

ALGUNAS HERRAMIENTAS TEÓRICO-METODOLÓGICAS DE LA APROXIMACIÓN SOCIOEPISTEMOLÓGICA PARA LA INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Luz María Mingüer Allec
Instituto Tecnológico de Oaxaca
Luzma16@hotmail.com

México

Resumen. El objetivo de este escrito es mostrar algunas herramientas teórico- metodológicas de la aproximación Socioepistemológica para la investigación en matemática educativa, propuestas en la tesis doctoral de R. Cantoral, "Un estudio de la formación social de la analiticidad". Dichas herramientas definen un paradigma de investigación que posibilita abordar objetos de estudio que no aparecen de manera explícita en los escenarios que forman las diferentes problemáticas de investigación en Matemática Educativa, estableciendo un método de acercamiento a tales problemáticas en el que se estudian fenómenos de construcción de conocimiento matemático. Este método contempla un conjunto de herramienta que permiten analizar de forma introspectiva e integral cualquier evento que lleve implícita la construcción de conocimiento matemático.

Palabras clave: aproximación socioepistemológica, analiticidad, praediciere, fenomenología

Abstract. This paper's main objective is to show some theoretical and methodological tools of socioepistemological approach for research in mathematics education, proposed in the thesis of R. Cantoral, entitled "A study of the social formation of analyticity". These tools define a research paradigm that allows objects of study address that do not appear explicitly in the scenarios that form the various problems of research in mathematics education, providing a method of approach to such problems in which phenomena are studied construction mathematical knowledge. This research method used provides a set of tools that allow the analysis of introspectively and integral carrying any event implied the construction of mathematical knowledge

Key words: socioepistemological approach, analyticity, praediciere, phenomenology

Introducción

La aproximación socioepistemológica, se caracteriza por definir, en el centro de su estructura, a una corriente de pensamiento que otorga importancia preponderante a la relación que se establece entre la construcción de conocimiento matemático y las influencias socioculturales vigentes en los espacios y momentos en los que se realiza tal construcción.

La tesis doctoral de R. Cantoral, *Un estudio de la formación social de la analiticidad*, es considerada como el fundamento de la corriente de pensamiento que ahora se conoce como aproximación socioepistemológica, motivo por el cual creemos que todo intento por abordar dicho acercamiento teórico debe partir del análisis de las investigaciones doctorales iniciadas por Cantoral.

La naturaleza de las investigaciones plasmadas en dicha tesis definen un paradigma de investigación que posibilita abordar objetos de estudio que no aparecen de manera explícita en los escenarios que forman las diferentes problemáticas de investigación en Matemática Educativa, estableciendo un método de acercamiento a tales problemáticas en el que se

estudian fenómenos de construcción de conocimiento matemático. Para nosotros este método de investigación empleado por Cantoral representa la herramienta ideal que permite analizar de forma introspectiva e integral cualquier evento que lleve implícita la construcción de conocimiento matemático.

En las investigaciones abordadas por Cantoral se recurre al análisis minucioso de los contextos socioculturales vigentes en los momentos históricos cuando se ha construido conocimiento matemático, estableciendo un conjunto de herramientas que posibilitan el acercamiento a estos fenómenos de construcción, como pueden ser: categorías, métodos y técnicas, que permiten problematizar y organizar aquellos elementos de orden sociocultural y científico, existentes en el momento en el que se construye conocimiento matemático.

En este escrito realizaremos un breve análisis de la tesis mencionada, enfatizando las partes en las que se definen las principales herramientas metodológicas propuestas por el autor.

Análisis de la tesis doctoral: Un estudio de la formación social de la analiticidad

Con el objeto de profundizar en el significado de las categorías, métodos y herramientas que Cantoral emplea en sus investigaciones doctorales, realizamos un análisis de su tesis, *Un estudio de la formación social de la analiticidad*, cuyo tratamiento según el autor, tiene fundamento en «una práctica» referida a cierto programa de formación y actualización de profesores de matemáticas del nivel superior de educación, diseñado y sostenido por el equipo de investigación en matemática educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN); y en «una mística», «la sólida creencia en la posibilidad de la construcción de conceptos y procesos matemáticos a la luz de los ámbitos en los que adquirieron progresivamente significación propia, así como de aquellos otros contextos en los que hoy se significan nuevamente». La mística se sustenta en la manera como el pensamiento físico propicia la construcción de conceptos y procesos matemáticos. «Aludimos exclusivamente a la matemática de la variación y el cambio: “el calculus”; y a su expresión didáctica en la currícula de escuelas de ingeniería y ciencias físico matemáticas».

