

## MAPAS MENTALES COMO HERRAMIENTA DE APRENDIZAJE PARA LA GRAFICACIÓN DE FUNCIONES EN EL ESPACIO

Elia Leyva Sánchez<sup>1</sup>, Ruth Elba Rivera Castellon<sup>2</sup>, Octavio Lázaro Mancilla<sup>3</sup>

Facultad de Ingeniería e Instituto de Ingeniería - Universidad Autónoma de Bala California  
(Unidad Mexicali)

México

elia.leyva.s@gmail.com, riveracastellon@gmail.com, olazaro2000@yahoo.com

**Resumen.** Se realizó un experimento en Cálculo Multivariable con estudiantes de la Facultad de Ingeniería, utilizando mapas mentales como herramienta dinámica y evolutiva que permite unir las distintas expresiones de una función en el plano real y su extensión en el espacio. Se trazaron mapas mentales en cuaderno de hojas blancas, usando lápiz y colores. Los resultados obtenidos muestran la habilidad y sello personal del estudiante para organizar y representar las distintas expresiones de una función. Cabe resaltar que estos son una excelente herramienta impulsora para la creatividad, la capacidad de asociación y percepción.

**Palabras clave:** graficación de funciones, mapa mental

**Abstract.** An experiment was conducted in Multivariable Calculus with students of the Faculty of Engineering, using mental maps as dynamic and evolving tool that can join the different expressions of a function in the real plane and its extension in space. Mental maps were drawn in white sheet notebook, pencil and colors. The results show the ability and student personal stamp to organize and represent different expressions of a function. Significantly, these are excellent tool to foster creativity, the ability to associate and perception.

**Key words:** graphing functions, mental map.

### Introducción

Las matemáticas son el campo de estudio que provee más que otros un foro para el descubrimiento. Sin embargo una de las dificultades en el aprendizaje de cada tópico, es que en matemáticas cada lección contiene nuevas definiciones, propiedades, reglas, aplicaciones, etc. (Pravica y Spurr, 2011) que se van acumulando conforme avanza en complejidad dicho tópico. Este es el caso del concepto de función de variable real, que proviene de la relación numérica entre dos conjuntos. En la experiencia que se tiene al frente del aula en la materia de Cálculo Multivariable, al cuestionar verbalmente en la primera clase a los estudiantes sobre el concepto de función, el resultado era abrumador, inicialmente se creaba un gran silencio, segundos después algunos balbuceaban a manera de rezo algunas de sus características, pero en sí, los estudiantes no tenían claro cómo definir una función. Lo mismo pasó al cuestionarlos sobre los tipos de familias de funciones, o sobre las características que describen al plano real y al espacio real. En la búsqueda de una técnica o herramienta que permitiera obtener una visión en conjunto de cualquier aspecto de un tópico en Cálculo Multivariable, como lo son, los conceptos de punto, línea, plano real, función de variable real, espacio real, función de varias variables reales, etc. y que a su vez las reuniera de forma simplificada, nos encontramos con los mapas mentales, creados por Tony Buzan, estudiante universitario inglés quien se enfrentó en

su carrera universitaria con una gran cantidad de apuntes los cuales le requerían mucho tiempo de estudio, y que a su vez, no le permitían obtener buenos resultados de apropiación del conocimiento, el cual disminuía con el tiempo. Tony Buzan se dio a la tarea de resolver dicho problema creando el concepto revolucionario de mapa mental, el cual se apoya en la psicología, la neurofisiología, la semántica, la teoría de la información, la percepción, el pensamiento creativo, la mnemotecnia y la neurolingüística (Cervantes, 2011). Los mapas mentales son una herramienta poderosa que posee cuatro características esenciales: a) el tópico motivo se cristaliza en una imagen; b) los principales temas del tópico irradian de la imagen central de forma ramificada; c) las ramas comprenden una imagen, símbolo o palabra clave sobre la línea asociada. También se asocian a estas otros tópicos de la misma forma; d) las ramas forma una estructura nodal conectada. En esta dirección nos dimos a la tarea de realizar un caso de estudio donde se presentaron los conceptos matemáticos antes mencionados usando los mapas mentales y pidiendo a los estudiantes usarlos ellos también en el transcurso de la materia de Cálculo Multivariable. Enseguida describimos cómo realizamos dicho estudio y algunos de los interesantes resultados que obtuvimos.

