mapas conceptuales siguiendo una aproximación “conceptual”. Esta aproximación pareció surgir naturalmente de la visión formal de la estructura matemática: un concepto está completamente descrito por su definición. Por lo tanto, para expresar esa descripción en un mapa conceptual basta con identificar los elementos de la definición y aquellos conceptos y procedimientos relacionados con ella. No obstante, la mayoría de las producciones de este tipo carecen de significado: son un conjunto de etiquetas parcialmente conectadas cuya interpretación requiere que el lector ponga en juego su propio conocimiento matemático. El énfasis en la descripción conceptual puede ser una de las razones por las cuales algunos grupos no reconocieron el potencial de los sistemas de representación como herramienta de descripción de la estructura matemática. Para estos grupos, la tarea de analizar el tema con base en los sistemas de representación era una tarea independiente. Los sistemas de representación se convirtieron, por lo tanto, en algo complementario a la estructura conceptual. En el momento en que los grupos reconocieron el papel descriptivo y estructural de los sistemas de representación y estos comenzaron a jugar un papel más protagónico en la organización del mapa conceptual, la aproximación conceptual perdió su formalidad y los elementos que antes eran etiquetas comenzaron a tener significado. Los elementos del mapa conceptual se pudieron representar en diferentes sistemas de representación. Esto permitió establecer conexiones entre ellos y estas conexiones lograron darles significado.

9.3. Complejidad del Significado de la Noción de Sistema de Representación

Los grupos de futuros profesores presentaron dos transparencias que tenían como foco principal el análisis del concepto desde la perspectiva de los sistemas de representación. No obstante, los sistemas de representación continuaron jugando un papel en los análisis que ellos realizaron posteriormente. En el estudio que presenté en el apartado anterior, detecté algunas de las dificultades de los grupos con respecto a este organizador del currículo, al constatar que la variable variedad en sistemas de representación fue la tercera variable en número de discrepancias. ¿Qué características tienen estas dificultades y cómo fueron superadas? ¿Cómo se caracteriza el proceso en virtud del cual los grupos de futuros profesores negociaron y construyeron el significado de la noción de sistema de representación?

Algunos grupos de futuros profesores consideraron que lo simbólico formaba parte de la dimensión conceptual del tema y, por lo tanto, no era un sistema de representación. En su opinión, lo simbólico sirve para describir el concepto a partir de su definición. Al incluir lo simbólico dentro de lo conceptual, varios grupos de futuros profesores consideraron lo gráfico como equivalente a la noción de re-

presentación. Sin embargo, estas representaciones jugaron un papel secundario y complementario porque, según ellos, no permitían generalidad, al presentar instancias particulares del concepto. Además, algunos futuros profesores sugirieron que estas representaciones podían inducir a errores. La menor importancia que ellos le dieron a estos sistemas de representación puede explicarse a partir del papel que habían jugado en su formación previa, al hecho de que los futuros profesores consideraban que en los libros de texto se usan como ejemplos y de que, en la práctica, no hay tiempo para tratarlos con profundidad. No obstante, cuando se apreció variedad de sistemas de representación en las transparencias, esta variedad surgió principalmente entorno a los sistemas de representación gráficos. Esto explica parcialmente la tendencia de los futuros profesores a imponer una jerarquía en los sistemas de representación. Esta jerarquía se sustentó en argumentos históricos, conceptuales, fenomenológicos y prácticos.

En la medida en que se avanzó en el proceso de revisar una tarea y producir una nueva versión del análisis, aparecieron nuevos sistemas de representación. Al comienzo, se tuvieron en cuenta únicamente los básicos (simbólico y gráfico). Después, al final del periodo en el que se trabajó el análisis de contenido, apareció una gran variedad de sistemas de representación. Sin embargo, a la hora de poner en juego esta información en los análisis cognitivo y de instrucción, los grupos de futuros profesores regresaron a los sistemas de representación básicos.

Los sistemas de representación que los grupos de futuros profesores propusieron en sus transparencias se pueden agrupar en varias categorías. Ya he mencionado los sistemas de representación básicos (simbólico y gráfico). Algunos grupos propusieron sistemas de representación que no eran realmente sistemas de representación (e.g., fenómenos). Los sistemas de representación numérico y geométrico aparecieron más tarde en aquellos grupos para los que tenía sentido utilizarlo. Finalmente, algunos grupos propusieron sistemas de representación que eran específicos al tema que les correspondió (por ejemplo, el matricial para los sistemas de ecuaciones lineales).

Durante la asignatura, la instrucción pretendió desarrollar una concepción formal de la noción de sistema de representación basada en la propuesta de Kaput (1992). Sin embargo, el significado que los grupos de futuros profesores manifestaron en sus transparencias se acercó más a la concepción propuesta por Castro y Castro (1997). Esta posición enfatiza los aspectos de visualización y clasifica los sistemas de representación en simbólicos y gráficos (p. 102). En todo caso, el significado que se manifestó en las transparencias sobre la noción de sistema de representación fue parcial, confirmando los resultados del análisis que presenté con respecto a la noción de estructura conceptual. Estos análisis pusieron en evidencia el número reducido de conexiones internas a cada sistema de representación y entre sistemas de representación como indicativo de la poca profundidad con la que los grupos de futuros profesores manejaron este organizador del currículo. En este sentido, el proceso de génesis instrumental fue parcial: los grupos de futuros profesores desarrollaron estrategias para utilizar el organizador del currículo como instrumento de análisis de un concepto, pero no lograron profundizar en las estrategias para utilizar la información que surge de ese análisis en las demás fases del análisis didáctico.

9.4. Heterogeneidad Fenomenológica

El análisis de un concepto matemático en términos de sus significados fenomenológicos es un proceso complejo. Esta complejidad se hizo evidente en las transparencias e intervenciones de los grupos de futuros profesores. La mayoría de ellos tuvieron múltiples dificultades para construir el significado de este organizador del currículo y lograron utilizarlo en la práctica en contadas ocasiones y de manera incompleta.

Las transparencias de los grupos de futuros profesores presentan una gran variedad de aproximaciones a la noción de fenomenología. La evolución de los significados parciales de los grupos de futuros profesores no siguió patrones estables. Sus transparencias presentan diversas soluciones a las tareas propuestas. Una pequeña proporción de ellas sugiere que esos grupos se acercaron al significado de referencia propuesto por la instrucción. Para cada aspecto de este significado de referencia, hay transparencias en las que este aspecto se manifiesta. Pero sólo unas pocas sugieren que los grupos de futuros profesores hayan puesto en juego una visión completa y coordinada de ese significado. En términos de la génesis instrumental, los grupos de futuros profesores no lograron desarrollar estrategias de uso del organizador del currículo que les permitiera convertirlo en un instrumento útil, tanto para el análisis del concepto, como para la puesta en práctica de ese análisis en el diseño de actividades de enseñanza y aprendizaje.

La progresión de las transparencias de los grupos cónicas y esfera muestra que, aunque, con dificultades y de manera parcial, los grupos de futuros profesores pueden avanzar en la construcción del significado de la noción de fenomenología. El trabajo del grupo probabilidad mostró que sí es posible realizar un análisis fenomenológico detallado, como lo requería la instrucción. Por otro lado, las transparencias de varios grupos pusieron en evidencia que es posible proponer modelos matemáticos e identificar leyes y subestructuras, sin llegar a realizar un análisis fenomenológico detallado en el que se establezcan relaciones entre las características estructurales de los fenómenos y elementos y relaciones de las subestructuras.

Menos de la mitad de los grupos lograron desarrollar un análisis fenomenológico detallado y, en esos casos, este esfuerzo no revertió en una organización de los fenómenos de acuerdo con las subestructuras correspondientes. De hecho, solamente tres grupos organizaron sus transparencias por subestructuras y sólo uno de ellos mantuvo esa aproximación en el trabajo final. La mayoría de los grupos organizaron el trabajo final de acuerdo con un criterio diferente del utilizado en sus transparencias previas. Esto es posiblemente consecuencia de uno de los ejemplos dados por la instrucción, pero también manifiesta la débil consolidación de los significados construidos por los grupos de futuros profesores.

A la dificultad propia del organizador del currículo y de su puesta en práctica, tenemos que agregar el hecho de que para este tema, al contrario de lo sucedido con las nociones de estructura conceptual y sistemas de representación, se dedicó muy poco tiempo dentro de la asignatura. Esta situación sólo permitió una presentación somera de los aspectos teóricos y muy poca profundidad en el desarrollo de ejemplos y en la discusión del trabajo de los grupos de futuros profesores.

9.5. Complejidad de las Nociones del Análisis de Contenido y Génesis Instrumental

Las dificultades manifestadas por los grupos de futuros profesores al trabajar con los organizadores del currículo del análisis de contenido son, al menos parcialmente, consecuencia de la complejidad involucrada en estas nociones. Desde una perspectiva teórica, y como lo puse de manifiesto anteriormente, estas nociones son complejas. Pero el significado teórico de las nociones es sólo un aspecto de su complejidad. Esta complejidad se amplifica cuando se tiene en cuenta sus significados técnico y práctico. Para poner en juego estos significados, los futuros profesores deben desarrollar estrategias que les permitan transformar cada organizador del currículo del análisis de contenido en un instrumento útil desde el punto de vista didáctico. Por un lado, los futuros profesores deben construir las estrategias necesarias para analizar un concepto con el propósito de identificar, organizar y seleccionar sus diversos significados. Por el otro lado, ellos deben también construir las estrategias que les permitan utilizar la información que surge de esos análisis en los otros análisis del análisis didáctico y en el diseño de la unidad didáctica.

La complejidad de las nociones del análisis de contenido se apreció en este estudio en los tres aspectos que acabo de mencionar. La insistencia de algunos grupos de futuros profesores en no considerar lo simbólico como sistema de representación o en proponer lo fenomenológico como sistema de representación es una manifestación de sus dificultades para abordar el significado teórico de las nociones. En la mayoría de los casos, los grupos de futuros profesores superaron estas dificultades a lo largo de la asignatura. Sin embargo, haber dado este paso no implicó que ellos pudieran poner en juego la noción para efectos de identificar los diversos significados del concepto, como lo he puesto de manifiesto en el caso de la noción de fenomenología. En los casos en los que este análisis se realizó con alguna profundidad, como fue el caso de varios grupos con respecto a la noción de sistema de representación, esto no implicó que estos grupos hubiesen desarrollado las estrategias necesarias para utilizar esta información con propósitos didácticos.

Los tres aspectos que acabo de mencionar se relacionan con los tres procesos que articulan la génesis instrumental. Los grupos de futuros profesores lograron, al final de la asignatura, el proceso de instrumentalización para las nociones de estructura conceptual y sistemas de representación, y de manera parcial para la noción de fenomenología. La instrumentación se realizó en buena medida en el caso de la estructura conceptual y los sistemas de representación y de manera muy parcial para la fenomenología. La integración orquestada tuvo lugar de manera parcial para las nociones de estructura conceptual y sistemas de representación.

Los resultados que he presentado en este apartado me permiten matizar algunos aspectos del proceso de génesis instrumental para el caso concreto de los organizadores del currículo del análisis de contenido. Esta evidencia muestra que la transformación de un organizador del currículo en instrumento es un proceso dinámico en dos direcciones. El análisis de la estructura matemática y la construcción del significado de cada una de los organizadores del currículo interactúan dinámicamente. A medida que se avanza en el análisis, se construyen significados más complejos (del organizador del currículo y del concepto) que, a su vez, permiten nuevos análisis más profundos.

Las características de las transparencias de los grupos dependen por lo tanto de dos factores: el significado que los grupos van construyendo de cada organizador del currículo y la profundidad con la que estudian y analizan (utilizando dicha noción como instrumento) la estructura matemática que corresponde a su tema. Un significado inicial del organizador del currículo permite solamente una descripción general de la estructura matemática. Y el esfuerzo por profundizar en el análisis de la estructura matemática contribuye al desarrollo del significado de la noción. Esta dualidad se aprecia por ejemplo en el proceso de pasar de una variedad de criterios de organización a uno solo de ellos: el significado de la noción se afianza y la descripción de la estructura matemática mejora. Se aprecia, por tanto, el juego entre los significados teórico, técnico y práctico del organizador del currículo. El desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores se fundamenta en este juego entre teoría y práctica.

Las reflexiones anteriores me permiten matizar y adaptar el modelo de actividad situada con mediación de instrumento de Vérillon (2000, p. 7). En la Figura 89 he adaptado los nombres de los elementos del modelo al contexto de la asignatura. La evidencia que he presentado en este estudio pone de manifiesto que la relación $G(O) \leftrightarrow C$ es cíclica. Con un significado del organizador del currículo como instrumento ($G \rightarrow O$), el grupo puede analizar (con la mediación de O) el concepto con cierta profundidad ($O \rightarrow C$). Al constatar el resultado de este análisis ($G \rightarrow C$), se reconocen nuevos significados del organizador del currículo como instrumento ($C \rightarrow O$) que transforman la práctica del grupo ($O \rightarrow G$) y les permite avanzar en su comprensión del organizador del currículo ($G \rightarrow O$) y del concepto ($G \rightarrow C$). Ésta es entonces una variación de la idea de mediación epistémica sugerida por Rabardel (2003, p. 668) en virtud de la cual el instrumento contribuye a la comprensión del objeto.