En dicha tesis se plantea como problema de investigación el análisis de «los procesos de construcción del conocimiento matemático cuando estos se orientan vía el pensamiento físico; especialmente por aquel que se nutre de las peculiaridades de los fenómenos de flujo continuo en la naturaleza». El autor explica: «para ello requerimos de entender los mecanismos funcionales que operan la relación dialéctica entre las nociones de «predicción» propia de las ciencias físicas y de la ingeniería y de lo «analítico», peculiar de las matemáticas».

Para enfrentar la problemática propuesta, el autor sugiere realizar una serie de tareas entre las que destacan el análisis de producciones intelectuales de los científicos de los siglos XVII y XVIII y de los matemáticos de los siglos XIX y XX, así como de los «participantes del proceso educativo y científico contemporáneo»; plantea también, como otro punto de interés, el análisis del fenómeno de la «transposición didáctica», implícito en la naturaleza de lo que Cantoral denomina una «didáctica normal» del Cálculo y que se traduce en una versión «diluida» del análisis matemático. Presentamos dos de las principales tareas de la lista que Cantoral propone para esclarecer la problemática propuesta.

- I. «Análisis de construcciones originales de conocimiento matemático en ámbitos físicos de fenómenos de flujo»: a través del análisis minucioso de memorias, textos y tratados de los siglos XVII, XVIII, XIX y XX, Cantoral persigue el objetivo de identificar estrategias formales e informales que propiciaron la construcción de conocimiento matemático, teniendo como marco o contexto, el pensamiento físico que hace referencia a fenómenos de flujo. Este análisis busca establecer de qué manera el pensamiento físico, que se nutre de los fenómenos de flujo, contribuye a la construcción de pensamiento matemático.

Con este marco, el autor realiza un estudio exhaustivo basado en el análisis epistemológico del cálculo y de la serie de Taylor. La principal característica de este «tipo de estudio» es la manera de ir relacionando los hechos epistemológicos con las circunstancias imperantes en el momento histórico en que se lleva a cabo la construcción de los conceptos matemáticos en cuestión, al hacerse preguntas sistemáticamente acerca de «porqué se piensa de esta manera», en relación con la dirección, significado y sentido del pensamiento de los científicos y matemáticos de la época. Este tipo de estudio va definiendo «algo» que llamaremos tentativamente un «método», el cual, en un primer tiempo, permite «detectar», para después, identificar y rastrear la conformación de una noción que es la que transmite un impulso vital y que hace evolucionar al pensamiento matemático a través del tiempo, revelando que al contrario de lo que se piensa, el surgimiento del Cálculo no está asociado a: procesos infinitos, al arribo del concepto de límite, ni al desarrollo del infinitesimal como noción de uso y de fundamentación, o a la aparición del concepto de función, entre otros más, sino a la existencia de una noción que guió y estructuró al proceso de construcción del pensamiento matemático avanzado a lo largo de tres siglos: «*El Praediciere*». A este respecto el autor comenta: «Es importante mencionar que este estudio se refiere por un lado, a fenómenos de la física, específicamente la mecánica de cuerpos celestes, terrestres, partículas o medios continuos; y por otro, a una parte de la matemática conocida ampliamente como el

“Calculus”, sin perder de vista que en el trasfondo del desarrollo de esta última se encuentra *El Praediciere* como idea germinal».

El procedimiento empleado hasta aquí por Cantoral señala una manera de intuir para, más tarde, descubrir la presencia de una idea o noción cuya existencia no se manifiesta de manera explícita, sino que hay que emprender un análisis y una búsqueda avanzada de las influencias socioculturales –que definen las ideas científicas– las cuales predominan en un momento histórico específico y que determinan las condiciones y orientación que el pensamiento científico de la época llega a tener.