### Metodología

Se realizó un experimento en la materia de Cálculo Multivariable que se impartió a los estudiantes de tronco común en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California en la ciudad de Mexicali, Baja California México en el ciclo escolar 2011-2. El tamaño del grupo fue de veintisiete estudiantes.

Como ya se mencionó anteriormente dicho experimento surge de la necesidad de englobar las distintas expresiones de una función y lograr la extensión de dos dimensiones a tres dimensiones. Para tal efecto se utilizó una herramienta muy poderosa de percepción, los mapas mentales, con el objetivo de estimular la comprensión e interpretación del ambiente que rodea al concepto de función.

Por otra parte, tomando en consideración que cada estudiante es un ser integral, con emociones y procesos mentales individuales, que al llegar a clase lleva una carga emocional distinta y en consecuencia distintos niveles de estrés o ansiedad, que afectan directamente su capacidad de atención y percepción, se aplicó antes de comenzar la clase una técnica de respiración llamada pñāyāma. Esta técnica permite mediante el ritmo respiratorio relajar los procesos mentales (Marcelli y García, 2008), en la Figura 1 se muestra los pasos que se siguen en esta técnica. Los resultados fueron muy favorables, ya que los comentarios y la actitud de los estudiantes fue de relajación, mejorando su capacidad de atención y actitud para desarrollar su trabajo. (a) Se inició la técnica con espalda erguida haciendo tres inhalaciones profundas y

suaves para ir relajando el cuerpo, (b) se abren los brazos y se exhala todo el aire se tapan ambas fosas nasales con ambos pulgares, (c) se inicia la serie de cinco pñāyāma inhalando por izquierda, (d) y luego por derecha. Se cierra la técnica con inhalación profunda y suave por ambos poros.

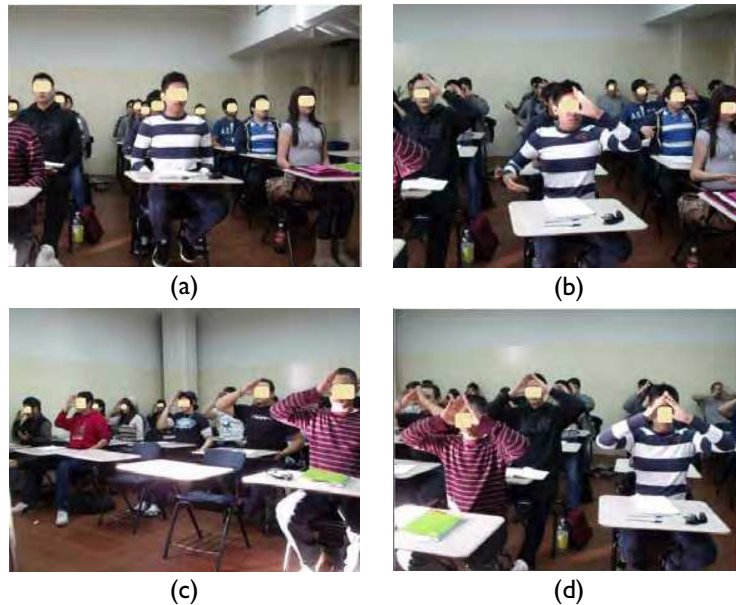


Figura 1

Cabe indicar que al iniciar cada clase se practicaban los ejercicios relajamiento, para posteriormente iniciar la presentación de los contenidos del programa. En la primera clase se explico cómo hacer un buen diseño de mapa mental, el cual debe contener una palabra clave, objeto o tópico principal que se une mediante ramificaciones, como en las neuronas, a otras palabras claves, objetos o tópicos que describen o están íntimamente relacionadas con las características del objeto principal. Es importante resaltar que un mapa mental no es estático, este va evolucionando conforme el objeto o tópico principal es relacionado con otros objetos conceptuales. Cabe indicar que están ampliamente documentados los beneficios que proporcionan los mapas mentales a nivel de percepción de los objetos y como se fijan en memoria de largo plazo (Cervantes, 2011) (Buzan, 2002) (Friz, Sánchez y Cabrera, 2009). Después de la explicación se inició con los ejercicios donde se trazaron mapas mentales en un cuaderno de hojas blancas exclusivo para la clase, usando lápiz, plumas y colores.