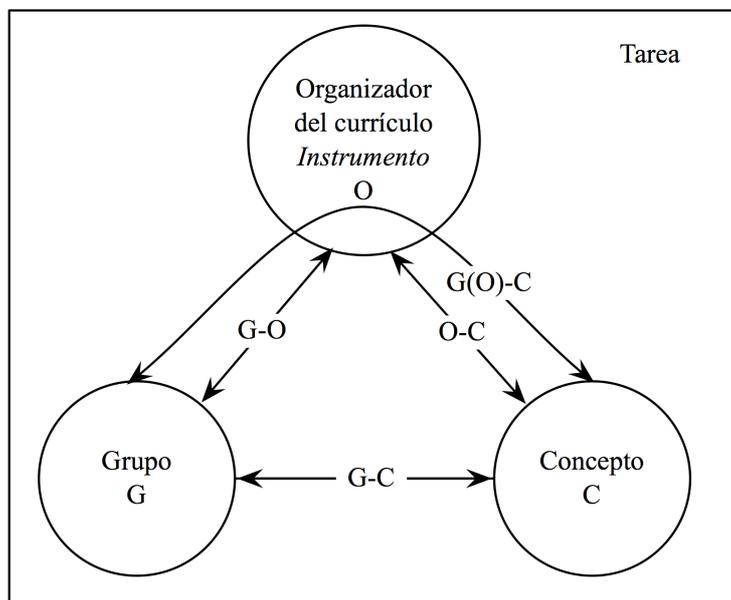


Figura 89. Modelo de actividad situada con mediación de instrumento de Vérillon (2000) adaptado a la asignatura

9.6. Complejidad de las Matemáticas Escolares

Cuando cada grupo escogió su tema, sus miembros supusieron que el tema era sencillo, matemáticamente hablando. Esta visión se transformó a medida que profundizaron en él. Los grupos de futuros profesores ampliaron su visión de lo que era una estructura matemática. Su experiencia como estudiantes de matemáticas y como profesores en clases particulares seguramente había reforzado una visión esencialmente formal de los conceptos matemáticos. Es posible que esta forma de ver las cosas estuviera en el centro de las dificultades que ellos tuvieron para apreciar la complejidad detrás de cada tema. No obstante, en la medida en que la génesis instrumental tuvo lugar y los grupos de futuros profesores progresaron en la identificación y organización de los diversos significados del concepto matemático, ellos se hicieron conscientes de su complejidad. Los resultados de este estudio muestran que la mayoría de los grupos de futuros profesores lograron abordar esta complejidad en sus perspectivas conceptual y representacional. No obstante, en cierta medida, esta complejidad los desbordó a la hora de utilizar los resultados de sus análisis para efectos didácticos. Cuando se esperaba que ellos utilizaran la información recogida para diseñar tareas o actividades de evaluación, los grupos de futuros profesores regresaron a los elementos tradicionales: una visión conceptual que utiliza los sistemas de representación básicos y que no saca provecho del análisis fenomenológico.

9.7. Desarrollo del Conocimiento Didáctico y Comunidades de Práctica

Los resultados de este estudio dan luces sobre el proceso en virtud del cual los grupos de futuros profesores construyeron socialmente los significados de los organizadores del currículo del análisis de contenido con motivo del esquema de

trabajo establecido en clase. El análisis sugiere que el desarrollo del conocimiento didáctico es un proceso dinámico y cíclico que puede ser promovido por la instrucción.

El análisis ha mostrado que los grupos de futuros profesores negociaron y construyeron el significado de los organizadores del currículo en la medida en que intentaron usarlo en la práctica en un tema específico. Los avances se lograron cuando, habiendo propuesto una solución al problema, los grupos de futuros profesores compararon su solución con las soluciones de los otros grupos y contrastaron su posición con las opiniones, comentarios y críticas de los compañeros y los formadores. En este proceso, los futuros profesores pudieron reconocer las deficiencias de su solución inicial, tener en cuenta las críticas recibidas a ésta, investigar en la literatura y discutir nuevas propuestas, hasta llegar a una nueva solución que surgió del acuerdo entre los miembros del grupo.

Las reflexiones anteriores resaltan el papel de la comunidad de práctica del aula en el aprendizaje de los grupos de futuros profesores. Éste es, sin duda, un aspecto importante del desarrollo de su conocimiento didáctico en el que no profundizaré en este estudio. Centraré mi atención en la conformación y consolidación de las comunidades de práctica de los grupos cuando trabajan por fuera del aula.

10. PUESTA EN PRÁCTICA DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO

En el tercer estudio, que presento en este apartado, caractericé los trabajos finales presentados por los grupos de futuros profesores. Lo hice desde la perspectiva de la puesta en juego, dentro de esos documentos, del conocimiento didáctico sobre el análisis de contenido.

10.1. Uso de la Información que Surge de los Organizadores del Currículo

La última actividad de la asignatura consistió en la producción y presentación de un trabajo final. En este documento, los formadores esperábamos que los futuros profesores presentaran, de manera sistemática y organizada, la información que habían recabado sobre los organizadores del currículo y utilizaran esa información para proponer el diseño de una unidad didáctica sobre el tema en el que habían trabajado a lo largo del curso.

Estas expectativas surgían de la conceptualización del análisis didáctico como procedimiento de diseño curricular. De acuerdo con esta conceptualización, la utilización sistemática y razonada de la información permite al profesor justificar el diseño que propone. Su diseño no surge únicamente de la intuición o la experiencia: el profesor puede justificar el diseño en el sentido de que dicho diseño es coherente con la información que ha producido al realizar el análisis didáctico. De esta manera, el profesor tiene una base para valorar las posibilidades de éxito del diseño, cuando éste se lleve a la práctica.

En este estudio, mi interés se centró en explorar, en cada uno de estos documentos, (a) qué información, de la propuesta en el análisis de contenido, se utilizó en los análisis del análisis didáctico y en el diseño de la unidad didáctica y (b) si

había información correspondiente al análisis de contenido que se utilizaba en los otros análisis o en el diseño de la unidad didáctica y que no había quedado registrada explícitamente en el apartado del análisis de contenido del documento.

10.2. El Análisis de Contenido en la Práctica

Como formadores, nosotros esperábamos que se apreciara una relación entre la información que cada grupo recogió y organizó en los análisis de contenido, cognitivo y de instrucción y el diseño que proponía. Igualmente, esperábamos también cierto vínculo entre los diversos análisis, de tal manera que la información que cada grupo produjera para un análisis (por ejemplo, el cognitivo) se sustentara a partir de la información recogida en los otros análisis (por ejemplo, el análisis de contenido).

El análisis de los trabajos finales muestra que estos propósitos no se lograron plenamente. Los trabajos finales de varios grupos de futuros profesores ponen en evidencia una relación débil entre la información recogida para los organizadores del currículo del análisis de contenido y su uso en los otros análisis y en el diseño de la unidad didáctica. También muestran que los grupos de futuros profesores utilizaron la información que surgió del análisis de contenido solamente en algunos aspectos de los otros análisis y del diseño de la unidad didáctica y, por lo tanto, que no lograron desarrollar necesariamente una visión global e integrada del análisis de contenido, en particular, y del análisis didáctico, en general, como herramienta para el diseño de unidades didácticas.

Desde la perspectiva de los organizadores del currículo del análisis de contenido, se observa que la fenomenología fue utilizada particularmente en las propuestas de las sesiones de clase, pero fue poco utilizada en los otros apartados del documento. Por su parte, la información sobre la estructura conceptual y los sistemas de representación se utilizó especialmente en los apartados de análisis cognitivo, materiales y recursos, objetivos y contenidos. Esto sugiere que la información fue útil, pero solamente en algunos aspectos del proceso. En términos de la génesis instrumental, estos resultados sugieren que varios grupos de futuros profesores no pudieron construir y desarrollar las técnicas (razonamientos y procedimientos) que les permitieran apreciar la importancia de la información producida en el análisis de contenido y les indujeran a utilizarla en los otros análisis del análisis didáctico y en el diseño de la unidad didáctica.

Este estudio presenta evidencia para confirmar una conjetura que compartimos la mayoría de los formadores de profesores de matemáticas interesados en el desarrollo de la competencia de planificación: el diseño sistemático y fundamentado de una unidad didáctica es un proceso complejo. Los resultados que he presentado en este estudio (a) muestran que los diseños curriculares propuestos por los grupos de futuros profesores no se pueden calificar como “de calidad”, (b) resaltan algunas de las dificultades que ellos enfrentaron y (c) sugieren la necesidad de que la instrucción haga un mayor énfasis en la importancia de que este diseño se fundamente y se justifique a partir de la información que se recoge para los organizadores del currículo.

11. UNA COMUNIDAD DE PRÁCTICA

En los tres apartados anteriores he abordado, desde diferentes perspectivas, la última de las cuatro preguntas que formulé al comienzo de este documento:

¿Qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura?

Hasta ahora, he mostrado que el aprendizaje de los grupos de futuros profesores se puede caracterizar en términos de unos estados de desarrollo del conocimiento didáctico y he descrito esos estados. Los resultados de estos estudios surgieron de la codificación y análisis de las transparencias utilizadas por los grupos de futuros profesores. Las transparencias utilizadas por un grupo para hacer la presentación sobre un tema son, en general, el fruto de varias horas de trabajo y discusión de sus integrantes. Los grupos presentan sus trabajos como un producto terminado en el que no se aprecia el proceso que le dio lugar. Pero, ¿cómo es ese proceso? ¿Cómo tiene lugar el aprendizaje de un grupo de futuros profesores cuando, al trabajar fuera del aula, prepara la presentación que después realizará ante sus compañeros? El análisis de las transparencias de un grupo de futuros profesores ilustra de manera parcial su aprendizaje porque hay muchos aspectos del aprendizaje de un grupo que no se pueden apreciar en sus producciones. Cuando se observan las actuaciones de los futuros profesores, no podemos saber cómo se produjeron esas actuaciones, ni qué se quedó en las discusiones y negociaciones del grupo que no se expresó en su actuación. Al final del apartado anterior, caractericé esta problemática como una de las cuestiones que quedaban abiertas en este proyecto de investigación: la exploración del proceso en virtud del cual cada grupo de futuros profesores negocia significados y avanza en su proceso de aprendizaje, cuando trabaja por fuera del aula preparando sus presentaciones.

En este apartado abordo esta cuestión al presentar los resultados del análisis de las grabaciones de audio de las reuniones de trabajo por fuera del aula de uno de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura. Se trató del grupo que trabajó sobre la función cuadrática. Me fijé dos propósitos con este estudio: (a) describir la evolución del conocimiento didáctico de este grupo de futuros profesores y (b) utilizar esa información para explicar algunos de los resultados obtenidos en los otros análisis.

Fundamenté conceptualmente el estudio en la teoría social del aprendizaje de Wenger (1998). Seleccioné, interpreté y adapté los aspectos más relevantes de esta teoría a las características y los propósitos del estudio. Basándome en esta adaptación de la teoría, diseñé unos instrumentos que me permitieron codificar, analizar e interpretar las transcripciones de las grabaciones de audio de las reuniones del grupo. A continuación, describo los procesos de codificación y análisis que diseñé para abordar el problema. El cuerpo del apartado lo ocupa la caracterización y fundamentación empírica de las 32 cuestiones que constituyen los resultados. Al final del apartado, me baso en estos resultados para caracterizar el grupo función cuadrática como comunidad de práctica y reflexionar sobre algunas de las implicaciones del estudio.

11.1. De una Teoría a unos Instrumentos de Codificación, Análisis e Interpretación

Recordemos que el aprendizaje en la práctica implica el compromiso mutuo en una empresa conjunta con un repertorio compartido. Esto es, el aprendizaje emerge en la medida en que (a) evolucionan diferentes formas de compromiso mutuo; (b) se comprende y se refina la empresa; y (c) se desarrolla el repertorio compartido, el estilo y el discurso.

La evolución de diferentes formas de compromiso mutuo se caracteriza por cómo influye el entorno (qué ayuda y qué molesta), cómo se definen las identidades, cómo se desarrollan las relaciones, y cómo se genera, negocia y materializa el significado. El proceso de comprender y afinar la empresa se caracteriza por el papel de las condiciones externas, las características del discurso (qué se discute, se muestra y se valora) y la definición de la empresa y las responsabilidades. Y el desarrollo del repertorio compartido se caracteriza por los estilos de expresión, las rutinas de trabajo y los recursos de negociación de significado. Profundizaré en la caracterización de cada uno de estos procesos más adelante, cuando aborde el análisis de la información que corresponde a cada una de estas dimensiones.

La teoría social del aprendizaje de Wenger no tiene un carácter operacional. Mi problema era entonces conceptual y metodológico: ¿cómo codificar y analizar la información para caracterizar el fenómeno en términos de la teoría? Es decir, ¿cómo establecer categorías y valores de codificación y análisis que, fundamentados en la teoría, me permitieran seleccionar y estructurar la información relevante e identificar las cuestiones más significativas con respecto al aprendizaje del grupo de futuros profesores? En la primera fase del proceso, identifiqué y estructuré unas categorías de análisis. Estas categorías serían el enlace entre las nociones centrales de la teoría y los códigos que conformarían el instrumento para explorar, seleccionar y articular la información. Las categorías de análisis surgieron de una lectura detallada e intencionada de la teoría. Habiendo revisado, en una primera instancia, las transcripciones de las grabaciones de audio de las reuniones del grupo de futuros profesores, interpreté y seleccioné nociones y aspectos de la teoría en términos de esa información. De esta manera, fui produciendo diversas versiones de la lista de categorías hasta que consideré que dicha lista era coherente y tenía significado con respecto a la información.

Organicé estas categorías atendiendo a las tres dimensiones que caracterizan el aprendizaje en una comunidad de práctica: compromiso mutuo, empresa conjunta y repertorio compartido. Teniendo en cuenta el significado de cada una de estas categorías dentro de la teoría, identifiqué una serie de preguntas que las caracterizaba y que se adaptaban al fenómeno que quería estudiar y a la información que tenía disponible. Por ejemplo, para la categoría significado de la dimensión compromiso mutuo, formulé las siguientes preguntas: (a) ¿Cómo y qué significados se descubren? (b) ¿Qué dificultades de significado aparecen? (c) ¿Qué eventos de materialización suceden? (d) ¿Qué propuestas de significado se hacen y cómo se hacen? y (e) ¿Qué propuestas de significado se adoptan y cómo se adoptan?

Mi fuente de información fueron las grabaciones de una parte de las sesiones de trabajo del grupo. Las sesiones grabadas se distribuyeron a lo largo del periodo en el que el grupo trabajó el análisis didáctico e incluyeron las sesiones de preparación del documento previo y de preparación del documento y la presentación

final. Estas grabaciones de audio fueron transcritas. Desde la perspectiva metodológica, mi problema consistía en diseñar y llevar a la práctica unos instrumentos de codificación y análisis de estas transcripciones que me permitieran abordar las preguntas de investigación. Estos instrumentos debían estar basados en el análisis conceptual que acabo de presentar.