A este respecto Cantoral expone que, así como el *Praediciere* guía el pensamiento físico a lo largo de la historia, de modo similar «lo analítico» está detrás, orientando el desarrollo del pensamiento matemático. De nuevo, de acuerdo con este principio metodológico, Cantoral llega a descubrir la existencia de otra noción clave en el proceso de evolución del pensamiento matemático, es decir, a través del análisis profundo de los marcos contextuales, no sólo científicos, sino también socioculturales.

Al continuar con el análisis de la tesis doctoral de R. Cantoral, encontramos que el estudio epistemológico de la serie de Taylor nos permite la estratificación de las imágenes conceptuales de dicha serie; esto es posible luego de una cuidadosa selección de 8 modelos que, según nuestro autor, representan esquemas paradigmáticos, los cuales son: el modelo de regularidad binomial, el modelo de variable variación, el modelo de predicción paramétrica, el modelo de evolución paramétrica, el modelo de aproximación polinomial, el modelo de metamorfosis funcional, el modelo de generalización inductiva, y el modelo de analiticidad compleja.

El autor, como lo explica en su tesis, llega a esclarecer el significado de la noción de «lo analítico», a través de un análisis interpretativo de tres tipos de referencias documentales para llegar a conformar las imágenes conceptuales de la noción de la serie de Taylor: tratados usuales que contienen discusiones históricas y epistemológicas; unos cuantos textos antiguos de reconocida influencia educativa (fines del siglo XVII principios del XX), y escritos originales de producciones intelectuales de los científicos de los siglos XVII y XVIII y de los matemáticos de los siglos XIX y XX.

La razón por la que el autor se decidió a abordar el tema de la construcción de las imágenes conceptuales de la Serie de Taylor o de «lo analítico», se apoya en la constatación de una presencia repetida como idea generadora, entre un número importante de construcciones conceptuales en los inicios de la física matemática.

Ir a la búsqueda de las imágenes conceptuales que una noción matemática suscita en la mente de los matemáticos de otra época, implica profundizar en un análisis de documentos escritos y en una aguda reflexión acerca de los antecedentes, referencias teóricas y circunstancias activadoras, provenientes del contexto histórico sociocultural del momento, es decir, una forma de percibir y de aproximarse a los fenómenos de construcción de conocimiento matemático, cuyo eje rector es el contexto sociocultural imperante; se trata del mismo aparato teórico y metodológico que permitió la identificación de el Praediciere.

En esta nueva forma de «mirar la historia» de los conceptos, las preguntas que se hacen a la epistemología de las nociones matemáticas son: ¿cómo se llega a pensar de esta manera?, ¿qué influencias externas educativas, políticas, filosóficas, científicas guían el pensamiento científico de esa época? De tal forma que las respuestas vienen a enriquecer la visión del concepto mismo y arrojan luz acerca de los factores que impulsaron o no estimularon los procesos de construcción de conocimiento matemático.

Es claro que la evolución del pensamiento matemático en la historia, obedece a fuerzas provenientes de circunstancias y necesidades del mundo científico y del mundo social, que se sustentan en ideologías, que han influido de modo fuerte en la orientación precisa de las ideas matemáticas.

Hay que señalarlo, en este punto del análisis de la tesis doctoral de R. Cantoral, aquello que llamamos tentativamente “un método”, se va definiendo como un aparato complejo y multifacético que envuelve a todo el estudio y a cada una de sus partes medulares.

2. La segunda tarea es un análisis de acercamientos didácticos ambientales (textos originales o textos claves) en los que tuvieron efecto las construcciones originales citadas en el punto anterior.

En este segundo aspecto de la lista de tareas propuestas por Cantoral, para enfrentar su problemática, expone que persigue como primer objetivo «reconocer el grado de permeabilidad de las construcciones originales en la didáctica de entonces y recíprocamente el nivel de influencia de ésta sobre las estrategias que favorecen la construcción de conocimientos matemáticos».

Para llegar a reconstruir el discurso matemático escolar, Cantoral estructura, a través de su propio paradigma, una metodología que gira alrededor de cinco elementos estratégicos, conceptos claves, que definen las herramientas por excelencia de la «aproximación socioepistemológica», los cuales son: la génesis histórica, la didáctica de

añaño, la fenomenología intrínseca, los constructos característicos, la reconstrucción de los significados asociados y la praxis educativa.