### Resultados

Para discutir los hallazgos de algunos de los mapas mentales que elaboraron los estudiantes, presentamos las imágenes escaneadas de sus cuadernos las cuales están reducidas por el

tamaño del documento, pero corresponden a cuadernos de dibujo tamaño carta. Al revisar dichos cuadernos nos encontramos con mapas mentales muy diversos, desde muy sintéticos hasta los más elaborados. Por ejemplo, el primer mapa mental construido, que trató sobre el concepto de función y las características que la describen, así como sus distintas representaciones, se observa un mapa sintético solo con palabras sin símbolos, ver figura 2. Cuando se extendió el concepto de función a familias de funciones el mapa mental ya muestra además de palabras formas simbólicas y gráficas como se muestra en la Figura 3.

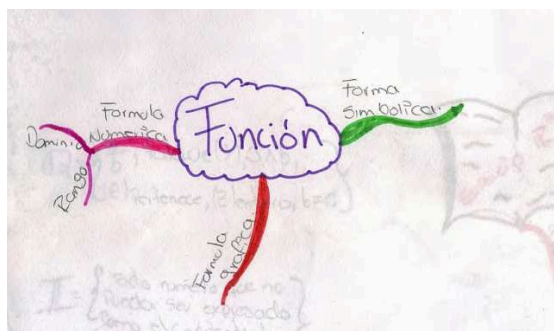


Figura 2. Mapa mental del concepto de función por una estudiante.

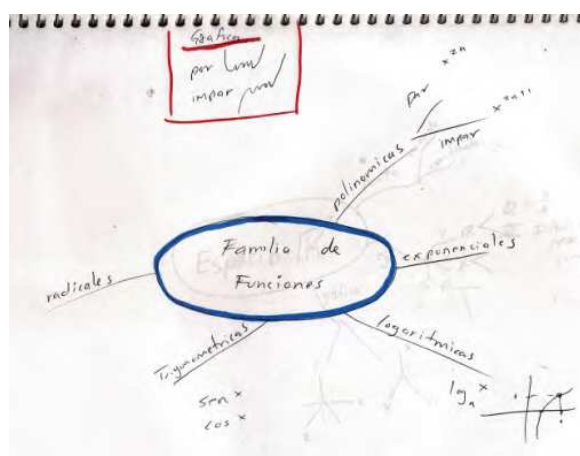


Figura 3. Mapa mental para las familias de funciones realizado por un estudiante.

Una vez analizado el concepto de función se presentó el concepto de espacio tridimensional, que incluía su característica geométrica, numérica y simbólica. Por ejemplo en la figura 4, cada mapa mental tiene una expresión artística distinta e incluso la ubicación en la hoja es diferente, la figura 4(a) muestra al mapa mental en el centro, en la figura 4(b) esta hacia la izquierda, la expresión simbólica de la información de la figura 4(b) no se repite, en cambio en la figura 4(a) hay necesidad de reafirmar el concepto de números racionales e irracionales.

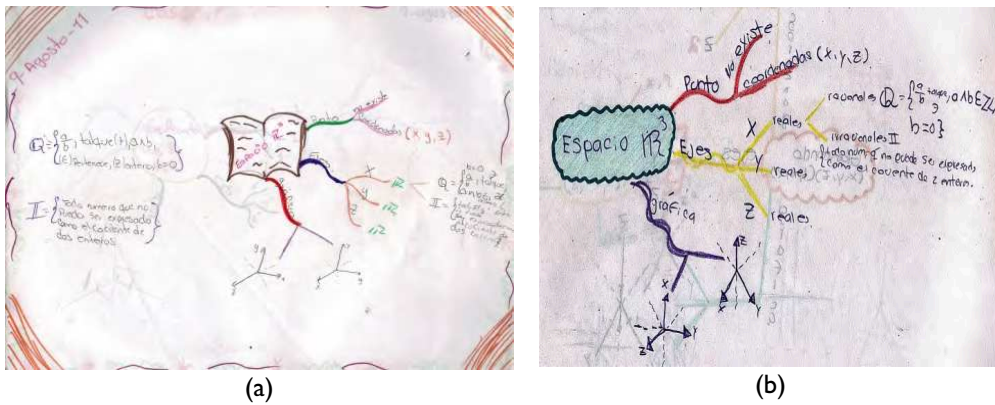


Figura 4. Dos casos distintos de mapa mental sobre el concepto espacio tridimensional.