Desarrollé entonces un primer sistema de códigos partiendo de las preguntas que enumeré en la sección anterior. Este sistema de códigos evolucionó en la medida en la que fui codificando las transcripciones y percibía la necesidad de incluir nuevos códigos. La lista final contiene 94 códigos. Por ejemplo, establecí códigos para identificar aquellos episodios en los que se hacía referencia a los comentarios a las transparencias, se definían y conformaban responsabilidades, o se establecían rutinas de trabajo dentro del grupo.

El proceso de codificación de las transcripciones consistió en la identificación, registro y caracterización de episodios. Un episodio es una porción de la transcripción, de longitud variable, que contiene afirmaciones de uno de los participantes o intercambio de afirmaciones entre varios miembros del grupo. Su coherencia se centra en el hecho de que gira en torno a una idea o un mensaje. Como resultado de la codificación, produce una base de datos en la que cada registro corresponde a un episodio y a un código asignado a ese episodio. Cada registro incluye apuntes con mi interpretación de las interacciones y la identificación de sus aspectos más relevantes. El siguiente es un ejemplo de un episodio que codifiqué con los códigos correspondientes a relaciones personales, líder y participación complementaria. En este episodio, uno de los participantes cuya actuación representa una participación complementaria, se refiere a la actitud autoritaria del líder. El comentario que asigné a este episodio fue el siguiente: “De nuevo hay tensión: critican explícitamente al líder. Lo sabe todo porque da clase” [100,73773,74154]¹⁵⁸.

P1: Es que es especialista ahora. Como él da clase, pues ya se cree que todo el monte es orégano.

Al final del proceso de codificación, resultaron 7.412 registros en la base de datos. Estos registros corresponden a 2.606 episodios, dado que un mismo episodio puede ser registrado con más de un código y cada pareja de episodio y código corresponde a un registro de la base de datos.

Era evidente que se necesitaba resumir la información que surgió de la codificación de la información. En este proceso de síntesis tuve en cuenta la teoría (a través de las categorías y las preguntas) y la información adicional que registré durante la codificación (comentarios y notas). Diseñé varios programas de ordenador que me permitieron producir un resumen del contenido de la transcripción de cada cinta de grabación.

El análisis de los resúmenes de la codificación de cada cinta me permitió identificar una serie de cuestiones que parecían relevantes para el estudio. Por

¹⁵⁸ En lo que sigue, identifico un episodio dentro las transcripciones con una tripla [a,b,c], donde a es el número que identifica la cinta en la que está grabada esa parte de la sesión y b y c identifican (en número de caracteres) el comienzo y el final del episodio dentro del texto de la transcripción codificada. Así, el episodio [066,27077,27458] se encuentra entre los caracteres 27077 y 27458 de la transcripción codificada de la cinta 66.

ejemplo, de este análisis resultó evidente que hubo un líder en el grupo y que su actuación determinó varios aspectos del proceso de aprendizaje que tuvo lugar. Por lo tanto, la caracterización del líder y de su relación con los demás miembros del grupo fue una de las cuestiones que valía la pena registrar y analizar. Este listado de cuestiones concretó y resumió, en una serie de frases (papel del líder, papel de los comentarios a las transparencias, importancia de las conexiones entre los sistemas de representación, etc.), los 950.5 minutos de grabación de los que partí como información inicial para el estudio. Identificaré y caracterizaré estas cuestiones en las siguientes secciones.

Este listado fue el producto final de un proceso de *síntesis*. Recogí y organicé la información correspondiente a este listado de cuestiones en una nueva base de datos, que se convirtió entonces en el punto de inicio de un proceso de *análisis*. En este análisis de la codificación, me impuse, para cada una de las cuestiones identificadas en el proceso de síntesis, dos propósitos: (a) describir cada cuestión, identificando sus principales características e (b) identificar los episodios más representativos de estas características con el propósito de fundamentar con evidencia la caracterización de la cuestión.

Una vez que realicé dicho procedimiento para cada cuestión de un aspecto determinado (e.g., “sistemas de representación” en la categoría repertorio compartido), produje un resumen de la caracterización de las cuestiones pertenecientes a ese aspecto, junto con los principales resultados obtenidos. En cada una de las secciones que siguen, organizo los resultados correspondientes a cada una de las tres dimensiones de análisis.

11.2. Compromiso Mutuo

Organicé el análisis de las transcripciones con respecto al compromiso mutuo de acuerdo con cuatro dimensiones: entorno, identidades, relaciones y significado. El análisis se centra principalmente en la caracterización de los procesos de negociación de significado del grupo y de los factores que influyeron en ese proceso.

Procesos de Negociación de Significado, Entorno, Identidades y Relaciones

La experiencia docente, la asignatura de prácticas y los libros de texto son los tres elementos del entorno que más influyeron en los procesos de negociación de significado dentro del grupo. El conocimiento intuitivo que los participantes habían desarrollado en sus experiencias como profesores les permitió hacer múltiples propuestas para el análisis cognitivo. La experiencia de la asignatura de prácticas jugó otro papel: aportó información que permitió fundamentar y validar argumentos dentro de las discusiones del grupo. Los libros de texto aportaron información para la estructura conceptual y fueron una fuente de información que permitió validar afirmaciones y resolver dudas. También jugaron un papel central en el diseño de la unidad didáctica. Las actividades que el grupo propuso para la unidad didáctica surgieron de la selección y transformación de ejercicios que encontraron en ellos.

Las transcripciones pusieron en evidencia la existencia de un líder. Él fue quien planificó, dirigió y verificó el trabajo del grupo. También fue quien aportó la mayoría de las ideas. Paralelamente al líder, algunos miembros asumieron un

papel complementario: esperaban que el líder les indicara lo que tenían que hacer, para después presentarle reportes de su trabajo y esperar su aprobación.

Aunque el grupo mantuvo en general un ambiente de trabajo relajado, hubo momentos de tensión a lo largo de las sesiones. Estos momentos tuvieron que ver, por un lado, con la sesión de evaluación en la que el líder estuvo ausente y en la que se generaron múltiples conflictos de significado entre dos de los miembros del grupo. Por el otro lado, hubo momentos de gran tensión entre el líder y uno de los participantes, diferencias que se llevaron al nivel personal, pero que más tarde se subsanaron.

En las sesiones se percibió un esfuerzo permanente de búsqueda de significado. La confusión fue un elemento de este proceso de búsqueda y se expresó en situaciones en las que se cambió de opinión sobre un tema o se asumieron posiciones tentativas. Paralelamente a la confusión, aparecieron situaciones de conflicto de significado en las que dos o más miembros asumieron posiciones incompatibles con respecto a una cuestión. Para resolver las confusiones y los conflictos de significado el grupo utilizó diferentes mecanismos. En la mayoría de los casos, estos procesos de resolución dieron lugar a nuevas propuestas de significado que terminaron siendo adoptadas por el grupo. Algunas de las propuestas fueron el producto de procesos de descubrimiento de significado, en los que apareció una nueva idea que contribuyó claramente a la realización de la tarea del momento. Al final, muchos de estos significados se materializaron paulatinamente dentro del grupo.

A continuación, presento un ejemplo resumido de uno de los resultados anteriores: los episodios de confusión de significado.

Confusión de Significado

Llamo episodios de confusión de significado a aquellos episodios en los que, con respecto a una cuestión particular, uno o más miembros del grupo: (a) no están seguros sobre su significado, (b) cambian de opinión sobre su significado a lo largo de las sesiones, o (c) asumen posiciones no válidas con respecto a dicho significado.

En esta sección centro mi atención en una cuestión que se ubica principalmente en las dos primeras categorías. Se trata de la confusión entre las nociones de ecuación y función. La confusión apareció en la revisión histórica que ellos realizaron sobre su tema. Al comienzo de ese trabajo, el grupo ya previó que habría confusiones con el significado de las dos nociones. Esperaban utilizar los resultados de la indagación histórica para relacionarlas [043,1012,1554]. Al avanzar en dicha indagación, el grupo produjo una primera definición del problema: consiste en el problema de cómo pasar de la ecuación a la función [043,5910,6095]. Uno de los miembros del grupo creyó que tenía clara la diferencia entre ecuación y función. No obstante, esta claridad desapareció cuando trataron de establecer las diferencias entre las dos nociones. Se pasó por afirmar que la función era la generalización de la ecuación y se terminó en una afirmación enfática: cualquier ecuación de segundo grado era una función [043,8000,10438]:

P3: No, pero si estoy hablando ya de nosotros. ¿Por qué todo este lío? Porque pensamos de una manera. Ecuación y función. Es decir: función, ¿cuándo se usa el término función? Cuando hay que dar...

P2: Una relación entre unas variables, unas magnitudes...

P3: Una relación entre una variable y otra; entre una magnitud y otra. Pero la ecuación estaba ahí desde el principio. Y ecuación de segundo grado, simplemente es variar una cosa con respecto de otra; con la ecuación de segundo grado. Eso es una función de segundo grado. Entonces, vamos a hablar de ecuaciones de segundo grado, y luego les decimos...

...

PX: Es que para mí, la generalización de una ecuación de segundo grado, ya es una función.

P3: Ya es una función; también puede ser.

PX: No, puede ser no; es que es.

P3: Bueno, puede ser, no.

PX: Y es que, cualquier ecuación de segundo grado es una función.

No obstante, el grupo pensó que el problema no era grave porque ellos consideraban que históricamente las dos nociones habían sido la misma [043,11147,11514]. En un momento dado de la discusión, el grupo pareció llegar a un acuerdo sobre significados parciales de los términos [043,11988,12518]:

P4: (). Función de segundo grado, y a mí lo que se me viene a la mente es una parábola. Pero si estoy viendo una ecuación de segundo grado, a mí lo que se me viene es la raíz.

PX: Hallarle los ceros, ¿no?

PX: Claro.

PX: Hasta ahí estamos de acuerdo.

PX: Sí, estamos.

Entonces, los miembros del grupo creyeron tener claridad sobre la diferencia entre las nociones. El problema consistió en que no lograban expresar esa diferencia. No obstante, aparecieron conflictos con afirmaciones que habían hecho anteriormente, porque “una ecuación no es lo mismo que una función” [043,14683,17431]. Esta confusión y las dificultades que conllevaron generaron entusiasmo por la indagación histórica, porque pensaron que podía llegar a resolver algunos aspectos de la cuestión [043,48717,49586]. En este punto se terminaron las referencias a la relación entre ecuación y función desde la perspectiva histórica. No obstante, esta dualidad reapareció en las discusiones sobre errores y dificultades. La confusión se concretó en ese momento como dificultad de los escolares [066,20856,21436]. No obstante, al tratar de expresar la dificultad, ellos volvieron a caer en la confusión [100,6435,7622]:

P1: Señores. Yo aquí he hecho cinco grandes dificultades, aquí a cara de perro. Primera dificultad: identificación de una ecuación de segundo grado. Posibles errores.

P2: ¿De una ecuación?

P1: De una ecuación () ecuación; de la expresión de una ecuación de segundo grado. Bueno, o de una función, si quieres. Tomar el coeficiente líder 1; no reconocer la ecuación de segundo grado en la forma multiplicativa: identificar las raíces.

Para terminar, en la sesión de preparación del borrador de la unidad didáctica, la confusión reapareció, esta vez en forma de broma hacia la actitud esencialmente simbólica de uno de los miembros del grupo [101,92686,93099]:

P2: () ¿Y qué vas a decir de funciones de segundo grado? Son aquellas que son como las ecuaciones, pero sin el cero; y donde está el cero, pones $f(x)$.

P4: () (Risas).

P1: () No, hombre.

11.3. Empresa Conjunta

El proceso de comprender y afinar la empresa conjunta (afinar el compromiso, conformar responsabilidades, definir la empresa y sus interpretaciones) es el segundo elemento que caracteriza el aprendizaje dentro de una comunidad de práctica. En esta sección, describo y caracterizo los principales procesos en virtud de los cuales el grupo constituyó y desarrolló la empresa conjunta. De acuerdo con el marco conceptual del estudio, se espera que la empresa conjunta de una práctica se negocie colectiva y permanentemente y cree relaciones de responsabilidad mutua entre los participantes. La empresa es la respuesta y la adaptación de los participantes, con sus restricciones y recursos, a las condiciones externas, pero no está nunca completamente determinada por mandato externo. En el caso de la comunidad de práctica objeto de este estudio, la constitución y desarrollo de la empresa conjunta se basó en dos procesos relacionados entre sí: (a) la definición de la empresa y sus interpretaciones, teniendo en cuenta las condiciones externas que la afectaron y (b) la conformación de responsabilidades y el desarrollo del compromiso, con especial atención a la actitud permanente hacia la eficiencia del trabajo que se realizó.

La definición de la empresa estuvo condicionada por condiciones intrínsecas a las tareas que el grupo tenía que realizar (interpretación de la tarea y dificultad y amplitud del tema a tratar) y por condiciones externas a la comunidad de práctica (comentarios a las transparencias y comentarios de los formadores). A continuación, presento un ejemplo resumido de uno de los resultados anteriores: el papel de los comentarios a las transparencias.

Comentarios a las Transparencias

En el trabajo hecho por el grupo función cuadrática encontré evidencia que sugiere que los comentarios a las transparencias jugaron un papel importante en la construcción de significados por parte del grupo. Este papel se expresó en el hecho de que los comentarios sirvieron como referencia para validar las propuestas que el grupo había hecho. En varias ocasiones, el grupo aceptó ciegamente estos comentarios, los asumió como autoridad para resolver confusiones y conflictos

y reconoció explícitamente su papel. Éste fue el caso de la construcción del significado de la noción de fenomenología. El grupo leyó varias veces los comentarios hasta que uno de sus miembros comprendió la idea del análisis por medio de subestructuras de la estructura matemática de la función cuadrática. Este participante utilizó los comentarios como fuente de autoridad para convencer a los demás de las ideas necesarias para realizar el análisis fenomenológico y elaboró estas ideas paulatinamente para organizar el trabajo en esta área. El papel de los comentarios a las transparencias fue tardío. Solamente en contadas ocasiones el grupo tuvo en cuenta, cuando se encontraba preparando una presentación, los comentarios que se les había hecho a la presentación anterior. Esto era normal, puesto que los temas de dos presentaciones sucesivas, aunque relacionados, eran diferentes. No obstante, los comentarios a las transparencias volvieron a aparecer cuando estaban preparando el trabajo sobre la unidad didáctica. El grupo retomó esta información y la utilizó para cambiar, mejorar y profundizar las propuestas que habían hecho durante el curso.