Estos puntos clave -detectados por el autor con antelación –, constituyen puntos centrales de la teoría de la Matemática Educativa sustentada en la práctica docente. A este respecto, Cantoral señala: «El campo conceptual que enmarca nuestro estudio, se nutre de la reflexión y sistematización de las experiencias que nos provee la práctica cotidiana en la formación y actualización de profesores de matemáticas».

Las herramientas mencionadas constituyen diferentes acercamientos al estudio de los contextos socioculturales que rodean a la construcción de conocimiento matemático, en la historia o en la época contemporánea, en la escuela o fuera de ella. Son los instrumentos que la aproximación Socioepistemológica ofrece al campo de la investigación en Matemática Educativa.

- ❖ La génesis histórica: el autor plantea la génesis histórica de los conceptos no sólo como un enfoque epistemológico sino que, además, se propone conocer las circunstancias socioculturales y científicas que propiciaron la construcción de conocimiento a lo largo de la historia

Así la génesis histórica de los conceptos, enfoca el problema epistemológico con otros parámetros, nos interesa conocer las circunstancias que permitieron construir el conocimiento y no solo las que dieron pie a su evolución. Claramente, estos aspectos no pueden ser concebidos ajenos, sin embargo presentan características que nos permiten distinguirlos (Cantoral, 2001, p. xxiii)

- ❖ Cantoral explica «la fenomenología intrínseca», basado en el señalamiento de Hans Freudenthal sobre la necesidad de construir la fenomenología didáctica de los conceptos matemáticos. A partir de ahí el autor señala la exigencia de construir la fenomenología intrínseca del concepto, entendiendo por ésta el rescate de todos los elementos que caracterizaron los diferentes significados que la noción tuvo en su génesis histórica. En la fenomenología intrínseca están comprendidos y ocultos muchos fenómenos que forman parte de la naturaleza misma del concepto, a tal punto que lo definen. Llevar a cabo la fenomenología intrínseca de un concepto representa ir a la búsqueda de «algo que no se ve», por lo tanto se requiere de una gran intuición y conocimiento de la génesis histórica de la noción.
- ❖ Los «constructos característicos»: entre los elementos que históricamente hicieron

posible la construcción de un concepto se encuentran los «constructos característicos» y estos son todos los recursos cognoscitivos del sujeto que aprende para poder actuar sobre el objeto de conocimiento y de esta forma poder llegar a construir conocimiento.

A través de un análisis riguroso de la génesis histórica de los conceptos, el autor identifica los «constructos característicos» que vienen a aclarar los procesos «reales» por los que atravesó la construcción de cada concepto matemático; ellos posibilitan la identificación de analogía y procesos inductivos que definen formas personales de aproximación al objeto. Así se llegaron a definir estilos de pensar la matemática. Asimismo, por medio de los constructos característicos se llega a reconocer una estructura cognoscitiva que posibilitará la adquisición de nuevos conocimientos.

- ❖ La didáctica de antaño: En este aspecto, Cantoral explica que se propone identificar las ideas existentes en la enseñanza de la época, que hacen alusión al nuevo conocimiento matemático; esta propuesta la considera una hipótesis y la avala adelantando la consideración de que «el saber es un producto cultural», excluye así el supuesto de la «la generación espontánea de conocimiento». Por este medio delimitó «acercamientos, métodos y concepciones» que en ese tiempo propiciaron de manera natural el desarrollo de los «métodos de descubrimiento y demostración».
 - ❖ «La reconstrucción de los significados asociados»: en esta propuesta confluyen los aportes que se desprenden del análisis de los aspectos mencionados antes, ya que todos juegan un rol importante en la reconstrucción del discurso matemático escolar. El autor explica la enorme posibilidad de plantearse la reconstrucción de los conceptos matemáticos y su reintegración en el discurso matemático escolar actual.
 - ❖ La praxis educativa: este rubro se refiere a la reflexión de la práctica educativa. La relación biunívoca entre la investigación educativa y la praxis educativa asegura que los aportes de la investigación, tales como: teorías, métodos, técnicas, se vayan afinando cada vez más hasta lograr que los estudiantes aprendan matemáticas, objetivo único que se propone la práctica de la docencia en Matemáticas.
3. Análisis de los procesos de conocimiento matemático en las producciones de los profesores cuando trabajan un problema de investigación sobre didáctica de las Matemáticas en ingeniería a la luz de acercamientos fenomenológicos.