Conforme las clases avanzaron los mapas fueron adquiriendo dinamismo y evolucionaron en presentación y contenido para cada una de las familias de funciones. Por ejemplo la primera familia que se graficó fue las funciones polinomiales, iniciando con los planos constantes. Los estudiantes dibujaron su mapa mental representando a las distintas formas semióticas de una función, la simbólica, la numérica que incluye dominio y rango, así como la gráfica. Cada estudiante ordenó dicha información bajo su propio criterio, no dando jerarquía a ninguna de las representaciones, ya que en clase se les informó que cada representación es la misma función, solo que percibida de distinta forma. Así que los mapas mentales tienen todas sus representaciones, pero con su sello personal como se puede observar en la figura 5 (a) y 5(b) cada estudiante perciben la gráfica de la función en el espacio de forma distinta. En el caso figura 5(a) el plano tiene forma geométrica rectangular, y en el caso figura 5(b) el plano se percibe como una sábana plana sin límites. Por otra parte la palabra plano aparece explícitamente en cada rama del mapa mental figura 5(a), y el de la figura 5(b) no, esto conduce a preguntarse, ¿será que el estudiante que realizó el mapa de figura 5(a) reafirmaba el conocimiento?, o ¿por qué al estudiante de la figura 5(b) solo le bastó con poner en la parte central del mapa la palabra plano?, quizás esto es una evidencia que en el proceso de aprendizaje el estudiante involucra su seguridad en la apropiación del conocimiento, o que tanto requiere reafirmar un concepto para adquirirlo.

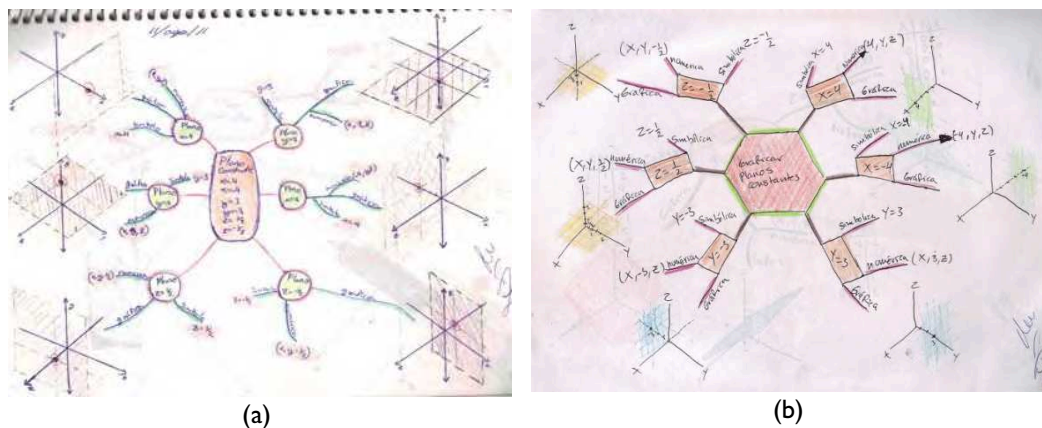
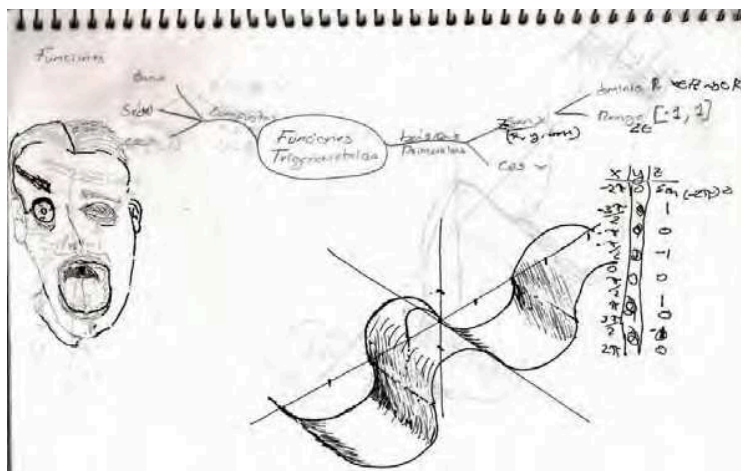
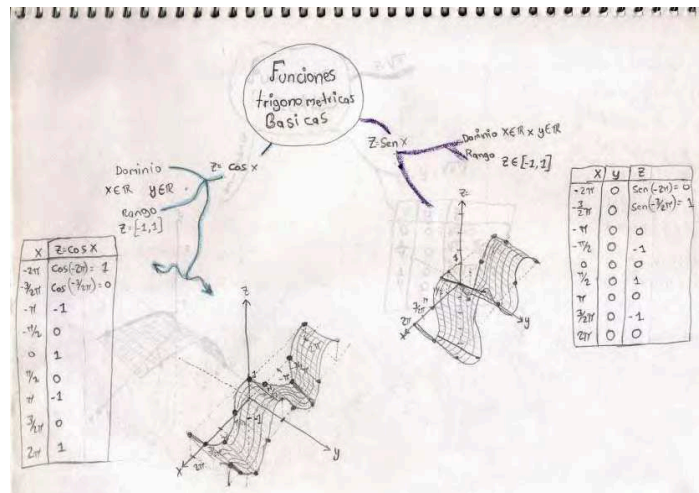