En la primera reunión con los formadores para la preparación de la unidad didáctica, el grupo reconoció explícitamente el papel que habían jugado los comentarios a las transparencias [096,15912,16553]:

P5: El recorrido histórico lo vamos a dejar para lo último (). A ver. En fenomenología, siguiendo también con las recomendaciones que tenemos, hemos..., la primera estructuración que hemos hecho hemos considerado fenómenos matemáticos y fenómenos no matemáticos.

El grupo reconoció la importancia y la utilidad de organizar los fenómenos basándose en subestructuras de la estructura de la función de segundo grado gracias a la interpretación y la discusión que tuvieron sobre los comentarios a las transparencias. En el siguiente episodio, P2 reconoce explícitamente que los comentarios le han “dado una pista” para solucionar la tarea [098,32775,34767]:

P1: Volvemos a lo mismo. Dice: “la clasificación de los fenómenos no matemáticos en físicos y no físicos es un poco artificial, desde la perspectiva de la estructura matemática en cuestión. Todos esos fenómenos son, sencillamente, fenómenos no matemáticos”, que es lo que yo te dije a ti. “Dentro de esa gran familia de fenómenos no matemáticos, hacéis una clasificación por áreas de conocimiento: física, química, biología, económica y (). Pero este tipo de clasificación no permite establecer una relación entre las características estructurales de los fenómenos...”

...

P1: Si ahora lo que se trata es de hacerlo.

P2: Ya, pero () me ha dado una pista.

El papel de los comentarios a las transparencias como autoridad que permitió resolver confusiones y conflictos de significado se aprecia en el siguiente episodio. El grupo no comprendió con facilidad los comentarios a las transparencias. En muchas ocasiones tuvieron que hacer un esfuerzo de interpretación que contribuyó a la construcción social de significados. Esto se aprecia en la primera sesión de

preparación del borrador de la unidad didáctica, cuando buscan resolver algunos problemas relacionados con el análisis fenomenológico [098,25257,27564]:

P2: Vamos a ver ().

P3: Léelo otra vez; léelo otra vez.

P2: Eso sí. Pero si ahora te leo. “En clase ya se hizo el comentario de que el término modelización de fenómenos es demasiado general y no aporta, necesariamente, al análisis fenomenológico. El problema del análisis fenomenológico es, precisamente, el identificar la familia del fenómeno y clasificarlo de acuerdo a sus estructuras matemáticas que lo organizan. Por ejemplo, la subestructura matemática que organiza los fenómenos de áreas son aquellas funciones de segundo grado de la forma $f(x)=ax^2$ ”. Y ahí hay un montón de... O sea, de ahí, a partir de ese tipo de función de segundo grado, pues salen un montón de fenómenos. Pueden ser fenómenos matemáticos y no matemáticos. Da igual. Se meten todos juntos dentro de que salen de la función $f(x)=ax^2$. Luego te dice: “pero esta subestructura no permite organizar los problemas relacionados con el espacio y el tiempo de los fenómenos de un movimiento...” O sea, un movimiento uniformemente acelerado; porque las funciones de segundo grado que modelizan este tipo de fenómenos son éstas. Y a partir de estas funciones, se sacan: esto, esto, esto y esto. Y pueden ser matemáticos o no matemáticos. Pero de este tipo de función se sacan todos estos fenómenos.

P3: ().

P2: () que hay que buscar la familia... O sea, las subestructuras matemáticas de la función y, a partir de ahí, sacar los fenómenos, ya sean de un tipo o de otro. O sea, que la organización hay que hacerla partiendo de la estructura conceptual.

P3: ().

P2: Y eso es lo que estoy intentando (), pero no es nada fácil.

11.4. Repertorio Compartido

Centro el análisis de las transcripciones, desde la perspectiva del desarrollo del repertorio compartido, en dos aspectos: el desarrollo y establecimiento de rutinas de trabajo y la evolución en la construcción de significado de las tres nociones que conforman el análisis de contenido: estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología. Para cada una de estas nociones, exploro dos aspectos del proceso de construcción de significado: las principales dificultades de significado y sus procesos de resolución y materialización, y la puesta en práctica de estos significados en los otros análisis del análisis didáctico. A continuación presento un breve resumen de los resultados obtenidos.

Rutinas de trabajo. El grupo, con la dirección del líder, desarrolló y estableció rutinas de trabajo para las actividades en las sesiones, la actividad individual por fuera de las sesiones y las actividades relacionadas con tareas específicas durante

las sesiones. Estas rutinas fueron de dos tipos: trabajo individual con puesta en común posterior y trabajo de exploración con lluvia de ideas.

Estructura conceptual. La instrucción insistió sistemáticamente en el tema de las conexiones dentro de la estructura conceptual. En las primeras producciones del grupo aparecieron algunas relaciones entre sistemas de representación. No obstante, el grupo se hizo consciente de la importancia de este aspecto de la estructura conceptual cuando estaban preparando el borrador de la unidad didáctica. En ese momento, el grupo logró diferenciar con claridad la estructura conceptual de los sistemas de representación.

Desde la perspectiva de su puesta en práctica, la estructura conceptual jugó un papel tanto en el análisis cognitivo, como en el análisis de instrucción. En el primero, sirvió de referencia para verificar, ubicar y organizar errores y dificultades. En el segundo, sirvió de guía para organizar la secuencia de nociones que se abordaron en la unidad didáctica.

Sistemas de representación. Los sistemas de representación fue el organizador del currículo predominante en las producciones del grupo. El trabajo se centró, con el propósito de concretar el tema, en los sistemas de representación simbólico y gráfico. Las transcripciones evidencian una evolución en la construcción del significado de las conexiones entre los sistemas de representación. Este tema comenzó a ser importante en el análisis cognitivo, cuando el grupo reconoció que podía estar en la base de una de las dificultades de los escolares. Aunque no hay evidencia de que el grupo haya tenido dificultades con la noción de sistema de representación, sí aparecen dos dificultades relacionadas con la noción. Por un lado, y desde la primera sesión, el grupo no logró diferenciar con claridad las nociones de ecuación y función cuadrática (miradas desde una perspectiva exclusivamente simbólica). Por el otro, cuando entraron en el detalle de las conexiones entre los sistemas de representación simbólico y gráfico, el grupo no logró manejar con fluidez los aspectos técnicos del significado gráfico de los parámetros de las formas simbólicas de la función cuadrática. La primera dificultad se resolvió paulatinamente a lo largo de las sesiones. Para la segunda, el grupo sólo logró una solución parcial.

Los sistemas de representación se pusieron en práctica en el análisis fenomenológico, el análisis cognitivo y el diseño curricular. En el análisis fenomenológico dieron lugar a categorías con las que se organizaron los fenómenos. En el análisis cognitivo, la noción de conexión les permitió identificar una dificultad de los escolares. Y, en el diseño de la unidad didáctica, los sistemas de representación fueron un tema central de sus objetivos y sus contenidos. Adicionalmente, el grupo se basó en los sistemas de representación para desarrollar un procedimiento que les permitió seleccionar y organizar los problemas de los libros de texto. El grupo utilizó esta selección y organización para diseñar las actividades que conformaron la unidad didáctica.

Análisis fenomenológico. En un comienzo, el grupo se enfrentó a dificultades relacionadas con el significado de las nociones de fenómeno y modelización. Estas dificultades estaban en el origen de una primera organización de los fenómenos en cuatro categorías: fenómenos matemáticos, fenómenos no

matemáticos, áreas de figuras geométricas y modelización. Esta organización sólo cambió con motivo de la revisión de los comentarios a las transparencias durante la sesión de preparación del borrador de la unidad didáctica. En ese momento, el grupo descubrió, negoció y materializó el procedimiento de análisis por subestructuras.

No obstante, en el diseño curricular, la relación entre el análisis fenomenológico y el diseño de actividades fue débil e intuitiva. Sólo hay referencias a “ejercicios verbales” y situaciones cotidianas como medios para motivar a los escolares e introducir algunos temas y nociones.

A continuación, presento un ejemplo resumido de uno de los resultados anteriores: la discusión sobre el significado gráfico de los parámetros de las formas simbólicas de la función cuadrática.

Significado Gráfico de los Parámetros

La discusión sobre el significado gráfico de los parámetros de las formas simbólicas apareció en la sesión de preparación de la unidad didáctica. Hasta ese momento, el significado de las conexiones entre los sistemas de representación simbólico y gráfico había sido general. La especificidad de estas conexiones (con respecto a los parámetros) surgió con motivo de la necesidad de diseñar en detalle las actividades que se propondrían a los escolares en las sesiones que compondrían la unidad didáctica. Cuando el grupo abordó este problema, se generaron confusiones y se hicieron explícitas algunas de las dificultades que ellos tenían con el manejo matemático de su tema. Estas dificultades se hicieron evidentes en el manejo del significado gráfico de los parámetros de las formas simbólicas.

Las dudas y confusiones en este tema se aprecian en el siguiente episodio en el que se preguntan sobre el papel de los parámetros en la ubicación de los cortes de la función con el eje x [102,121228,122206]:

P4: O sea, los puntos de corte con el eje de las x , ahí influyen los otros coeficientes de la función. ¿No?

P2: Sí, pero.

P3: Espérate.

P4: Vamos a ver.

P3: ¿Qué es lo que pretendéis?

P4: Bartolo dice... Bartolo dice que, cuando tú hayas visto las características generales..., como, por ejemplo, acabas de ver los intervalos de crecimiento y decrecimiento..., esos dependen del coeficiente líder, pues que ahí se comente. Eso es lo que tú estás diciendo.

P4: Entonces, yo digo que lo mismo que ahí se comenta lo del coeficiente líder, cuando ves los puntos de corte, tendrás que comentar cómo influyen todos los demás coeficientes. Porque es que ahí influye. Porque en lo otro, sí que es verdad que influyen todos. En los puntos de corte influyen los tres. ¿O no?

Cuando reflexionaron sobre el papel del parámetro a en la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$, llegaron a pensar que todas las características de la gráfica de

la función dependían de este parámetro [100,89677,90153]. Pero, como es natural, las mayores dificultades se encontraron con el significado del parámetro b . Estas dificultades aparecieron al comienzo de la sesión, cuando uno de los miembros preguntó explícitamente sobre el significado gráfico de este parámetro [105,4318,4424]. En la discusión que tuvo lugar sobre este tema, llegaron a pensar que este parámetro, por sí solo, no influía en nada [105,14822,15530] y recurrieron a la reflexión algebraica para centrar el significado gráfico del parámetro en su influencia en la ubicación del corte de la función con el eje x [105,95236,96157]. Finalmente, llegaron a establecer que este parámetro influía en la traslación horizontal del vértice, pero no se dieron cuenta que esta influencia era lineal, mientras que el efecto sobre la posición vertical del vértice era de tipo cuadrático [105,98785,99239]:

P2: Cuando el signo del coeficiente de la x es negativo, la a se traslada..., siempre está a la derecha, me parece.

P3: () sería x -... Vamos a ver; si es negativo, está a la derecha. El positivo... (Hablan varios a la vez).

P2: El positivo a la izquierda. ¡Ea! Pues ya. Pues ya lo tienes. () el b . (Hablan varios a la vez).

P4: Si es negativo, está a la derecha.

Al final, algunos de los miembros no se enteraron de los detalles de la discusión y, por consiguiente, la confusión no se aclaró dentro del grupo, aunque la unidad didáctica contenía actividades que abordaban el problema [103,111313,111426]:

P2: x^2-1 .

P3: Tú entiendes, ¿no?

P1: Yo no entiendo. ().

11.5. Desarrollo del Conocimiento Didáctico: Significados Técnico y Práctico

El grupo no pareció ser consciente de que las nociones que ponían en práctica cuando realizaban las tareas tenían un significado teórico. La preocupación del grupo se focalizó en su interpretación del significado técnico de las nociones: la utilización de las nociones para analizar su tema y realizar la tarea del momento. El proceso de negociación de significado que tuvo lugar cuando el grupo realizó las tareas contribuyó a la construcción de los significados tanto técnicos como prácticos de las nociones. El conocimiento didáctico se construyó en un juego permanente (y en la mayoría de los casos inconsciente) entre el significado técnico y práctico de las nociones implicadas.

El análisis de los resultados indica que hubo algunos aspectos de la comunidad de práctica estudiada que parecieron influir sistemáticamente en su proceso de aprendizaje. Estos aspectos son los siguientes: (a) la experiencia docente de los participantes, (b) la experiencia en la asignatura de prácticas, (c) los comentarios a las transparencias, (d) la existencia y el papel del líder y (e) el compromiso de los participantes.

11.6. Comunidad de Práctica: una Herramienta para Ver, Pensar y Actuar

Al basarme en la teoría social del aprendizaje de Wenger (1998) para fundamentar conceptual y metodológicamente el estudio, tomé una decisión que no estaba exenta de riesgos, puesto que no era claro “en qué medida se puede aplicar esta aproximación al aprendizaje en las escuelas y las universidades y qué implicaciones tiene para la investigación” (Krainer, 2003, p. 96). En esta sección, abordaré estas cuestiones. Mostraré cómo, para el caso concreto de este estudio, la noción de comunidad de práctica se convirtió en una herramienta para ver, pensar y actuar¹⁵⁹.