Esta tarea persigue el objetivo de identificar pautas y técnicas –desarrolladas en el marco del pensamiento de la Física y de la Ingeniería en la enseñanza de conceptos matemáticos.

4. Seguimiento de las producciones de los profesores de Matemáticas y Física, partícipes de un proyecto de investigación dirigido al rediseño del discurso matemático escolar, en particular el referido a la enseñanza de Cálculo en Ingeniería. Se diseña, para este propósito, material didáctico (secuencias planeadas de aprendizaje) fundamentado en cuatro ideas fundamentales:
 - a. Génesis histórica de los conceptos matemáticos.
 - b. Acercamiento didáctico de antaño en el campo de la matemática.
 - c. Acercamiento didáctico contemporáneo en Matemáticas.
 - d. Acercamiento didáctico propio de la Ingeniería.

Este apartado persigue, como primer objetivo: «Reconocer el efecto que una didáctica del cálculo (fruto de la transposición didáctica operada previamente) produce sobre las acciones de los profesores cuando piensan en problemas reales de flujo en la naturaleza.»

5. Análisis de una serie de cuestionarios diagnósticos aplicados al grupo de profesores participantes (profesores de Matemáticas, Física e Ingeniería, con una formación profesional inicial, que se compone mayoritariamente de ingenieros y en menor cantidad de físicos y matemáticos).

El objetivo que cubre esta tarea es: «Delinear perfiles o clasificaciones con base en sus estrategias de resolución de problemas matemáticos de cálculo tanto usuales como no típicos, estudiando principalmente sus acercamientos a las variaciones en el cálculo, su universo de representaciones gráficas y el manejo y representación de la serie de Taylor.»

6. Proceso de observación clínica, de entrevista participante con enseñanza audiograbada (tiempo efectivo de voz), de profesores elegidos como representantes de los perfiles elegidos formados en un momento en el que su problema de investigación ha sido parcialmente “resuelto”.

Objetivo primero: detectar el tipo de representaciones mentales de los conceptos y procesos matemáticos que se sustentan en razonamientos físicos de los fenómenos de flujo en la naturaleza específicamente referidos a sus propios problemas de investigación, como la variación instantánea, las variables y sus variaciones, las ecuaciones diferenciales, convergencia, predicción y lo analítico.

Objetivo segundo: observar los mecanismos de pasaje entre las nociones de predicción y lo analítico.

7. Estudio de sus producciones de investigación. Reporte de investigación de conceptos y

procesos matemáticos del Cálculo en ambientes fenoménicos de la enseñanza de la Ingeniería: niveles medio superior, bachilleratos propedéuticos de ciencias físico-matemáticas y superior, licenciaturas en Ingeniería.

Como Cantoral lo expresa, su tesis gira alrededor de dos principios que definen su estructura metodológica: una mística y una práctica, de tal forma que en la lista de tareas que el autor diseñó para enfrentar la problemática trazada, identificamos dos tipos de acciones –que se corresponden con los principios mencionados– para alcanzar los objetivos propuestos: la primera de estas acciones (se hace alusión a las tareas 1 y 2 de la lista de tareas propuesta) se refiere a «un prototipo de análisis documental» que arroja información extremadamente rica y valiosa con respecto a la identificación de las circunstancias ideológicas del contexto social y del contexto científico que determinaron situaciones, momentos y espacios que propiciaron la generación de conocimiento matemático, así como información relacionada con el acercamiento didáctico de antaño que provee datos únicos susceptible de ser rescatados para beneficio de la reconstrucción del discurso matemático escolar actual; la segunda acción (se hace alusión a las tareas 3,4,5,6,7 de la lista de tareas propuesta) tiene que ver con un conjunto de actividades centradas en la práctica educativa de los profesores del nivel superior de educación.

La primera de estas dos acciones constituye el marco teórico contextual para la segunda acción emprendida por Cantoral en su estudio. Es por medio de este marco que las actividades realizadas en esta segunda etapa se justifican y explican.

Referencias bibliográficas

- Cantoral, R. (2001). *Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2001b). La Socioepistemología: una mirada contemporánea del quehacer en Matemática Educativa. En F. Cordero (Ed.), *Serie Antologías I*, (pp. 331-333): CLAME-Red de Cimates.