Figura 5. Mapas mentales de planos constantes.

Otro caso interesante es la introducción de la graficación de funciones trigonométricas en el espacio tridimensional. En la figura 6 se presentan dos casos sobre el mismo ejercicio. En el caso de la figura 6(a), el estudiante muestra la información un poco desorganizada de la función  $\sin(x)$ , no une la representación gráfica a su representación simbólica, la tabla numérica casi se empalma con la gráfica. El estudiante en este ejercicio debería haber realizado un procedimiento similar para la función  $\cos(x)$ , sin embargo no lo realizó. Además muestra una imagen que proyecta un rostro con un estado emocional de ansiedad y desesperación la cual da origen a las siguientes conjeturas ¿qué pasa con este estudiante?, ¿se resiste al aprendizaje?, ¿tiene problemas personales?, ¿qué situación le incomoda de la materia? La evidencia de su mapa mental indica que hay facilidad para dibujar y graficar, ya que la representación gráfica de la función está muy bien realizada, sin embargo le hace falta información como los nombres de los ejes, los valores correspondientes a los puntos de cruce de la función con los ejes, así como sus valores mínimos y máximos. Por otra parte en la figura 6(b) del mismo ejercicio, la información del mapa mental es más clara, la formas semióticas de la función están claramente relacionada y le bastó con un solo mapa para graficar las dos funciones, le puso color para distinguirlas. Las figuras 6(a) y 6(b) se realizaron en la misma clase, la evidencia indica que el aprendizaje está ligado al estado emocional del estudiante, es decir, en una clase de matemáticas el aprendizaje no abstrae al estudiante de su realidad personal.



(a)



b)

Figura 6. Graficación de la función trigonométrica en el espacio tridimensional.

### Observaciones

Los mapas mentales de los 27 cuadernos que los estudiantes involucrados en esta investigación desarrollaron, muestran la percepción y la personalidad, que están impresos en cada uno de ellos y son evidencia de su capacidad, habilidad y disposición para organizar y representar las distintas expresiones de una función. Comprobamos que los mapas mentales son una excelente herramienta impulsora para la creatividad, la capacidad de asociación y percepción de los estudiantes hacia los conceptos. El trabajo continúa con un nuevo grupo actualmente, utilizando los mapas mentales para analizar el comportamiento de las superficies que modelan matemáticamente fenómenos reales, el objetivo es estudiar si esta herramienta permite el aprendizaje significativo y el desarrollo de la capacidad de análisis.

### Referencias bibliográficas

- Buzan, T. y Buzan, B. (2002). *El libro de los mapas mentales*. Edición. España: Urano.
- Cervantes, V. L. (2011). *El ABC de los mapas mentales*. Edición México: Asociación de Educadores Iberoamericanos.
- Marcelli, A. y García, F. (2008). *Una clase de Yoga*. Edición México: Solar Fundación Cultura.
- Friz, M., Sánchez, A. y Carrera, C. (2009). Concepciones en la enseñanza de la Matemática en educación infantil. *Perfiles Educativos*, 31 (125), 62-73.
- Pravica, D.W. y Spurr, M.J. (2011). *Mathematical Modeling for the scientific method*. USA: Jones & Bartlett Learning.