Una Herramienta para “ver”

Con este estudio, he podido caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico de un grupo de futuros profesores a partir de resultados que no es posible obtener en los otros estudios de este proyecto. Estos resultados muestran que, detrás de las presentaciones que los grupos de futuros profesores que participan en la asignatura hacen en clase y de los trabajos que entregan a los formadores, hay una complejidad propia del desarrollo de una comunidad de práctica. Al analizar sistemática y detalladamente esta complejidad he identificado y caracterizado múltiples aspectos del aprendizaje social de un grupo de futuros profesores. Considero que estas caracterizaciones, con el nivel de detalle que las he presentado, son interesantes e importantes por sí mismas. Ellas iluminan dimensiones de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que en muchas ocasiones permanecen opacas en la literatura de investigación. También permiten explicar algunos de los resultados de los otros estudios que forman parte de este proyecto. Por ejemplo, permiten comprender los procesos de negociación de significado que se materializaron en las transparencias y el trabajo final del grupo. Asimismo desvelan las diferentes posiciones de los participantes, sus dudas y confusiones, los conflictos que tuvieron que afrontar y resolver y los esquemas y técnicas que desarrollaron para resolver las tareas que les fueron asignadas. En definitiva, el análisis en profundidad de las transcripciones ilumina el progreso del grupo en su compromiso por construir conjuntamente los significados que ellos consideraron necesarios para satisfacer, por un lado, los requisitos de la asignatura y, por el otro, su interés por convertirse en profesores de matemáticas. De esta manera, explico y fundamento con evidencia algunos de los aspectos más importantes del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que establecí en los apartados anteriores. Analizaré en detalle la relación entre todos los estudios en el siguiente apartado.

Abordé este estudio desde una teoría social del aprendizaje en la que la idea de comunidad de práctica es central. Esta teoría enfatiza aspectos del aprendizaje que las teorías del aprendizaje centradas en el individuo ignoran. El estudio muestra que estos aspectos son importantes a la hora de caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores. No solamente se determina *qué* aprende el grupo, sino *cómo* aprende y *de qué* depende ese aprendizaje. Es, por lo tanto, una visión amplia del noción de aprendizaje en la que el contexto juega un papel central y en la que se destaca el carácter interdependiente del aprendizaje. El

¹⁵⁹ “Un discurso teórico no es una abstracción. Es un conjunto de herramientas conceptuales que nos permite ver, pensar y actuar de maneras innovadoras” (Wenger, 2004, p. 2).

grupo aprende porque sus miembros se comprometen mutuamente con un propósito común. Para ello, negocian significados que se materializan en un repertorio compartido con el que resuelven las tareas que tienen asignadas.

Desde la perspectiva conceptual, di un significado específico a las nociones que articulan el aprendizaje en comunidades de práctica dentro del contexto de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria y pude diseñar instrumentos de codificación y análisis de esa complejidad. Este tipo de procedimiento fue dispendioso pero permitió abordar sistemáticamente un cuerpo muy grande de datos y obtener resultados cuya validez se fundamenta en el proceso mismo.

Una Herramienta para “Pensar”

Los resultados de este estudio muestran que el grupo función cuadrática constituyó y consolidó una comunidad de práctica: en un proceso permanente de búsqueda y negociación de significados, el grupo estableció un compromiso mutuo en la definición de una empresa conjunta para la que produjo un repertorio compartido. El análisis de las transcripciones pone en evidencia que, no solamente los participantes aprendieron y progresaron como individuos, sino que hubo *aprendizaje interdependiente*: el grupo, como entidad, progresó en su capacidad de abordar las tareas a mano y cada participante se preocupó por el aprendizaje de los demás. Éste fue un estudio de caso. Por lo tanto, no se puede concluir que los demás grupos de futuros profesores de la asignatura establecieran y consolidaran comunidades de práctica. Por ejemplo, no necesariamente en todos los grupos emergió un líder. Por otro lado, el análisis de la interacción en clase y de los documentos finales sugieren que algunos grupos se organizaron como equipos: dividían las tareas en sub-tareas, para las que cada miembro asumía una responsabilidad. En seguida, construían las presentaciones como la suma de estas partes. Cuando un grupo se organiza como un equipo, hay aprendizaje (Anderson y Specjk, 1998). Sin embargo, la negociación de significado y el aprendizaje interdependiente no son características propias de los procesos de aprendizaje de un equipo (Krainer, 2003, p. 95). Lo que fue importante en el caso del grupo función cuadrática, objeto de estudio, fue el compromiso mutuo de los miembros en la búsqueda y definición de una empresa conjunta que involucró la preocupación por el aprendizaje de todos los miembros del grupo.

El trabajo en grupo es *uno* de los contextos en los que el aprendizaje de los futuros profesores tiene lugar dentro de la asignatura. Por ejemplo, ellos también aprenden, individual y colectivamente, durante las clases, cuando realizan trabajos individuales, en otras asignaturas y al dar clases particulares. No obstante, dado que el esquema de evaluación de la asignatura da mucha importancia a las presentaciones y a los documentos producidos por los grupos, y que esas presentaciones y documentos son el resultado del trabajo en grupo, resulta claro que nosotros valoramos especialmente los procesos de aprendizaje que tienen lugar cuando los grupos trabajan por fuera del aula. Como la enseñanza tiene lugar esencialmente en el aula, uno tiende a pensar que la mayor parte del aprendizaje se realiza en ese contexto. Este estudio muestra que éste no es necesariamente el caso.

Aunque en este estudio he utilizado la noción de comunidad de práctica como una herramienta de investigación, sus resultados ponen en evidencia los posibles

beneficios de abordar el diseño y el desarrollo de la asignatura desde esta perspectiva. ¿Es esto posible? ¿Qué implicaciones tendría?

Una Herramienta para “Actuar”

El aprendizaje de los profesores no termina en la universidad. Ellos continúan aprendiendo en su práctica docente en la institución escolar. Si nosotros, como formadores, valoramos el aprendizaje que tiene lugar cuando un grupo trabaja como una comunidad de práctica, ¿cómo podemos promover y cultivar ese tipo de escenario? Para responder esta pregunta, los formadores de profesores debemos preocuparnos no solamente por lo que esperamos que los futuros profesores aprenden y son capaces de hacer, sino también por cómo ellos aprenden y qué tipo de instrucción es coherente con ese aprendizaje. Por lo tanto, debemos revisar el diseño de los planes de formación desde esta perspectiva. Este estudio sugiere algunos elementos de reflexión en este sentido. Por ejemplo, he mostrado la importancia de los comentarios escritos de los formadores y la definición de las tareas que se asignan a los futuros profesores. A continuación, sugiero otro elemento: el asesoramiento de los grupos.

El diseño de las tareas y los comentarios al trabajo de los grupos pueden promover el aprendizaje interdependiente en un grupo *si éste ya se ha constituido como una comunidad de práctica*. De otra manera, en un grupo que trabaja con el esquema de equipo, sus miembros pueden interpretar los comentarios y la definición de las tareas como dos condicionantes adicionales de las rutinas de trabajo que han establecido, sin que estos factores promuevan necesariamente la negociación de significado. Pero, si valoramos el tipo de aprendizaje que emerge de una comunidad de práctica, ¿cómo fomentamos y cultivamos este tipo de escenario? En el caso de nuestra propia experiencia, vemos que debemos cambiar nuestra actitud como formadores. Hasta el momento, cuando interactuamos con los futuros profesores (en el aula o en las reuniones de tutoría) nuestra preocupación se ha centrado en *qué* han aprendido y en ayudarlos a mejorar su trabajo (transparencias, presentaciones y documentos). Sin embargo, ahora somos conscientes de que debemos tener en cuenta los procesos de aprendizaje que dan lugar a las producciones de los grupos y debemos desarrollar estrategias que promuevan el aprendizaje interdependiente y la negociación de significado. Debemos convertirnos en “asesores” del trabajo de los grupos. Esto implica que debemos preocuparnos por sus procesos de aprendizaje. Para ello, nuestra atención no debe centrarse exclusivamente en constatar en qué medida han desarrollado un repertorio compartido y corregir sus deficiencias. También debemos atender a los factores que pueden afectar tanto el desarrollo del compromiso mutuo entre sus miembros, como la claridad y validez de su empresa conjunta. El “modelo de proyecto de Aalborg” (Hansen y Jensen, 2004) es un ejemplo de este tipo de aproximación a la formación profesional.

De la propuesta anterior emerge una nueva caracterización del formador de profesores. Si se aborda la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria desde la perspectiva de las comunidades de práctica, entonces debemos cuestionarnos acerca de nuestras competencias como formadores. Los formadores debemos desarrollar nuevas competencias y este tipo de aproximación impone nuevos requisitos a nivel institucional (Beck y Kosnik, 2001, p. 925). ¿Cuáles son

los factores que afectan la “calidad” de las comunidades de práctica que se pueden promover en las formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria? (Llinares y Krainer, 2006, pp. 444-445) ¿Qué competencias debemos desarrollar los formadores? ¿Qué condiciones se imponen a nivel institucional? Éstas son algunas de las preguntas que debemos abordar de cara al futuro.

12. UN FENÓMENO, CUATRO PUNTOS DE VISTA

En este apartado, presento el análisis global e integrado de los resultados de los estudios empíricos realizados dentro de este proyecto de investigación. Mi propósito es dar respuesta a la cuarta pregunta que formulé en el primer apartado:

¿Qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en un programa de formación inicial?

Mi intención es integrar estos resultados para caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores y proponer algunas conjeturas de explicación de ese proceso. Todos los estudios tienen el mismo propósito: explorar, describir y caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores con respecto a las nociones del análisis de contenido. Por lo tanto, los estudios describen un mismo fenómeno desde perspectivas diferentes y cada uno enfatiza aspectos específicos de dicho fenómeno.

Inicio el apartado enumerando las principales características del conocimiento didáctico que, sobre los organizadores del currículo del análisis de contenido, desarrollaron los grupos de futuros profesores. Esta descripción da cuenta de la complejidad de estas nociones, complejidad que se expresa también en el juego entre el desarrollo de su significado técnico y su significado práctico. En seguida, identifiqué algunas características de la asignatura y de su contexto que influyeron y permiten explicar algunos aspectos del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores. Terminé el apartado con una reflexión sobre la génesis instrumental en el contexto de planes de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.

12.1. Conocimiento Didáctico de los Organizadores del Currículo del Análisis de Contenido

En esta sección recojo los resultados de los cuatro estudios y los organizo desde la perspectiva del aprendizaje de los grupos de futuros profesores con respecto a las tres nociones del análisis de contenido. Hago énfasis en las dificultades que enfrentaron los grupos de futuros profesores cuando utilizaron las nociones para analizar su tema.

Visión Formal de la Estructura Conceptual

La visión formal y simbólica con la que la mayoría de los futuros profesores llegó a la asignatura los indujo a asumir una aproximación conceptual de los temas matemáticos. Ellos utilizaron, en sus primeras producciones, lo que tenían a mano para organizar la estructura conceptual: los organizadores del currículo. La

aproximación conceptual fue simplificadora y no permitió que los sistemas de representación jugaran el papel que les correspondía en la descripción y organización de la estructura conceptual. Lo simbólico se hizo equivalente a lo conceptual y los sistemas de representación gráficos se vieron como complementarios a la descripción formal de la estructura matemática. Salir de este impasse tomó tiempo. Las dificultades se superaron cuando los grupos de futuros profesores se hicieron conscientes del papel de los sistemas de representación en la articulación del mapa conceptual con el que se describe la estructura matemática y se redujo el número de criterios de organización: a menor número de criterios, mayor organización y complejidad. Finalmente, los sistemas de representación asumieron un papel protagónico en la organización de los mapas conceptuales y los grupos de futuros profesores se hicieron conscientes de las relaciones entre los elementos de esos mapas conceptuales.

Los grupos de futuros profesores tuvieron que superar dificultades para llegar a construir el significado de la noción de estructura conceptual y utilizarla eficientemente en la descripción de la estructura matemática de su tema. Como fue el caso con los demás organizadores del currículo del análisis de contenido, la definición formal (teórica) de la noción no contribuyó de manera importante a la construcción de sus significados. Estos significados tienen múltiples facetas y los grupos de futuros profesores tendieron a construirlo en la práctica en un proceso evolutivo en el que la revisión de una propuesta y su contrastación con las de los demás grupos y con los comentarios de compañeros y formadores dio lugar a nuevas propuestas más complejas y coherentes. Los grupos de futuros profesores avanzaron en la construcción del significado de este organizador del currículo en la medida que utilizaron las otras nociones del análisis de contenido (en particular, los sistemas de representación) para analizar y describir su tema.

Jerarquía en los Sistemas de Representación

Los cuatro estudios muestran que los grupos de futuros profesores establecieron una jerarquía en la utilización de los sistemas de representación para el análisis de su tema. Esta jerarquía se manifestó en la variedad, organización y puesta en práctica de esta noción en su trabajo a lo largo de la asignatura.

Los grupos de futuros profesores dieron prelación al sistema de representación simbólico, lo equipararon con lo conceptual y no lo consideraron un sistema de representación. A medida que avanzaron en sus esfuerzos por mejorar sus producciones, el significado que los grupos de futuros profesores construyeron sobre la noción de sistema de representación evolucionó. En el análisis de las producciones, identifiqué diferentes tipos o categorías de sistemas de representación. Establecí, por un lado, los sistemas de representación simbólico y gráfico, como sistemas de representación básicos. Los sistemas de representación numérico y geométrico se mencionaron explícitamente en algunas de las producciones, pero como alternativos y de menor importancia.

En el análisis de los trabajos finales, mostré que la información que se produjo para los sistemas de representación fue la más utilizada. Esta información se puso en juego especialmente en la tarea sobre el análisis cognitivo y en la definición de los objetivos de la unidad didáctica. No obstante, la puesta en práctica de los sistemas de representación fue parcial. A la hora de utilizar la noción de siste-

ma de representación en otros aspectos del análisis didáctico, la mayoría de los grupos de futuros profesores se restringieron a los sistemas de representación simbólico y gráfico y no tuvieron en cuenta los otros sistemas de representación.

Como en el caso de la noción de estructura conceptual, las primeras producciones de los grupos de futuros profesores revelan la influencia de una visión formal y simbólica de las matemáticas. Esta visión quedó parcialmente superada cuando los grupos analizaron su tema teniendo en cuenta una variedad de sistemas de representación. No obstante, el significado que se materializó en la mayoría de los grupos y que, por lo tanto, se llevó a la práctica se restringió a los dos sistemas de representación básicos: el simbólico y el gráfico.

Heterogeneidad en la Fenomenología

La fenomenología fue la noción para la que los grupos de futuros profesores manifestaron mayores dificultades. Estas dificultades se expresaron en una gran heterogeneidad en los significados parciales que los grupos desarrollaron para ella y, por consiguiente, en la multiplicidad de aproximaciones que pusieron en práctica al abordar los procedimientos del análisis fenomenológico y al utilizar sus resultados en el diseño de la unidad didáctica.

Esta heterogeneidad tiene que ver con el número de fenómenos, disciplinas y subestructuras que se pueden proponer, con la variedad en el tipo de análisis que se puede hacer y con la variedad en los criterios con los cuales se pueden organizar los fenómenos. Las dificultades, producto de esta complejidad, se manifestaron en el desarrollo parcial de su significado por parte de la mayoría de los grupos. Ningún grupo llegó a presentar en sus producciones un trabajo de análisis fenomenológico como el que pretendía la instrucción. No obstante, el análisis de las producciones y del trabajo del grupo función cuadrática mostró que todos los grupos presentaron una evolución en la construcción de este significado, aunque esta evolución no siguió patrones estables. Tanto el análisis de los trabajos finales, como el del trabajo del grupo función cuadrática mostraron que el hecho de llegar a poner en práctica procedimientos complejos para el análisis y organización de los fenómenos que corresponden a un tema matemático no implica que la información que resulta de ellos se utilice en los otros aspectos del análisis didáctico.

12.2. Complejidad de los Organizadores del Currículo del Análisis de Contenido: Significados Técnico y Práctico

El conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura evolucionó de manera paulatina, heterogénea y desfasada con respecto a la instrucción. Los grupos de futuros profesores enfrentaron dificultades cuando analizaron su tema con cada uno de los organizadores del currículo del análisis de contenido. Estas dificultades se reflejaron en sus producciones y actuaciones a través de una variedad de significados parciales que ellos pusieron en juego al llevar a la práctica cada una de las nociones. Algunos de los grupos de futuros profesores lograron superar la mayoría de las dificultades. No obstante, algunos de los propósitos de la instrucción no se satisficieron, en particular con respecto a la noción de fenomenología. Estas dificultades fueron un reflejo parcial de la complejidad del proceso de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que tuvo lugar dentro de la asignatura. Las dificultades de los gru-

pos de futuros profesores son producto, entre otras cosas, de la complejidad de estas nociones, que puse de manifiesto en la sección anterior. Por otro lado, el juego entre los significados técnico y práctico de las nociones contribuye a esta complejidad.

En esta versión de la asignatura no se enfatizó en el significado teórico de los organizadores del currículo; no obstante, se promovió la construcción de los significados técnico y práctico a través de esquemas específicos. Todos los grupos presentaron sistemáticamente el resultado del análisis de sus temas al conjunto de la clase. Esto implicó que cada grupo pudo comparar su trabajo con el de los otros grupos. Además, cada grupo debió hacer un esfuerzo de crítica del trabajo de los demás y de reflexión y análisis de las críticas recibidas. La comparación con el trabajo de los demás grupos y el reconocimiento de las deficiencias de la solución propuesta motivó a cada grupo a producir una nueva solución. Esta solución era específica al tema de cada grupo, pero tuvo en cuenta aspectos generales de los significados técnico y práctico del organizador del currículo. Por lo tanto, se esperaba que, como resultado de estos procesos de interacción, los grupos de futuros profesores lograran desarrollar un conocimiento de cada organizador del currículo que fuera más allá de los aspectos que son específicos a su tema. En este sentido, en la asignatura se pretendió que los grupos de futuros profesores desarrollaran paralela y dinámicamente tanto el conocimiento técnico, como el conocimiento práctico de las nociones del análisis didáctico, buscando que estas nociones se convirtieran en instrumentos útiles para el análisis de cualquier tema matemático.

Esta dualidad entre el tratamiento del significado técnico en la asignatura y el desarrollo del conocimiento (técnico y práctico) por parte de los grupos de futuros profesores permite explicar, al menos parcialmente, el desfase entre el momento en que una noción se introduce en la asignatura y el momento en que esta noción aparece explícitamente en las producciones de los grupos de futuros profesores. Fue con motivo de la negociación de significados que surgió de la revisión de los comentarios a las transparencias, a la hora de diseñar la unidad didáctica, que los grupos de futuros profesores materializaron el significado de esta idea y lo utilizaron explícitamente en sus producciones. Es decir, fue con motivo de poner en juego el significado práctico que el grupo logró materializar su significado técnico. Por otro lado, de manera similar a lo que sucedió en la interacción en clase, el proceso de negociación de significado que tuvo lugar cuando los grupos realizaron las tareas contribuyó a la construcción de los significados tanto técnicos como prácticos. El conocimiento didáctico se construyó en un juego permanente entre el significado técnico y práctico de las nociones implicadas. No obstante, el análisis de los trabajos finales muestra que los grupos recogieron información que era relevante para el diseño de la unidad didáctica, pero no reconocieron que formaba parte de la información correspondiente a cada una de las nociones. Esto es evidencia de una conexión débil, en el conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, entre estos dos significados de las nociones del análisis de contenido.

Los grupos de futuros profesores también manifestaron dificultades para identificar, diferenciar y relacionar los organizadores del currículo del análisis de contenido. Esto fue evidente en la relación entre la estructura conceptual y los sis-

temas de representación, y entre los sistemas de representación y la fenomenología.

12.3. Desarrollo del Conocimiento Didáctico en el Contexto de la Asignatura

El análisis de las presentaciones mostró que es posible organizar las producciones de los grupos de futuros profesores en estados de desarrollo del conocimiento didáctico. Como era de esperarse, el contexto y el desarrollo de la asignatura influyeron y permiten explicar diferentes aspectos de dicho desarrollo.

La diferencia en temas puede explicar, al menos parcialmente, la heterogeneidad en las presentaciones y producciones de los grupos. Aunque todos los temas se enmarcan dentro de una estructura matemática y, por lo tanto, pueden ser abordados con las herramientas del análisis didáctico, algunos de ellos parecen permitir más fácilmente una primera aproximación.

El análisis de las producciones, de las entrevistas y del trabajo del grupo función cuadrática mostró que la mayoría de los futuros profesores llegaron a la asignatura con una visión formal y simbólica de las matemáticas. Ya he indicado cómo esta visión puede ser una de las causas de algunas de las dificultades de los grupos de futuros profesores. Esta visión de las matemáticas los indujo a pensar que los temas de las matemáticas de secundaria eran sencillos. No obstante, a medida que se avanzó en la asignatura y que los grupos de futuros profesores analizaron su tema con las diversas nociones propuestas, ellos se hicieron conscientes de la complejidad de los temas.

El análisis del trabajo del grupo función cuadrática mostró que la información que surgió de la experiencia docente de los futuros profesores se utilizó en varias de las sesiones de trabajo y jugó, por ejemplo, un papel central en la realización de la tarea sobre el análisis cognitivo.

El análisis de las producciones puso en evidencia los procesos de negociación de significado en el aula. Estos procesos surgieron y fueron promovidos por dos factores: la metodología de interacción en clase y la heterogeneidad en el avance de las producciones de los grupos.

La revisión y mejora de las propuestas tuvo lugar dentro la comunidad de práctica de cada grupo. El análisis del trabajo del grupo función cuadrática me permitió describir estos procesos de negociación de significado. En el caso del trabajo de este grupo, se apreció una actitud permanente de búsqueda de significado de la que surgieron confusiones y conflictos. En general, estas confusiones y estos conflictos se superaron produciendo, en algunos casos, descubrimientos de significado. El resultado de estos procesos de negociación fueron las propuestas de significado que ellos incluyeron en sus presentaciones y documentos. Algunas de estas propuestas terminaron materializándose dentro del grupo, mientras que otras no lo lograron y no fueron utilizadas en otros lugares del análisis didáctico.

En el esquema metodológico de la asignatura no se estableció una sola autoridad para decidir lo que estaba bien y estaba mal en las presentaciones. Las opiniones y críticas de los compañeros eran relevantes. Además, se generó un ambiente de sana competencia en el que cada grupo se esforzó para que su trabajo estuviese entre los mejores.

Al reducir la importancia de la descripción teórica y formal de los organizadores del currículo, la instrucción promovió la construcción de significados a tra-

vés de la presentación de ejemplos. De hecho, en diversas ocasiones (e.g., en la primera estructura conceptual o en el diseño de la unidad didáctica) la aproximación que los grupos hicieron a la utilización de cada una de las nociones surgió de la imitación.

El trabajo final contribuyó de manera significativa a la construcción y consolidación de los significados que se trabajan en la asignatura. En el caso de algunos grupos, el trabajo final los indujo a revisar y organizar lo que habían hecho hasta ese momento. Esta revisión incluyó el análisis de los comentarios a las transparencias, actividad que contribuyó significativamente a la calidad de su propuesta final.

Los futuros profesores, como lo acostumbran los profesores en ejercicio, utilizaron sistemáticamente los libros de texto en el diseño de unidades didácticas. Los libros de texto fueron una fuente clave de información para los grupos de futuros profesores. No obstante, la principal función de los libros de texto se evidenció en el diseño de actividades para las sesiones de la unidad didáctica.

12.4. Contribuciones al Significado de los Organizadores del Currículo del Análisis de Contenido: Significados Parciales

Los diferentes estudios en general, y el estudio de las producciones en particular, dan luces sobre los diferentes significados parciales que los grupos de futuros profesores pueden desarrollar sobre las nociones del análisis de contenido. También muestran características de estas nociones de las que no éramos plenamente conscientes al inicio del proyecto o sobre las cuales no insistimos en la instrucción.

La instrucción insistió en la utilización de los sistemas de representación como principal criterio organizador de los mapas conceptuales con los que se describe la estructura matemática. Sin embargo, el análisis de dos de las dificultades de los grupos de futuros profesores en relación con esta noción sugieren otras posibilidades de organización de la estructura conceptual: la aproximación conceptual y la fenomenología. El análisis de las producciones y del trabajo del grupo función cuadrática mostró que los sistemas de representación se pueden clasificar en cuatro categorías y que las producciones de los grupos de futuros profesores pusieron en evidencia una jerarquía de estas categorías. Los sistemas de representación simbólico y gráfico se identifican como básicos; los sistemas de representación numérico y geométrico son complementarios; aparecen en contadas ocasiones sistemas de representación específicos a la estructura matemática (e.g., el matricial para los sistemas de ecuaciones lineales); y en algunas ocasiones se hacen propuestas que no son sistemas de representación (por ejemplo, fenómenos).

El análisis de las producciones me permitió identificar diversos criterios de organización de los fenómenos: disciplinas, familias, áreas, usos, subestructuras y grupos. Por otro lado, también caractericé el tipo de análisis fenomenológico que se puede poner en evidencia en las producciones de los grupos de futuros profesores: una producción puede presentar modelos, leyes, subestructuras, análisis estructural de los fenómenos, y la relación entre las características estructurales del fenómeno y elementos y relaciones de la subestructura.

12.5. Génesis Instrumental en el Grupo

La construcción y negociación de los significados parciales de un organizador del currículo en el seno de un grupo fue un proceso evolutivo. A continuación, identifico, a partir de los análisis anteriores, los principales patrones que caracterizan este proceso.

En muchas ocasiones, el primer problema que el grupo tuvo que enfrentar consistió en comprender los requerimientos de la tarea. Dado que aún no tenían un significado para el organizador del currículo, les resultaba difícil comprender qué significaba analizar su tema con esa noción. La evidencia muestra que algunos grupos dedicaron tiempo para decidir lo que debían hacer. En esta primera aproximación al análisis de su tema, muchos grupos resolvieron el problema imitando el ejemplo que la instrucción había presentado en clase y utilizando las herramientas que tenían disponibles (e.g., la lista de organizadores del currículo para describir la estructura conceptual, o los libros de texto para los sistemas de representación y el diseño de tareas).

Una vez que hicieron la presentación de su primera aproximación, los grupos reiniciaron el análisis de su tema partiendo de las ideas, dudas, dificultades y posibles caminos de mejora que surgieron de los comentarios y críticas que habían recibido, del análisis y comparación de su trabajo con el trabajo de los otros grupos y de la información que encontraban en la literatura (principalmente los libros de texto). Esta situación promovió, en general, un proceso intenso de negociación de significados dentro de cada grupo. En este proceso, los grupos comenzaron a construir esquemas de acción (razonamientos y procedimientos) para el análisis de su tema con el organizador del currículo. La noción comenzó a transformarse en instrumento, desde la perspectiva de su significado técnico, en el sentido de que los grupos avanzaron en su capacidad de producir y organizar la información que surgía de dicho análisis.

Esta segunda fase del proceso de génesis instrumental se caracterizó por dos cuestiones: (a) la relación entre el desarrollo del significado técnico del organizador del currículo por parte de los futuros profesores y la profundidad con la que analizaban su tema y (b) la relación entre la construcción de ese significado técnico y su puesta en práctica.

En el proceso de transformación de un organizador del currículo en instrumento, el análisis de la estructura matemática y la construcción del significado técnico de la noción interactuaron dinámicamente. A medida que se avanzó en el análisis, se construyeron significados más complejos (del organizador del currículo y del concepto) que, a su vez, permitieron nuevos análisis más profundos. Las características de las transparencias de los grupos dependieron por lo tanto de dos factores: el significado técnico que los grupos iban construyendo de cada organizador del currículo y la profundidad con la que estudiaban y analizaban (utilizando dicha noción como instrumento) la estructura matemática que correspondía a su tema. Un significado técnico inicial del organizador del currículo permitió solamente una descripción general de la estructura matemática. Y el esfuerzo por profundizar en el análisis de la estructura matemática contribuyó al desarrollo del significado técnico de la noción. Por ejemplo, en las primeras producciones de la estructura conceptual, cuando el significado de este organizador del currículo apenas se estaba comenzando a construir, los grupos de futuros profesores presenta-

ron producciones que describían de manera general y poco organizada la estructura matemática. Sin embargo, este esfuerzo los llevó a conocer mejor esta estructura matemática y, paralelamente, a progresar en el desarrollo del significado del organizador del currículo con la que la analizaron (en este caso, la estructura conceptual). De esta manera, los grupos de futuros profesores pasaron de utilizar una multiplicidad de criterios de organización a organizar la estructura conceptual basándose en los sistemas de representación. Esto les permitió describir y conocer con mayor detalle la estructura matemática, lo que los llevó, por ejemplo, a reconocer la importancia de las conexiones entre los sistemas de representación.

Los grupos también avanzaron en la construcción del significado técnico de cada organizador del currículo al tratar de poner en práctica la información que surgía de su análisis. Éste fue el caso, por ejemplo, de la idea de conexiones en el trabajo del grupo función cuadrática. Este grupo no reconoció la importancia de esta noción en el momento de producir la estructura conceptual. La idea apareció explícitamente por primera vez cuando realizaron el análisis cognitivo. Pero, fue con motivo de la negociación de significados que surgió de la revisión de los comentarios a las transparencias, a la hora de diseñar la unidad didáctica, que el grupo materializó el significado de esta idea y lo plasmó explícitamente en sus producciones. Es decir, fue con motivo de poner en práctica el resultado del análisis de su tema que el grupo logró materializar su significado técnico. Por lo tanto, los significados técnico y práctico de un organizador del currículo interactúan en dos sentidos: por un lado, el significado práctico se desarrolla cuando se pone en juego la información que surge del análisis del tema con el organizador del currículo (significado técnico); por el otro lado, los grupos avanzan en la materialización del significado técnico del organizador del currículo cuando construyen su significado práctico.

Que un grupo haya desarrollado y materializado el significado técnico de un organizador del currículo no implica necesariamente que haya avanzado en la construcción de su significado práctico. Todos los estudios presentan evidencia de que éste fue el caso para la noción de fenomenología. En el análisis del trabajo del grupo función cuadrática presenté una descripción detallada de esta situación. Allí mostré que el grupo tuvo dificultades para identificar el procedimiento de análisis fenomenológico en virtud del cual se identifican subestructuras y se establecen relaciones entre estas subestructuras y los fenómenos correspondientes. No obstante, la lectura cuidadosa de los comentarios a las transparencias les permitió, al final, identificar y llevar a la práctica el procedimiento. Esto sugirió un avance importante en la construcción del significado técnico de la noción de fenomenología. Sin embargo, este significado no se materializó desde el punto de vista práctico. A la hora de diseñar las actividades para la unidad didáctica, el grupo no utilizó la información que recogió y organizó para esta noción.

Las deficiencias en el desarrollo del significado práctico de los organizadores del currículo por parte de los grupos de futuros profesores también se evidenció en la independencia entre el trabajo que los grupos realizaron con los organizadores del currículo del análisis de contenido y el diseño de su unidad didáctica. Esto se puso de manifiesto en el análisis de los trabajos finales. Allí mostré que la mayoría de los grupos utilizó en el diseño de la unidad didáctica información que no quedó registrada en el lugar que le correspondía dentro del análisis didáctico. Esto

significa que los grupos constataron que esta información era relevante para el diseño, pero no reconocieron que formaba parte de la información correspondiente a cada uno de los organizadores del currículo.

12.6. Teoría, Técnica y Práctica en la Génesis Instrumental de los Organizadores del Currículo

Los análisis anteriores sugieren la posibilidad de precisar el proceso de génesis instrumental en el contexto del desarrollo del conocimiento didáctico de los organizadores del currículo. He identificado etapas y relaciones en el desarrollo de los significados de estas nociones por parte de los grupos de futuros profesores.

El desarrollo del conocimiento didáctico de un grupo sobre un organizador del currículo comienza por la negociación del significado de los requerimientos involucrados en las tareas que se les asignan (análisis de su tema con la noción). En muchas ocasiones, la primera aproximación surge de la imitación: adaptan el ejemplo de la instrucción a su tema y lo complementan con la información que encuentran en los libros de texto. En una segunda etapa, y con motivo de los comentarios y críticas que surgen de su presentación y de la comparación de su trabajo con el de los otros grupos, se avanza en la construcción del significado técnico. Hay dos catalizadores de este progreso. Por un lado, en la medida en que se profundiza en el análisis de la estructura matemática, se avanza en la construcción del significado técnico. Por el otro lado, este significado técnico también se desarrolla con motivo de su puesta en práctica en los otros análisis del análisis didáctico y en el diseño de la unidad didáctica. En una tercera etapa, se logran establecer esquemas de acción para el análisis técnico del tema con el organizador del currículo. El desarrollo del significado práctico de la noción constituye la cuarta etapa. Finalmente, la quinta etapa consiste en el desarrollo de técnicas para la utilización de ese significado práctico.

Los grupos no fueron necesariamente conscientes del significado teórico de los organizadores del currículo. Esto no quiere decir que no llegaran a desarrollarlo en alguna medida. El hecho de que los grupos lograran interpretar y adaptar las producciones de los otros grupos al caso concreto de su tema matemático, indica que su conocimiento del organizador del currículo fue más allá de las características que le eran específicas a su tema. En este sentido, los grupos lograron generalizar el significado técnico del organizador del currículo y, por lo tanto, construir versiones preliminares de su significado teórico. No obstante, en la práctica, los grupos focalizaron su atención en la construcción de los significados técnico y práctico de las nociones. El conocimiento didáctico se construye, por lo tanto, en un juego permanente (y en la mayoría de los casos inconsciente) entre el significado teórico, técnico y práctico de las nociones implicadas.

La interacción entre técnica y práctica se caracteriza por el papel que juega la práctica en el desarrollo del significado técnico y por el papel que juega la información que surge del análisis técnico del tema en la práctica. En el caso del desarrollo de la asignatura que analicé en este proyecto de investigación, los grupos lograron desarrollar el significado técnico de la estructura conceptual y los sistemas de representación y parcialmente del análisis fenomenológico. También lograron, en algunos casos, desarrollar técnicas para el análisis del tema con los tres

organizadores del currículo. Sin embargo, no llegaron a desarrollar técnicas para su puesta en práctica.

En la Figura 90 esquematizo una conjetura preliminar sobre el proceso de génesis instrumental de los organizadores del currículo en el contexto de la asignatura. Un grupo de futuros profesores transforma un organizador del currículo en un instrumento (y, por consiguiente, avanza en el desarrollo de su conocimiento didáctico sobre la noción) en la medida que negocia y construye sus significados teórico, técnico y práctico. El proceso se inicia con la construcción de un significado técnico inicial de la noción que se motiva en la imitación y se alimenta con la información de los libros de texto. Es el inicio del proceso instrumentalización (técnica). La instrumentación tiene lugar cuando el significado técnico se desarrolla, con motivo de los comentarios y las críticas, en su interacción con la profundidad de análisis de la estructura matemática y en su puesta en práctica en otros análisis y en el diseño de la unidad didáctica (orquestración). Este desarrollo da lugar a la construcción de esquemas de acción para el análisis técnico de la estructura matemática. En la medida en que se desarrolla la capacidad para comparar e interpretar los análisis técnicos de diferentes temas matemáticos, se construye el significado teórico de la noción. El desarrollo del significado práctico requiere de un nuevo proceso de génesis instrumental. Parte de la información que surge del análisis técnico del tema y apela a la orquestración de los diversos instrumentos (los organizadores del currículo) para la construcción de esquemas de acción que dan lugar a la puesta en práctica del organizador del currículo con propósitos didácticos.

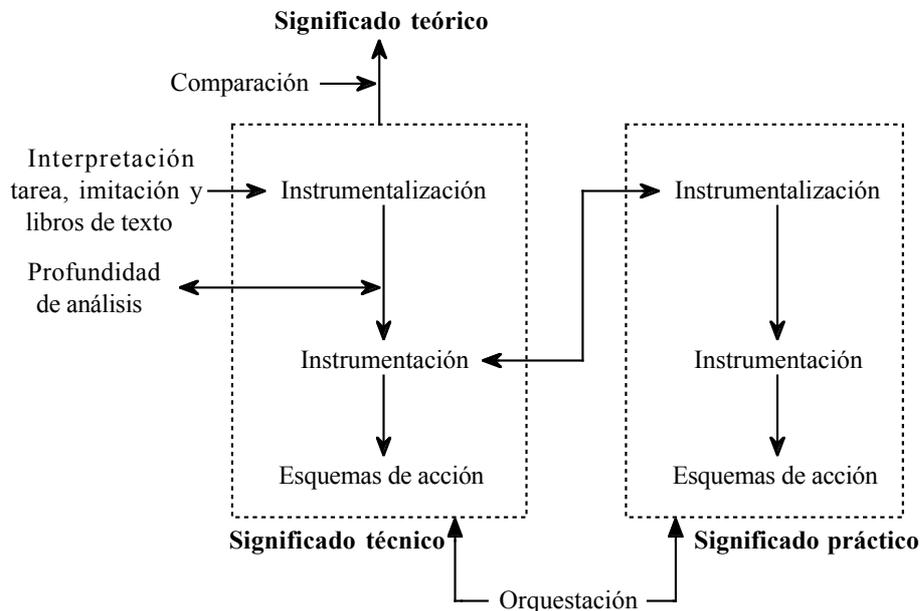


Figura 90. Conjetura de la génesis instrumental de los organizadores del currículo

13. UNA ETAPA EN MI REFLEXIÓN SOBRE EL PROFESOR DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA

Enmarqué este proyecto de investigación en el contexto de cuatro preguntas generales sobre el profesor de matemáticas que se referían a su actuación, a su conocimiento, al diseño y desarrollo de programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria y a los procesos de aprendizaje de los futuros profesores que participan en dichos programas. Concreté estas preguntas en dos objetivos generales para este proyecto: (a) avanzar en la conceptualización de las actividades y el conocimiento didáctico del profesor de matemáticas de secundaria y del diseño de planes de formación inicial y (b) describir y caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato de la Universidad de Granada del curso 2000-2001.

Considero que he propuesto respuestas concretas a las cuatro preguntas generales que estructuraron este proyecto, al abordar los objetivos generales y específicos que articularon la indagación sistemática que he reportado en este documento. A continuación, con el propósito de justificar e ilustrar esta consideración, preciso las cuestiones que considero más relevantes de la reflexión y la indagación que realicé. Para ello, identifico sus principales contribuciones, establezco algunas de sus implicaciones, determino sus limitaciones y distingo las cuestiones que quedan abiertas.

13.1. Contribuciones a la Reflexión sobre el Profesor de Matemáticas de Secundaria

Considero que, con este proyecto de investigación, contribuyo a la reflexión sobre el profesor de matemáticas de secundaria, en general, y sobre la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, en particular. Estas contribuciones son de tipo teórico, metodológico, empírico y curricular.

Contribuciones Teóricas

Propuse el análisis didáctico como un nivel currículo. Con esta noción, estructuré conceptualmente los organizadores del currículo propuestos por Rico (Rico, 1997a). Presenté avances en la conceptualización de la noción de “organizador del currículo” al darle, a partir de la teoría de la génesis instrumental, un significado concreto a la idea de “herramienta conceptual y metodológica”.

En la descripción del análisis de contenido, introduje la noción de estructura conceptual como organizador del currículo, concretando uno de los aspectos del significado de los conceptos de las matemáticas escolares, sin tener que hacer referencia a cuestiones cognitivas. Al resaltar las operaciones que se realizan sobre los signos, establecí el vínculo entre la estructura conceptual y los sistemas de representación. Esta distinción me permitió caracterizar las conexiones que se pueden establecer entre los elementos de una estructura matemática, cuando ésta se representa por medio de mapas conceptuales. Profundicé en la reflexión sobre la fenomenología como dimensión del significado de un concepto, al aclarar, por medio de una formulación concreta y operacional de la noción de modelo mate-

mático, el vínculo entre subestructuras de una estructura matemática y los fenómenos que estas subestructuras organizan.

La fundamentación de las tres dimensiones del significado de un concepto de las matemáticas escolares que articulan el análisis de contenido se basa en las contribuciones de Luis Rico a la interpretación y adaptación de la noción de significado de Frege en ese contexto. Las contribuciones de Luis Rico también me permitieron estructurar y detallar la noción de contenido como elemento curricular.

Introduje la noción de “camino de aprendizaje”, como adaptación de la noción de trayectoria hipotética de aprendizaje a la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Conceptualicé la relación entre las nociones de objetivo de aprendizaje, capacidad, tarea, camino de aprendizaje y competencia. Esta conceptualización dio lugar a la formulación de un procedimiento que permite caracterizar un objetivo de aprendizaje en términos de sus caminos de aprendizaje, y otro procedimiento en virtud del cual es posible analizar y seleccionar tareas que contribuyan al logro de dicho objetivo. De esta manera, resalté el vínculo entre el análisis de contenido, el análisis cognitivo y el análisis de instrucción.

Con base en la noción de análisis didáctico, y partiendo de una visión funcional de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, establecí un significado concreto para el término “conocimiento didáctico” y puse en evidencia su relación con la noción de conocimiento pedagógico de contenido. Introduje las nociones de significado teórico, técnico y práctico de los organizadores del currículo, desde la perspectiva del conocimiento didáctico de referencia y adapté estas nociones al contexto del conocimiento didáctico de los futuros profesores, basándome en la noción de significado parcial de un grupo de futuros profesores. Las propuestas para las nociones de análisis didáctico y conocimiento didáctico me permitieron caracterizar, en términos de capacidades, la competencia de planificación del profesor de matemáticas. Considero que dichas conceptualizaciones sustentan posibles respuestas tanto a la paradoja de la planificación, como a la problemática de la brecha entre la planificación global y la planificación local y representan un avance en la reflexión sobre la noción de conocimiento pedagógico de contenido.

Aunque no se pueden calificar como contribuciones teóricas, entiendo que, en este proyecto de investigación, introduje innovaciones conceptuales que contribuyen a la reflexión e investigación sobre el profesor de matemáticas. Adapté la teoría de la génesis instrumental a la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, en general, y al estudio del desarrollo del conocimiento didáctico de los organizadores del currículo, en particular. Utilicé la teoría de la calidad de la información para justificar una metodología de análisis de las producciones de los futuros profesores y para introducir la noción de “factor desarrollo”. Abordé la problemática del aprendizaje del futuro profesor de matemáticas desde la perspectiva de la teoría social del aprendizaje de Wenger. Mi interpretación y adaptación de estas tres teorías al contexto de este proyecto, me permitió establecer un significado para la idea de “desarrollo del conocimiento didáctico” que hice metodológicamente operacional.

Contribuciones Metodológicas

En el contexto de la línea de investigación sobre formación de profesores del Grupo Pensamiento Numérico, introduje varias innovaciones en el diseño de los estudios empíricos que configuran este proyecto de investigación. Asumí un posición sociocultural del aprendizaje y centré la indagación en el aprendizaje de los grupos de profesores, dejando en un segundo plano el análisis de las actuaciones y producciones de los futuros profesores, como individuos. Decidí estudiar los procesos de aprendizaje (desarrollo del conocimiento didáctico), más que los resultados. Y realicé la investigación dentro del contexto de la asignatura.

En el análisis de las producciones, diseñé y puse en práctica un esquema de análisis de las observaciones, el análisis de discrepancias, que me permitió establecer y caracterizar cuatro estados de desarrollo del conocimiento didáctico y asignar cada observación a uno de esos estados. Éste es un procedimiento no estándar para el agrupamiento de observaciones que puede utilizarse cuando la información disponible no satisface las condiciones impuestas por métodos estándar de agrupamiento, como el análisis clúster. Diseñé una hoja de cálculo que permite automatizar su uso e identifiqué sus virtudes y defectos. Para el análisis de las producciones, diseñé un sistema interconectado de bases de datos que permite navegar dinámicamente por la evidencia incluida en las transparencias de los grupos de futuros profesores y en las transcripciones de las grabaciones de la interacción en clase.

Para el análisis del trabajo del grupo función cuadrática, diseñé y puse en práctica unos instrumentos de codificación, análisis e interpretación de las transcripciones que hacen operacional, en el contexto de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, la teoría social del aprendizaje de Wenger. Mostré que, con esta adaptación de la teoría, la noción de comunidad de práctica se constituye en una herramienta para “ver, pensar y actuar” en el ámbito de la formación de profesores.

Al ser un análisis sistemático de las matemáticas escolares, considero que el análisis didáctico puede ser útil conceptual y metodológicamente en aquellos estudios sobre la comprensión y el aprendizaje de temas matemáticos en los que es necesario diseñar pruebas y esquemas de análisis de las actuaciones de los sujetos cuando abordan tareas. El análisis didáctico (en particular, el análisis de contenido) ya ha sido utilizado en investigaciones relacionadas con esta problemática y con el análisis histórico de libros de texto.

Contribuciones Empíricas

El propósito de los estudios empíricos que configuraron este proyecto de investigación fue el de dar una “prueba de existencia”, es decir, el de presentar sistemáticamente evidencias de un caso en el que una estrategia (de formación) produce unos resultados. Una prueba de existencia es una contribución al conocimiento de la Didáctica de la Matemática, puesto que cada investigador y cada formador de profesores puede interpretar y adaptar los resultados de estos estudios empíricos a su contexto específico y a los problemas que se articulan en ese contexto. Enumero a continuación las principales contribuciones de dichos estudios.

Establecí que el conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores evoluciona de acuerdo con patrones estables que permiten caracterizar cuatro es-

tados de desarrollo. Mostré que el proceso de génesis instrumental toma tiempo: requiere que los grupos de futuros profesores negocien significados (del organizador del currículo, de su tema matemático y de sus esquemas de acción) y que estos significados parciales se materialicen (en diferentes formas) en las sucesivas ocasiones en las que los grupos presentan sus producciones en clase.

Profundicé en la descripción de dichos estados de desarrollo, al identificar y pormenorizar los significados parciales que los grupos de futuros profesores construyeron a lo largo de la asignatura, contribuyendo, así, a la caracterización de los organizadores del currículo desde una perspectiva empírica. Puse en evidencia la evolución de estos significados parciales en términos de los factores de desarrollo, identifiqué las dificultades que los grupos de futuros profesores manifestaron en diversos momentos, y reseñé los modos y estrategias en virtud de los cuales, en variadas ocasiones, lograron superarlas. Puse de manifiesto el papel, en el desarrollo de su conocimiento didáctico, de la experiencia docente y de las visiones de los futuros profesores cuando llegan a la asignatura.

Establecí en qué medida y de qué forma los grupos de futuros profesores pusieron en juego la información que recabaron para los organizadores del currículo en el diseño de la unidad didáctica. Puse en evidencia que varios grupos de futuros profesores no lograron desarrollar necesariamente una visión global e integrada del análisis de contenido como herramienta para el diseño de unidades didácticas.

Pormenorice el proceso en virtud del cual un grupo de futuros profesores constituyó una comunidad de práctica, al mostrar cómo evolucionó su compromiso mutuo, cómo definieron y afinaron su empresa conjunta y cómo desarrollaron su repertorio compartido. Caractericé, desde una perspectiva sociocultural, el aprendizaje de un grupo de futuros profesores, al poner en evidencia los procesos de negociación de significados que dieron lugar a sus producciones y actuaciones. Identifiqué y describí las principales cuestiones que influyeron en ese proceso de negociación de significados.

Con base en los resultados anteriores, profundicé y precisé, desde una perspectiva empírica, las nociones de significado teórico, técnico y práctico de los organizadores del currículo y detallé el proceso de génesis instrumental en el contexto de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. De esta manera, caractericé el juego entre el conocimiento teórico, técnico y práctico de los futuros profesores que fundamenta la transformación de un organizador del currículo en instrumento con utilidad práctica. Identifiqué unas fases de este proceso de transformación, como contribución a la comprensión y conceptualización del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores. Mostré el papel que el diseño y desarrollo la asignatura jugaron en este proceso e identifiqué otras características de la asignatura y de los futuros profesores que influyeron en el desarrollo de su conocimiento didáctico.

Contribuciones Curriculares

Considero que he contribuido a la conceptualización y la fundamentación de la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato, en particular, y de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, en general. Estas contribuciones se basan en mis aportes a la concreción de significado para las nociones de análisis didáctico y conocimiento didáctico y a la caracterización de la

competencia de planificación del profesor de matemáticas que surge de ellos. Mostré cómo estas nociones permiten llevar a la práctica curricular nuestra visión funcional de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.

Por otro lado, considero que también he contribuido al diseño de la asignatura desde el punto de vista metodológico al proponer y contrastar empíricamente un esquema de trabajo para el tratamiento del análisis didáctico en dicho plan de formación.

13.2. De la Investigación a la Práctica

¿Cómo puede la “prueba de existencia” que acabo de describir contribuir a la práctica de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria? Entiendo que estos resultados pueden ser interpretados y adaptados en dos dominios: la evaluación y mejora del diseño y desarrollo de programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria y la reflexión sobre la actuación de los formadores de profesores.

Mi intención en este proyecto no fue la de evaluar un modelo de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Por consiguiente, no busqué responder a preguntas del estilo “¿qué es lo que funciona en el aula?” o “¿qué método es mejor?”. Más bien, argumenté que la caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura aporta luces sobre sus dificultades y logros al realizar las tareas y sobre las posibles causas de estas dificultades y logros. Entiendo que esta información es relevante tanto para la revisión del diseño de la asignatura, como, sujeta a la interpretación correspondiente, para otros formadores y otras asignaturas que, en alguna medida, fundamentan la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en un modelo similar al nuestro. En el caso de nuestra asignatura, los resultados destacan dos cuestiones claves donde es necesario mejorar: el tratamiento del análisis fenomenológico y la presentación del significado práctico de los organizadores del currículo y su relación con su significado técnico. Por otro lado, resaltan el papel positivo que jugaron los esquemas metodológicos utilizados y los comentarios a las producciones de los futuros profesores.

Considero que la descripción pormenorizada del proceso en virtud del cual los grupos de futuros profesores construyen sus significados parciales sobre los organizadores del currículo del análisis de contenido es una información valiosa para aquellos formadores de profesores que pretendan promover dichos significados en sus estudiantes. Esta información puede permitir, en muchos casos, la previsión de las actuaciones de los grupos de futuros profesores y, por lo tanto, una adecuada planificación de la instrucción.

El análisis del proceso en virtud del cual un grupo de futuros profesores emergió como comunidad de práctica destacó el papel de los formadores como promotores del aprendizaje interdependiente y de la negociación de significados. He sugerido que los formadores debemos asumir un rol de “asesores”, de tal forma que nuestra preocupación no sólo se centre en qué aprende un grupo de futuros profesores, sino que también atienda a los factores que puedan influir tanto en el desarrollo del compromiso mutuo entre sus miembros, como en la claridad y validez de su empresa conjunta.

13.3. Limitaciones y Cuestiones Abiertas

En esta sección, identifico las principales limitaciones de este proyecto y establezco algunas de las cuestiones que quedan abiertas hacia el futuro.

El análisis didáctico es una visión (conceptualización) parcial e ideal de la actividad (de planificación) del profesor. Es una visión parcial porque focaliza la atención en la dimensión local de la planificación. El hecho de que haya otros aspectos de esa actividad que no considero dentro del análisis didáctico, no quiere decir que estos aspectos no sean importantes o relevantes o que sean menos importantes que los que exploré en este documento. Como procedimiento ideal, me sirvió para conceptualizar el conocimiento didáctico del profesor de matemáticas y detallar, en términos de capacidades, algunos aspectos de su competencia de planificación. Pero no espero que ningún profesor de matemáticas concreto realice sistemáticamente todos y cada uno de los procedimientos que conforman el análisis didáctico. No obstante, mostré que, a la hora de planificar su clase, el profesor puede utilizar el análisis didáctico como guía, al nivel detalle que corresponda al tiempo que tenga disponible.

Aunque hice un esfuerzo por fundamentar conceptualmente el análisis de contenido, no considero que este trabajo esté cerrado. La claridad y utilidad del significado técnico de los organizadores del currículo depende de la profundidad y claridad con que se estructure su significado teórico. Por otro lado, los estudios empíricos pusieron de manifiesto la necesidad de explorar y desarrollar estrategias para la descripción y el tratamiento curricular del significado práctico de los organizadores del currículo. La presentación que hago de los análisis cognitivo, de instrucción y de actuación tiene un carácter restringido y aborda solamente algunos de sus múltiples aspectos. De hecho, los dos primeros son actualmente objeto de trabajo en nuestro grupo de investigación. De la misma manera, nos encontramos actualmente explorando los vínculos entre el análisis didáctico, como fundamentación de un programa de formación de profesores, y la formación de los escolares, en particular, desde la perspectiva de la alfabetización matemática.

He propuesto una conjetura preliminar para el proceso de génesis instrumental de los organizadores del currículo en el contexto de la asignatura. Esta conjetura requiere una mayor estructuración y fundamentación teórica y una sustentación empírica más amplia. En particular, resulta necesario explorar con mayor profundidad cómo, en la práctica, los grupos de futuros profesores exitosos construyen el significado práctico de los organizadores del currículo.

Centré los esfuerzos conceptuales y metodológicos de este proyecto en la competencia de planificación del profesor. No obstante, el análisis didáctico incluye el ciclo completo de planificación, puesta en práctica y evaluación de unidades didácticas. Surgen entonces dos cuestiones en las que es posible indagar. Por un lado, cabe preguntarse cómo se debe avanzar en una descripción del análisis didáctico que pueda ser utilizada para la fundamentación de un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que incluya la posibilidad de que los grupos de futuros profesores lleven a la práctica sus propuestas de unidad didáctica. Por otro lado, también resulta relevante cuestionarse sobre cómo podría adaptarse el análisis didáctico como fundamento para programas de formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria.

Como lo mencioné en el apartado anterior, el área de las competencias del formador de profesores de matemáticas es un terreno relevante y poco explorado. Los resultados de los estudios ponen en evidencia la necesidad de indagar qué competencias deben desarrollar los formadores si se adopta una visión sociocultural del aprendizaje de los futuros profesores.

13.4. El Final de una Etapa; el Comienzo de Otra

En este documento reporto las actividades y los resultados de un trabajo colectivo. En diversos lugares del mismo, indico cómo las actividades de diseño, desarrollo e investigación se realizaron en equipo y cómo este proyecto se enmarcó y se apoyó en las actividades y resultados de la línea de investigación en formación de profesores del Grupo Pensamiento Numérico, que Luis Rico ha venido dirigiendo, promoviendo y desarrollando desde finales de la década de los ochenta. Los logros de este proyecto contribuyen a un proceso colectivo de investigación a largo plazo y son consecuencia de su visión y capacidad para encaminar dicho proceso y dirigir este proyecto de investigación.

Desde la perspectiva personal, este reporte describe el camino que, como diseñador, formador e investigador, recorrí durante siete años, en mi relación con la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, en general, y con un programa de formación, en particular. En este sentido, reporto una investigación sobre mi propia práctica. La conceptualización y el diseño de la investigación habla sobre mis creencias, valores y actitudes como diseñador e investigador. Los resultados empíricos revelan aspectos de mis competencias y actitudes como formador de profesores de matemáticas.

Mi experiencia, al terminar esta nueva etapa en mi recorrido como diseñador, formador de profesores e investigador, me deja clara una cuestión: la complejidad de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Esta experiencia me ha permitido percibir y abordar parcialmente la multiplicidad de dimensiones involucradas en ella. A nivel conceptual, en mi aproximación al análisis didáctico, al conocimiento didáctico y al aprendizaje de los futuros profesores. A nivel curricular, en mi indagación sobre el diseño y desarrollo de planes de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria y sobre el papel de los formadores en ellos. Y a nivel investigativo, en la importancia de la indagación sobre los procesos de donde emerge el aprendizaje de los futuros profesores. Mi conciencia de la complejidad y de la trascendencia de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria me induce a considerar este documento como el inicio de una nueva etapa en mi reflexión sobre el profesor de matemáticas.